

CHUYÊN ĐỀ 3

MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI MỘT ẨN

- Câu 1.** Phương trình $\frac{b}{x+1} = a$ có nghiệm duy nhất khi:
 A. $a \neq 0$. B. $a = 0$. C. $a \neq 0$ và $b \neq 0$. D. $a = b = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x \neq -1$

Phương trình $\frac{b}{x+1} = a \quad | \cdot (x+1) \Leftrightarrow a(x+1) = b \Leftrightarrow ax = b-a \quad | : a$

Phương trình 1 có nghiệm duy nhất

\Leftrightarrow Phương trình 2 có nghiệm duy nhất khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \frac{b-a}{a} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b-a \neq -a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

- Câu 2.** Tập nghiệm của phương trình $2x + \frac{3}{x-1} = \frac{3x}{x-1}$ là :
 A. $S = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$. B. $S = 1$. C. $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$. D. $S = \emptyset$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x \neq 1$

Phương trình $2x + \frac{3}{x-1} = \frac{3x}{x-1} \Leftrightarrow 2x(x-1) + 3 = 3x \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 & l \\ x=\frac{3}{2} & n \end{cases}$

Vậy $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

- Câu 3.** Tập nghiệm của phương trình $\frac{m^2 + 2x + 3m}{x} = 2$ trường hợp $m \neq 0$ là:

- A. $T = \left\{-\frac{3}{m}\right\}$. B. $T = \emptyset$.
 C. $T = \mathbb{R}$. D. Cả ba câu trên đều sai.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $x \neq 0$

Phương trình thành $m^2 + 2x + 3m = 2x \Leftrightarrow m^2x = -3m$

Vì $m \neq 0$ suy ra $x = \frac{-3}{m}$.

- Câu 4.** Tập nghiệm của phương trình $\frac{m^2 + 2x + 2m}{x} = 2$ $m \neq 0$ là :

- A. $T = \left\{-\frac{2}{m}\right\}$. B. $T = \emptyset$. C. $T = \mathbb{R}$. D. $T = \mathbb{R} \setminus 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $x \neq 0$

Phương trình $\frac{m^2 + 2x + 2m}{x} = 2 \Leftrightarrow m^2x = -2m \Leftrightarrow x = \frac{-2}{m}$

Vậy $S = \left\{ \frac{-2}{m} \right\}$.

Câu 5. Phương trình $\frac{x-m}{x+1} = \frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi :

- A. $m \neq 0$. B. $m \neq -1$. C. $m \neq 0$ và $m \neq -1$. D. Không có m .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$

Phương trình 1 thành

$$\frac{x-m}{x+1} = \frac{x-2}{x-1} \quad | \Leftrightarrow \frac{x-m}{x+1} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{x-2}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x-1} \Leftrightarrow \frac{x^2 - x - mx + m}{x^2 - x - 1} = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x - 1}$$

$$\Leftrightarrow mx = m + 2 \quad | \quad 2$$

Phương trình 1 có nghiệm duy nhất

\Leftrightarrow Phương trình 2 có nghiệm duy nhất khác -1 và 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+2}{m} \neq 1 \\ \frac{m+2}{m} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m+2 \neq m \\ m+2 \neq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2 \neq 0 \quad | \quad \text{ld} \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

Câu 6. Biết phương trình: $x - 2 + \frac{x+a}{x-1} = a$ có nghiệm duy nhất và nghiệm đó là nghiệm nguyên.

Vậy nghiệm đó là :

- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 0 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện: $x \neq 1$

Phương trình 1 thành

$$x - 2 + \frac{x+a}{x-1} = a \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x + 2 + x + a}{x-1} = \frac{ax - a}{x-1} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2 + a}{x-1} = \frac{ax - a}{x-1} \Leftrightarrow x^2 - 2 + a = ax - a \Leftrightarrow x^2 - 2 + a - ax + a = 0 \quad | \quad 2$$

Phương trình 1 có nghiệm duy nhất

\Leftrightarrow Phương trình 2 có nghiệm duy nhất khác 1 hoặc phương trình 2 có 2 nghiệm phân biệt có một nghiệm bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 4a - 4 = 0 \\ a + 1 \neq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} a^2 - 4a - 4 > 0 \\ a + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + 2\sqrt{2} \\ a = 2 - 2\sqrt{2} \\ a = -1 \end{cases}$$

Với $a = 2 + 2\sqrt{2}$ phương trình có nghiệm là $x = 2 + \sqrt{2}$

Với $a = 2 - 2\sqrt{2}$ phương trình có nghiệm là $x = 2 - \sqrt{2}$

Với $a = -1$ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x = 0 \quad n \\ x = 1 \quad l \end{cases}$.

Câu 7. Cho phương trình: $\frac{2mx-1}{x+1} = 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm?

A. $m \neq \frac{3}{2}$.

B. $m \neq 0$.

C. $m \neq \frac{3}{2}$ và $m \neq 0$.

D. $m \neq \frac{3}{2}$ và $m \neq -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện: $x \neq -1$

Phương trình thành $\frac{2mx-1}{x+1} = 3 \Leftrightarrow 2mx-1 = 3x+3 \Leftrightarrow 2m-3 \cdot x = 4$

Phương trình có nghiệm

\Leftrightarrow Phương trình có nghiệm khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \neq 0 \\ \frac{4}{2m-3} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ m \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 8. Phương trình $|ax+b| = |cx+d|$ tương đương với phương trình:

A. $ax+b = cx+d$

B. $ax+b = -cx+d$

C. $ax+b = cx+d$ hay $ax+b = -cx+d$

D. $\sqrt{ax+b} = \sqrt{cx+d}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình: $|x-2| = |3x-5|$ (1) là tập hợp nào sau đây?

A. $\left\{ \frac{3}{2}; \frac{7}{4} \right\}$.

B. $\left\{ -\frac{3}{2}; \frac{7}{4} \right\}$.

C. $\left\{ -\frac{7}{4}; -\frac{3}{2} \right\}$.

D. $\left\{ -\frac{7}{4}; \frac{3}{2} \right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$|x-2| = |3x-5| \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 3x-5 \\ x-2 = 5-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 3 \\ 4x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{7}{4} \end{cases}$

Câu 10. Phương trình $|2x-4| + |x-1| = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$|2x-4| + |x-1| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 = 0 \\ x-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ v.l}$

Suy ra $S = \emptyset$.

Câu 11. Phương trình $|2x-4| - 2x + 4 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta

có:

$$|2x-4|-2x+4=0 \Leftrightarrow |2x-4|=2x-4 \Leftrightarrow 2x-4 \geq 0 \cap \begin{cases} 2x-4=2x-4 \\ 2x-4=4-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2.$$

Câu 12. Với giá trị nào của a thì phương trình: $3|x|+2ax=-1$ có nghiệm duy nhất:

- A. $a > \frac{3}{2}$. B. $a < \frac{-3}{2}$. C. $a \neq \left\{ \frac{-3}{2}; \frac{3}{2} \right\}$. D. $a < \frac{-3}{2} \vee a > \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta

có:

$$3|x|+2ax=-1 \Leftrightarrow 3|x|=-1-2ax \Leftrightarrow -1-2ax \geq 0 \cap \begin{cases} 3x=-1-2ax \\ 3x=1+2ax \end{cases} \Leftrightarrow 2ax \leq -1 \cap$$

$$\begin{cases} 3+2a & x=-1 & 2 \\ 3-2a & x=1 & 3 \end{cases} . \text{ Giải hệ này ta được } \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{-3}{2} \\ a > \frac{3}{2} \end{cases}$$

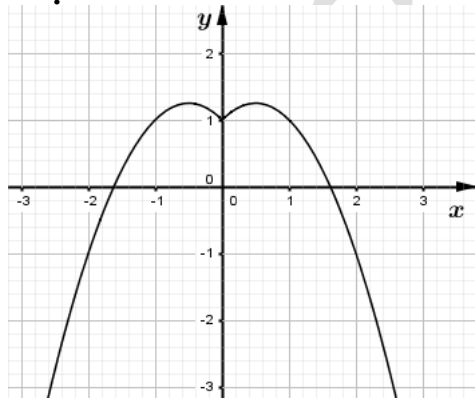
$$\text{Vậy phương trình 1 có nghiệm duy nhất } \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{-3}{2} \\ a > \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 13. Phương trình: $|x|+1=x^2+m$ có 1 nghiệm duy nhất khi và chỉ khi :

- A. $m=0$ B. $m=1$.
C. $m=-1$. D. Không tồn tại giá trị m thỏa.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



$$|x|+1=x^2+m \Leftrightarrow m=f(x) = \begin{cases} -x^2+x+1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2-x+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Biểu diễn đồ thị hàm số $f(x)$ lên hệ trục tọa độ như hình vẽ bên trên. Dựa vào đồ thị ta suy ra không tồn tại m để phương trình $m=f(x)$ có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình: $|x-2|=2x-1$ là:

- A. $S = -1; 1$. B. $S = -1$. C. $S = 1$. D. $S = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } |x-2|=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1 \geq 0 \cup \begin{cases} x-2=2x-1 \\ x-2=1-2x \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2} \cap \begin{cases} x=-1 & l \\ x=1 & n \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = 1$$

Câu 15. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x-1}{2x-3} = \frac{-3x+1}{|x+1|}$ là :

- A. $\left\{ \frac{11+\sqrt{65}}{14}; \frac{11+\sqrt{41}}{10} \right\}$.
 B. $\left\{ \frac{11-\sqrt{65}}{14}; \frac{11-\sqrt{41}}{10} \right\}$.
 C. $\left\{ \frac{11+\sqrt{65}}{14}; \frac{11-\sqrt{65}}{14} \right\}$.
 D. $\left\{ \frac{11+\sqrt{41}}{10}; \frac{11-\sqrt{41}}{10} \right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x-3 \neq 0 \\ |x+1| \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{3}{2} \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Phương trình (1) thành: $|x+1| x-1 = -3x+1 \quad 2x-3$

TH1: $x \geq -1$

Phương trình thành $x^2 - 1 = -6x^2 + 11x - 3 \Leftrightarrow 7x^2 - 11x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11+\sqrt{65}}{14} & n \\ x = \frac{11-\sqrt{65}}{14} & n \end{cases}$

TH2: $x < -1$

Phương trình thành $-x^2 + 1 = -6x^2 + 11x - 3 \Leftrightarrow 5x^2 - 11x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11+\sqrt{41}}{10} & l \\ x = \frac{11-\sqrt{41}}{10} & l \end{cases}$

Vậy $S = \left\{ \frac{11+\sqrt{65}}{14}; \frac{11-\sqrt{65}}{14} \right\}$.

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2}$ là :

- A. $S = 2$.
 B. $S = 1$.
 C. $S = 0;1$.
 D. $S = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 2$

Ta có $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & l \\ x = 5 & n \end{cases}$

Vậy $S = 5$.

Câu 17. Cho $\frac{x^2-2}{\sqrt{x-2}} = \frac{m+1}{x+6m-2}$ 1 . Với m là bao nhiêu thì 1 có nghiệm duy nhất

- A. $m > 1$.
 B. $m \geq 1$.
 C. $m < 1$.
 D. $m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

$1 \Leftrightarrow x^2 - 2m + 3x + 6m = 0$ 2 , phương trình luôn có nghiệm là $x=3$ và $x=2m$, để phương trình 1 có duy nhất 1 nghiệm thì $2m \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Câu 18. Với giá trị nào của tham số a thì phương trình: $x^2 - 5x + 4\sqrt{x-a} = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A. $a < 1$.
 B. $1 \leq a < 4$.
 C. $a \geq 4$.
 D. Không có a .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện: $x \geq a$

$$\text{Phương trình thành } \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ x - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \\ x = a \end{cases}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1 \leq a < 4$.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{x-4} x^2 - 3x + 2 = 0$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện: $x \geq 4$

$$\text{Phương trình thành } \sqrt{x-4} x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 & n \\ x = 1 & l \\ x = 2 & l \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 20. Phương trình $x^2 - 3x + m x - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi :

- A. $m < \frac{9}{4}$. B. $m \leq \frac{9}{4} \wedge m \neq 2$. C. $m < \frac{9}{4} \wedge m \neq 2$. D. $m > \frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình } x^2 - 3x + m x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 3x + m = 0 \end{cases} \quad 2$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \text{Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ 1 - 3 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Câu 21. Cho phương trình: $x^2 - 2x + 3^2 + 2 \cdot 3 - m x^2 - 2x + 3 + m^2 - 6m = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm :

- A. Mọi m . B. $m \leq 4$. C. $m \leq -2$. D. $m \geq 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t = x^2 - 2x + 3$ $t \geq 2$. Ta được phương trình $t^2 + 2 \cdot 3 - m t + m^2 - 6m = 0$ (1),

$\Delta' = m^2 - 6m + 9 - m^2 + 6m = 9$ suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm là $t_1 = m - 6$ và $t_2 = m$.

theo yêu cầu bài toán ta suy ra phương trình (1) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 6 \geq 2 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$$

Câu 22. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình: $m\sqrt{2-x} = \frac{x^2 - mx + 2}{\sqrt{2-x}}$ có nghiệm dương:

- A. $0 < m \leq 2\sqrt{6} - 4$. B. $1 < m < 3$. C. $4 - 2\sqrt{6} \leq m < 1$. D. $2\sqrt{6} - 4 \leq m < 1$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x < 2$, với điều kiện này thì phương trình đã cho trở thành

$x^2 + 2 - 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2m - 2$, phương trình đã cho có nghiệm dương khi và chỉ khi $0 < 2m - 2 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình: $\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 + \frac{2x^2}{x-1} + a = 0$ có đúng 4 nghiệm.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = \frac{x^2}{x-1}$$

Phương trình 1 thành $t^2 + 2t + a = 0$

Phương trình 1 có đúng 4 nghiệm

\Leftrightarrow phương trình 2 có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 4a > 0 \\ -2 > 0 \\ a > 0 \end{cases} \text{ và } \Leftrightarrow a \notin \emptyset.$$

Câu 24. Định m để phương trình: $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2m\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 + 2m = 0$ có nghiệm :

- A. $-\frac{3}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$. B. $m \geq \frac{3}{4}$. C. $m \leq -\frac{3}{4}$. D. $\begin{cases} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện $x \neq 0$

Đặt $t = x + \frac{1}{x}$ suy ra $t \leq -2$ hoặc $t \geq 2$. Phương trình đã cho trở thành

$t^2 - 2mt - 1 + 2m = 0$, phương trình này luôn có hai nghiệm là $t_1 = 1; t_2 = 2m - 1$. Theo yêu

cầu bài toán ta suy ra $\begin{cases} 2m - 1 \geq 2 \\ 2m - 1 \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 25. Định k để phương trình: $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1:

- A. $k < -8$. B. $-8 < k < 1$. C. $0 < k < 1$. D. Không tồn tại k .

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k + 3 = 0$ (1).

Đặt $t = x - \frac{2}{x}$, phương trình trở thành $t^2 - 4t + k + 3 = 0$ (2).

Nhận xét: với mỗi nghiệm t của phương trình (2) cho ta hai nghiệm trái dấu của phương trình (1).

Ta có: $\Delta = 4 - (k + 1) = 1 - k$.

Từ nhận xét trên, phương trình (1) có đúng hai nghiệm lớn hơn 1 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 1-k > 0 \\ 1^2 - (2 + \sqrt{1-k}) \cdot 1 - 2 < 0 \Leftrightarrow -8 < k < 1 \\ 1^2 - (2 - \sqrt{1-k}) \cdot 1 - 2 < 0 \end{cases}$$

Câu 26. Tìm m để phương trình : $(x^2 + 2x + 4)^2 - 2m(x^2 + 2x + 4) + 4m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm.

A. $3 < m < 4$.

B. $m < 2 - \sqrt{3} \vee m > 2 + \sqrt{3}$.

C. $2 + \sqrt{3} < m < 4$.

D. $\begin{cases} m = 2 + \sqrt{3} \\ m > 4 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3$, phương trình trở thành

$$t^2 - 2mt + 4m - 1 = 0 \quad (2).$$

Nhận xét: Ứng với mỗi nghiệm $t > 3$ của phương trình (2) cho ta hai nghiệm của phương trình (1). Do đó phương trình (1) có đúng hai nghiệm khi phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4m + 1 = 0 \\ 2m > 3 \\ 1 \cdot (3^2 - 2m \cdot 3 + 4m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 + \sqrt{3} \\ m > 4 \end{cases}$$

Câu 27. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình : $x^2 + \frac{25x^2}{x+5} = 11$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 2,5.

B. 3.

C. 3,5.

D. 2,8.

Lời giải

Chọn D.

Ta

có

$$x^2 + \frac{25x^2}{x+5} = 11 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+5} \left(x+5 + \frac{25}{x+5} \right) = 11 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+5} \cdot \frac{x^2 + 10x + 50}{x+5} = 11$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x+5} \left(\frac{x^2}{x+5} + 10 \right) = 11 \Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+5} \right)^2 + 10 \frac{x^2}{x+5} - 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{x+5} = 1 \\ \frac{x^2}{x+5} = -11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 5 = 0 \\ x^2 + 11x + 55 = 0 \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \approx -1,79 \\ x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \approx 2,79 \end{cases}$$

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $2x^2 + 2x^2 - 4m - 3 \quad x^2 + 2x + 1 - 2m = 0$ có đúng 3 nghiệm thuộc $-3; 0$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn .

Ta có: $\Delta = (4m - 3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (1 - 2m) = (4m - 1)^2$

$$2(x^2 + 2x)^2 - (4m - 3)(x^2 + 2x) + 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = \frac{1}{2} & (1) \\ x^2 + 2x = 2m - 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + 2x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2 + \sqrt{6}}{2} \notin [-3; 0] \\ x = \frac{-2 - \sqrt{6}}{2} \in [-3; 0] \end{cases}$$

(2) $\Leftrightarrow (x+1)^2 = 2m$. Phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc đoạn $[-3; 0]$ khi phương trình (2) có hai nghiệm thuộc đoạn $[-3; 0]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ -3 \leq -1 + \sqrt{2m} \leq 0 \\ -3 \leq -1 - \sqrt{2m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq \frac{1}{2} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq \frac{1}{2}.$$

Không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 29. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm âm: $x^6 + 2003x^3 - 2005 = 0$
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình $x^6 + 2003x^3 - 2005 = 0$

Vì $1 \cdot -2005 < 0$ suy ra phương trình có 2 nghiệm trái dấu

Suy ra có phương trình có một nghiệm âm.

Câu 30. Cho phương trình $ax^4 + bx^2 + c = 0$ $1 \quad a \neq 0$. Đặt: $\Delta = b^2 - 4ac$, $S = \frac{-b}{a}$, $P = \frac{c}{a}$. Ta có
 1 vô nghiệm khi và chỉ khi :

A. $\Delta < 0$. B. $\Delta < 0 \vee \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình 1 thành $at^2 + bt + c = 0$ 2

Phương trình 1 vô nghiệm

\Leftrightarrow phương trình 2 vô nghiệm hoặc phương trình 2 có 2 nghiệm cùng âm

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \cup \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}.$$

Câu 31. Phương trình $x^4 + \sqrt{65} - \sqrt{3} x^2 + 2 \cdot 8 + \sqrt{63} = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\Delta = (\sqrt{65} - \sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot (8 + \sqrt{63}) = 4 - 2\sqrt{195} - 8\sqrt{63} < 0$

Suy ra phương trình vô nghiệm.

Câu 32. Phương trình $-x^4 - 2\sqrt{2} - 1 x^2 + 3 - 2\sqrt{2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình 1 thành $-t^2 - 2\sqrt{2} - 1t + 3 - 2\sqrt{2} = 0 \quad 2$

Phương trình 2 có $ac = -1 \cdot 3 - 2\sqrt{2} < 0$

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm trái dấu

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 33. Phương trình: $\sqrt{2}x^4 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}x^2 + \sqrt{12} = 0$

A. vô nghiệm

B. Có 2 nghiệm $x = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}, x = -\sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$.

C. Có 2 nghiệm $x = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}, x = -\sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$.

D. Có 4 nghiệm $x = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}, x = -\sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}, x = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}},$

$x = -\sqrt{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình (1) thành $\sqrt{2}t^2 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}t + \sqrt{12} = 0 \quad 2$

Ta có $\Delta' = 5 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 5$

Ta có $\begin{cases} \Delta' = 5 > 0 \\ -\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm dương phân biệt

Vậy Phương trình 1 có 4 nghiệm.

Câu 34. Cho phương trình $x^4 + x^2 + m = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$.

B. Phương trình có nghiệm $m \leq 0$.

C. Phương trình vô nghiệm với mọi m .

D. Phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình 1 thành $t^2 + t + m = 0 \quad 2$

Phương trình 1 vô nghiệm

\Leftrightarrow phương trình 2 vô nghiệm hoặc phương trình 2 có 2 nghiệm âm

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \cup \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \cup \begin{cases} 1 - 4m \geq 0 \\ -1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4} \cup \begin{cases} m \leq \frac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq 0$.

Câu 35. Phương trình $-x^4 + \sqrt{2} - \sqrt{3} x^2 = 0$ có:

- A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$$-x^4 + \sqrt{2} - \sqrt{3} x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x^2 + \sqrt{2} - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 = \sqrt{2} - \sqrt{3} \end{cases} \vee \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Câu 36. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm âm: $x^4 - 2005x^2 - 13 = 0$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình 1 thành $t^2 - 2005t - 13 = 0$ 1

Phương trình 2 có $a.c = 1.(-13) < 0$

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm trái dấu

Suy ra phương trình 1 có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Câu 37. Phương trình: $|3 - x| + |2x + 4| = 3$, có nghiệm là:

- A. $x = \frac{-4}{3}$. B. $x = -4$. C. $x = \frac{2}{3}$. D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trường hợp 1: $x < -2$

$$\text{Phương trình thành } 3 - x - 2x - 4 = 3 \Leftrightarrow 3x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{3} \quad l$$

Trường hợp 2: $-2 \leq x \leq 3$

$$\text{Phương trình thành } 3 - x + 2x + 4 = 3 \Leftrightarrow x = -4 \quad l$$

Trường hợp 3: $x > 3$

$$\text{Phương trình thành } x - 3 + 2x + 4 = 3 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \quad l$$

Vậy $S = \emptyset$.

Câu 38. Phương trình: $|2x - 4| + |x - 1| = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$|2x - 4| + |x - 1| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \vee \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Câu 39. Cho phương trình: $a|x + 2| + a|x - 1| = b$. Để phương trình có hai nghiệm khác nhau, hệ thức giữa hai tham số a, b là:

- A. $a > 3b$. B. $b > 3a$. C. $a = 3b$. D. $b = 3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 40. Phương trình: $|x+2|+|3x-5|-|2x-7|=0$, có nghiệm là :

- A. $\forall x \in \left[-2; \frac{5}{3}\right]$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Trường hợp 1: $x \leq -2$

Phương trình thành: $-x-2-3x+5+2x-7=0 \Leftrightarrow -2x=4 \Leftrightarrow x=-2 \quad n$.

Trường hợp 2: $-2 < x < \frac{5}{3}$

Phương trình thành: $x+2-3x+5+2x-7=0 \Leftrightarrow 0x=0 \quad ld \quad$ Suy ra $-2 < x < \frac{5}{3}$.

Trường hợp 3: $\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{7}{2}$

Phương trình thành: $x+2+3x-5+2x-7=0 \Leftrightarrow 6x=10 \Leftrightarrow x=\frac{5}{3} \quad n$.

Trường hợp 4: $x > \frac{7}{2}$

Phương trình thành: $x+2+3x-5-2x+7=0 \Leftrightarrow 6x=-4 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3} \quad l$.

Vậy $S = \left[-2; \frac{5}{3}\right]$.

Câu 41. Phương trình $\left|\frac{x^2}{2}-2x+\frac{3}{2}\right|+\left|\frac{x^2}{2}-3x+4\right|=\frac{3}{4}$ có nghiệm là :

- A. $x = \frac{1}{2}, x = \frac{7}{2}, x = \frac{13}{3}$. B. $x = \frac{3}{2}; x = \frac{7}{3}, x = \frac{11}{3}$.
C. $x = \frac{7}{5}, x = \frac{5}{4}, x = \frac{13}{2}$. D. $x = \frac{7}{4}, x = \frac{5}{2}, x = \frac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

TH 1: $x \leq 1$

Phương trình thành: $\frac{x^2}{2}-2x+\frac{3}{2}+\frac{x^2}{2}-3x+4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2-5x+\frac{19}{4}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{6}}{2} \quad l \\ x = \frac{5-\sqrt{6}}{2} \quad l \end{cases}$.

TH 2: $1 < x < 2$

Phương trình thành: $-\frac{x^2}{2}+2x-\frac{3}{2}+\frac{x^2}{2}-3x+4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=\frac{7}{4} \quad n$.

TH 3: $2 \leq x \leq 3$

Phương trình thành: $-\frac{x^2}{2}+2x-\frac{3}{2}-\frac{x^2}{2}+3x-4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow -x^2+5x-\frac{25}{4}=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \quad n$.

TH 4: $3 < x < 4$

Phương trình thành: $\frac{x^2}{2}-2x+\frac{3}{2}-\frac{x^2}{2}+3x-4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=\frac{13}{4} \quad n$.

TH 4: $x \geq 4$

Phương trình thành: $\frac{x^2}{2} - 2x + \frac{3}{2} + \frac{x^2}{2} - 3x + 4 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2 - 5x + \frac{19}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{6}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{6}}{2} \end{cases}$

Câu 42. Định k để phương trình: $|x^2 + 2x - k| + x - 1 = 0$ có đúng ba nghiệm. Các giá trị k tìm được có tổng :
 A. -5 . B. -1 . C. 0 . D. 4 .

Câu 43. Phương trình: $x^2 - 6x + 5 = k|2x - 1|$ có nghiệm duy nhất.
 A. $k < -1$. B. $k > 4$. C. $-1 < k < 4$. D. $k > -1$.

Hướng dẫn giải

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $\left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 4x + 4}\right) - m \left|\frac{x + 2}{x - 1}\right| = 12$ có đúng 4 nghiệm?
 A. 14. B. 15.
 C. 16. D. Nhiều hơn 16 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Câu 45. Cho phương trình: $\frac{3mx + 1}{\sqrt{x + 1}} + \sqrt{x + 1} = \frac{2x + 5m + 3}{\sqrt{x + 1}}$. Để phương trình có nghiệm, điều kiện để thỏa mãn tham số m là :

A. $0 < m < \frac{1}{3}$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases}$. C. $-\frac{1}{3} < m < 0$. D. $\begin{cases} m < -\frac{1}{3} \\ m > 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

Điều kiện: $x > -1$

Phương trình thành $3mx + 1 + x + 1 = 2x + 5m + 3 \Leftrightarrow 3m - 1 \cdot x = 5m + 1 \quad 2$

Phương trình 1 vô nghiệm \Leftrightarrow Phương trình 2 vô nghiệm hoặc phương trình 2 có nghiệm duy nhất nhỏ hơn bằng -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 1 = 0 \\ 5m + 1 \neq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} 3m - 1 \neq 0 \\ \frac{5m + 1}{3m - 1} \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3} \cup \left(m \neq \frac{1}{3} \cap \begin{cases} 5m + 1 \leq -3m + 1 \text{ khi } 3m - 1 \geq 0 \\ 5m + 1 \geq -3m + 1 \text{ khi } 3m - 1 < 0 \end{cases} \right)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{3} \cup \left(m \neq \frac{1}{3} \cap \begin{cases} m \leq 0 \text{ khi } m \geq \frac{1}{3} \\ m \geq 0 \text{ khi } m < \frac{1}{3} \end{cases} \right) \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{3}$$

Vậy Phương trình có nghiệm $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 46. Cho phương trình: $\frac{x + m}{x + 1} + \frac{x - 2}{x} = 2$. Để phương trình vô nghiệm thì:

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -\frac{1}{3} \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình thành } x^2 + mx + x^2 - x - 2 = 2x^2 + x \Leftrightarrow m - 3x = 2 \quad (2)$$

Phương trình (1) vô nghiệm

\Leftrightarrow Phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm duy nhất bằng 0 hoặc bằng -1.

$$\Leftrightarrow m - 3 = 0 \cup \left(m - 3 \neq 0 \cap \begin{cases} \frac{2}{m-3} = 0 \text{ vl} \\ \frac{2}{m-3} = -1 \end{cases} \right) \Leftrightarrow m = 3 \cup \begin{cases} m \neq 3 \\ 2 = 3 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$$

Câu 47. Cho phương trình: $\frac{x^2 - 1 + |x + 1|}{|x| x - 2} = 2$. Có nghiệm là:

- A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình thành } x^2 - 1 + |x + 1| = 2|x| x - 2$$

TH 1: $x < -1$

$$\text{Phương trình thành } x^2 - 1 - x - 1 = 2(-x) x - 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 & l \\ x = -\frac{1}{3} & l \end{cases}$$

TH 2: $-1 \leq x \leq 0$

$$\text{Phương trình thành } x^2 - 1 + x + 1 = -2x x - 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & l \\ x = 1 & l \end{cases}$$

TH3: $x > 0$

$$\text{Phương trình thành } x^2 - 1 + x + 1 = 2x x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & l \\ x = 5 & n \end{cases}$$

Câu 48. Tìm m để phương trình vô nghiệm: $\frac{2x - m}{x - 2} = m - 1$ (m là tham số).

- A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 3 \vee m = 4$. D. $m = 3 \vee m = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } x \neq 2$$

$$\text{Phương trình thành } 2x - m = mx - 2m - x + 2 \Leftrightarrow m - 3x = m - 2 \quad (2)$$

Phương trình (1) vô nghiệm

\Leftrightarrow Phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm duy nhất bằng 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 = 0 \\ m - 2 \neq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} m - 3 \neq 0 \\ \frac{m - 2}{m - 3} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 4 \end{cases}$$

Câu 49. Phương trình $\frac{|3 - 2x| - |x|}{|3 + 2x| + x - 2} = 5$ có các nghiệm là:

- A. $x = -\frac{1}{8}, x = -7$. B. $x = -\frac{21}{9}, x = \frac{2}{23}$. C. $x = -\frac{22}{9}, x = \frac{1}{23}$. D. $x = -\frac{23}{9}, x = \frac{3}{23}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $|3+2x|+x-2 \neq 0$

Phương trình thành $|3-2x|-|x|=5|3+2x|+5x-10$

TH 1: $x < \frac{-3}{2}$

Phương trình thành $3-2x+x=-15-10x+5x-10 \Leftrightarrow 4x=-28 \Leftrightarrow x=-7 \quad n .$

TH2: $\frac{-3}{2} \leq x \leq 0$

Phương trình thành $3-2x+x=15+10x+5x-10 \Leftrightarrow 16x=-2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{8} \quad n .$

TH 3: $0 < x < \frac{3}{2}$

Phương trình thành $3-2x-x=15+10x+5x-10 \Leftrightarrow 18x=-2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{9} \quad l .$

TH 4: $x \geq \frac{3}{2}$

Phương trình thành $-3+2x-x=15+10x+5x-10 \Leftrightarrow 14x=-8 \Leftrightarrow x=-\frac{4}{7} \quad l .$

Câu 50. Tập nghiệm T của phương trình: $\frac{|x-3|}{\sqrt{x-4}} = \frac{x-3}{\sqrt{x-4}}$ là:

- A. $T = 3; +\infty .$ B. $T = 4; +\infty .$ C. $4; +\infty .$ D. $T = \emptyset .$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 4$

Phương trình thành

$$|x-3|=x-3 \Leftrightarrow x-3 \geq 0 \cap \begin{cases} x-3=x-3 \\ x-3=3-x \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3 \cap \begin{cases} 0x=0 \quad ld \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3 .$$

Vậy $T = 4; +\infty .$