

- A. $(1; 2; 2\sqrt{2})$ B. $(2; 0; \sqrt{2})$ C. $(-1; 6; \sqrt{2})$. D. $(1; 2; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : Thế $y = 4 - 2x$ vào phương trình $y + z = 2 + \sqrt{2}$ ta được $-2x + z = -2 + \sqrt{2}$

Giải hệ $\begin{cases} -2x + z = -2 + \sqrt{2} \\ x + 2z = 1 + 2\sqrt{2} \end{cases}$ ta được $x = 1; z = \sqrt{2} \Rightarrow y = 2$.

- Câu 7.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}$. Để giải hệ phương trình này ta dùng cách nào sau đây ?

- A. Thay $y = 8 - x$ vào phương trình thứ nhất. B. Đặt $S = x + y, P = xy$.
C. Trừ vế theo vế. D. Một phương pháp khác.

Lời giải

Chọn A.

Hệ gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai nên ta rút một ẩn từ phương trình bậc nhất thế vào phương trình bậc hai.

- Câu 8.** Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 9 \\ x \cdot y = 90 \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. $(15; 6), (6; 15)$. B. $(-15; -6), (-6; -15)$.
C. $(15; 6), (-6; -15)$. D. $(15; 6), (6; 15), (-15; -6), (-6; -15)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $y = x - 9 \Rightarrow x(x - 9) = 90 \Rightarrow x^2 - 9x - 90 = 0 \Rightarrow x = 15; x = -6$

$x = 15 \Rightarrow y = 6$

$x = -6 \Rightarrow y = -15$.

- Câu 9.** Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} (\sqrt{2} + 1)x + y = \sqrt{2} - 1 \\ 2x - (\sqrt{2} - 1)y = 2\sqrt{2} \end{cases}$ là:

- A. $(1; -\frac{1}{2})$. B. $(-1; \frac{1}{2})$. C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $y = \sqrt{2} - 1 - (\sqrt{2} + 1)x \Rightarrow 2x - (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1 - (\sqrt{2} + 1)x) = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2$.

- Câu 10.** Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau có đúng một nghiệm: $\begin{cases} 3x - my = 1 \\ -mx + 3y = m - 4 \end{cases}$

- A. $m \neq 3$ hay $m \neq -3$. B. $m \neq 3$ và $m \neq -3$.
C. $m \neq 3$. D. $m \neq -3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $D = \begin{vmatrix} 3 & -m \\ -m & 3 \end{vmatrix} = 9 - m^2$

Phương trình có đúng một nghiệm khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.

- Câu 11.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau trùng nhau $(d_1): (m^2 - 1)x - y + 2m + 5 = 0$ và $(d_2): 3x - y + 1 = 0$
- A.** $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 2$ hay $m = -2$. **D.** Không có giá trị m .

Lời giải

Chọn A.

Ta có : Hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau khi $\frac{m^2 - 1}{3} = \frac{-1}{-1} = \frac{2m + 5}{1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ 2m + 5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

- Câu 12.** Để hệ phương trình : $\begin{cases} x + y = S \\ x \cdot y = P \end{cases}$ có nghiệm , điều kiện cần và đủ là :

- A.** $S^2 - P < 0$. **B.** $S^2 - P \geq 0$. **C.** $S^2 - 4P < 0$. **D.** $S^2 - 4P \geq 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : x, y là nghiệm phương trình $X^2 - SX + P = 0$

Hệ phương trình có nghiệm khi $\Delta = S^2 - 4P \geq 0$.

- Câu 13.** Hệ phương trình $\begin{cases} x \cdot y + x + y = 11 \\ x^2 y + xy^2 = 30 \end{cases}$

- A.** có 2 nghiệm $(2;3)$ và $(1;5)$. **B.** có 2 nghiệm $(2;1)$ và $(3;5)$.
C. có 1 nghiệm là $(5;6)$. **D.** có 4 nghiệm $(2;3), (3;2), (1;5), (5;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $S = x + y, P = xy$ ($S^2 - 4P \geq 0$)

Hệ phương trình tương đương $\begin{cases} S + P = 11 \\ SP = 30 \end{cases} \Rightarrow S(11 - S) = 30 \Rightarrow -S^2 + 11S - 30 = 0$

$\Rightarrow S = 5; S = 6$

Khi $S = 5$ thì $P = 6$ suy ra hệ có nghiệm $(2;3), (3;2)$

Khi $S = 6$ thì $P = 5$ suy ra hệ có nghiệm $(1;5), (5;1)$.

- Câu 14.** Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x + m \end{cases}$ có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi :

- A.** $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = -\sqrt{2}$. **C.** $m = \sqrt{2}$ hoặc $m = -\sqrt{2}$. **D.** m tùy ý.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $x^2 + (x + m)^2 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$ (*)

Hệ phương trình có đúng 1 nghiệm khi phương trình (*) có đúng 1 nghiệm

$\Rightarrow \Delta' = m^2 - 2m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

- Câu 15.** Hệ phương trình : $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$. Có nghiệm là

- A.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{13}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{13}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{13}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $u = x + y, v = x - y$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} 2u + 3v = 4 \\ u + 2v = 5 \end{cases} \Rightarrow 2(5 - 2v) + 3v = 4 \Rightarrow v = 6 \Rightarrow u = -7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = -7 \\ x - y = 6 \end{cases} \Rightarrow x + x - 6 = -7 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{13}{2}.$$

Câu 16. Hệ phương trình: $\begin{cases} |x-1| + y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ có nghiệm là ?

- A.** $x = -3; y = 2.$ **B.** $x = 2; y = -1.$ **C.** $x = 4; y = -3.$ **D.** $x = -4; y = 3.$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có : } |x-1| + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 5 - 2x \geq 0 \cap \begin{cases} x-1 = 5-2x \\ x-1 = -5+2x \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1.$$

Câu 17. Phương trình sau có nghiệm duy nhất với giá trị của m là : $\begin{cases} mx + 3y = 2m - 1 \\ x + (m+2)y = m + 3 \end{cases}$

- A.** $m \neq 1.$ **B.** $m \neq -3.$
C. $m \neq 1$ hoặc $m \neq -3.$ **D.** $m \neq 1$ và $m \neq -3.$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có : } D = m(m+2) - 3 = m^2 + 2m - 3$$

Phương trình có nghiệm duy nhất khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ và $m \neq -3.$

Câu 18. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} mx + (m+4)y = 2 \\ m(x+y) = 1 - y \end{cases}$. Để hệ này vô nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham

số m là :

- A.** $m = 0$ **B.** $m = 1$ hay $m = 2.$
C. $m = -1$ hay $m = \frac{1}{2}.$ **D.** $m = -\frac{1}{2}$ hay $m = 3.$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có : Hệ trở thành } \begin{cases} mx + (m+4)y = 2 \\ mx + (m+1)y = 1 \end{cases} \Rightarrow D = m(m+1) - m(m+4) = -3m$$

Hệ vô nghiệm $\Rightarrow D = 0 \Rightarrow m = 0$

Thử lại thấy $m = 0$ thỏa điều kiện.

Câu 19. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6x + 2y = 0 \\ x + y = 8 \end{cases}$. Từ hệ phương trình này ta thu được phương trình sau đây ?

- A.** $x^2 + 10x + 24 = 0.$ **B.** $x^2 + 16x + 20 = 0.$ **C.** $x^2 + x - 4 = 0.$ **D.** Một kết quả khác.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có : } y = 8 - x \Rightarrow x^2 - (8 - x)^2 + 6x + 2(8 - x) = 0 \Rightarrow 20x - 48 = 0 .$$

Câu 20. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 + 2x + 3y - 6 = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. (2;1). B. (3;3). C. (2;1),(3;3). D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $y = 2x - 3 \Rightarrow x^2 - 3x(2x - 3) + (2x - 3)^2 + 2x + 3(2x - 3) - 6 = 0$

$\Rightarrow -x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2; x = 3$

$x = 2 \Rightarrow y = 1$

$x = 3 \Rightarrow y = 3.$

Câu 21. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $y = 1 - x \Rightarrow x^2 + (1 - x)^2 = 5 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1; x = 2$

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 22. Hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 12 \end{cases}$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{3}$. B. $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$. C. $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$. D. Hệ vô nghiệm.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 2 \\ \frac{1}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}.$

Câu 23. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$ có nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \end{cases}, \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$. D. Một đáp số khác.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $S = x + y, P = xy (S^2 - 4P \geq 0)$

Ta có : $\begin{cases} S = 10 \\ S^2 - 2P = 58 \end{cases} \Rightarrow P = 21$ (nhận).

Khi đó : x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - 10X + 21 = 0 \Leftrightarrow X = 7; X = 3$

Vậy nghiệm của hệ là $(7;3), (3;7).$

Câu 24. Tìm a để hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = a^2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$ vô nghiệm:

- A. $a=1$. B. $a=1$ hoặc $a=-1$. C. $a=-1$. D. Không có a .

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $D = a^2 - 1$, $D_x = a^3 - 1$, $D_y = a - a^2$

Hệ phương trình vô nghiệm $\Rightarrow D = 0 \Leftrightarrow a = \pm 1$

$a = 1 \Rightarrow D_x = D_y = 0 \Rightarrow$ Hệ phương trình vô số nghiệm.

$a = -1 \Rightarrow D_x = -2 \Rightarrow$ Hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 25. Nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

- A. (1;1;1). B. (1;2;1). C. (2;2;1). D. (3;3;3).

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow xy + yz + zx = xyz \Rightarrow xyz = 27$

$\Rightarrow x, y, z$ là nghiệm của phương trình $X^3 - 9X^2 + 27X - 27 = 0 \Leftrightarrow X = 3$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (3;3;3).

Câu 26. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. (2;1). B. (1;2). C. (2;1),(1;2). D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $S = x + y, P = xy (S^2 - 4P \geq 0)$

Ta có : $\begin{cases} S + P = 5 \\ S^2 - 2P = 5 \end{cases} \Rightarrow S^2 - 2(5 - S) = 5 \Rightarrow S^2 + 2S - 15 = 0 \Rightarrow S = -5; S = 3$

$S = -5 \Rightarrow P = 10$ (loại)

$S = 3 \Rightarrow P = 2$ (nhận)

Khi đó : x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - 3X + 2 = 0 \Leftrightarrow X = 1; X = 2$

Vậy hệ có nghiệm (2;1),(1;2).

Câu 27. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = \frac{7}{2} \\ x^2 y + xy^2 = \frac{5}{2} \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. (3;2);(-2;1). B. (0;1),(1;0). C. (0;2),(2;0). D. $\left(2; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $S = x + y, P = xy (S^2 - 4P \geq 0)$

Ta có :
$$\begin{cases} S + P = \frac{7}{2} \\ SP = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow S, P \text{ là nghiệm của phương trình } X^2 - \frac{7}{2}X + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow X = 1; X = \frac{5}{2}$$

Khi $S = 1; P = \frac{5}{2}$ (loại)

Khi $S = \frac{5}{2}; P = 1$ thì x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - \frac{5}{2}X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 2; X = \frac{1}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\left(2; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 28. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. (2;3) hoặc (3;2).

B. (1;2) hoặc (2;1).

C. (-2;-3) hoặc (-3;-2).

D. (-1;-2) hoặc (-2;-1).

Lời giải

Chọn B.

Đặt $S = x + y, P = xy (S^2 - 4P \geq 0)$

Ta có :
$$\begin{cases} S + P = 5 \\ S^2 - P = 7 \end{cases} \Rightarrow S^2 - (5 - S) = 7 \Rightarrow S^2 + S - 12 = 0 \Rightarrow S = 3; S = -4$$

Khi $S = 3 \Rightarrow P = 2$ thì x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - 3X + 2 = 0 \Leftrightarrow X = 1; X = 2$

Khi $S = -4 \Rightarrow P = 9$ (loại)

Vậy hệ có nghiệm là (1;2) hoặc (2;1).

Câu 29. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x + y) = 28 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. (3;2), (2;3).

B. (-3;-7), (-7;-3).

C. (3;2); (-3;-7).

D. (3;2), (2;3), (-3;-7), (-7;-3).

Lời giải

Chọn D.

Đặt $S = x + y, P = xy (S^2 - 4P \geq 0)$

Ta có :
$$\begin{cases} S + P = 11 \\ S^2 - 2P + 3S = 28 \end{cases} \Rightarrow S^2 - 2(11 - S) + 3S = 28 \Rightarrow S^2 + 5S - 50 = 0 \Rightarrow S = 5; S = -10$$

Khi $S = 5 \Rightarrow P = 6$ thì x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow X = 2; X = 3$

Khi $S = -10 \Rightarrow P = 21$ thì x, y là nghiệm của phương trình

$X^2 + 10X + 21 = 0 \Leftrightarrow X = -3; X = -7$

Vậy hệ có nghiệm (3;2), (2;3), (-3;-7), (-7;-3).

Câu 30. Hệ phương trình $\begin{cases} x^3 = 3x + 8y \\ y^3 = 3y + 8x \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y)$ với $x \neq 0$ và $y \neq 0$ là :

A. $(-\sqrt{11}; -\sqrt{11}); (\sqrt{11}; \sqrt{11})$.

B. $(0; \sqrt{11}); (\sqrt{11}; 0)$.

C. $(-\sqrt{11}; 0)$.

D. $(\sqrt{11}; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^3 = 3x + 8y \\ y^3 = 3y + 8x \end{cases} \Rightarrow x^3 - y^3 = -5x + 5y \Rightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 + 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 + xy + y^2 + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi } x = y \text{ thì } x^3 - 11x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm\sqrt{11}$$

$$\text{Khi } x^2 + xy + y^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 + 5 = 0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}$$

Vậy hệ có nghiệm $(-\sqrt{11}; -\sqrt{11}); (\sqrt{11}; \sqrt{11})$.

Câu 31. Hãy chỉ ra các cặp nghiệm khác 0 của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 = 5x - 2y \\ y^2 = 5y - 2x \end{cases}$

A. (3;3).

B. (2;2);(3;1);(-3;6).

C. (1;1),(2;2),(3;3).

D. (-2;-2),(1;-2),(-6;3)

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 = 5x - 2y \\ y^2 = 5y - 2x \end{cases} \Rightarrow x^2 - y^2 = 7x - 7y \Rightarrow (x - y)(x + y - 7) = 0$$

$$\text{Khi } x = y \text{ thì } x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$$

$$\text{Khi } y = 7 - x \text{ thì } x^2 - 7x + 14 = 0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (3;3).

Câu 32. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases} \Rightarrow x^2 - y^2 + y - x = 0 \Rightarrow (x - y)(x + y - 1) = 0$$

$$\text{Khi } x = y \text{ thì } x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = 2$$

$$\text{Khi } y = 1 - x \text{ thì } x^2 - x + 7 = 0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $(-3; -3)$ và $(2; 2)$.

Câu 33. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 3x - y \\ y^2 = 3y - x \end{cases}$ có bao nhiêu cặp nghiệm $(x; y)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 = 3x - y \\ y^2 = 3y - x \end{cases} \Rightarrow x^2 - y^2 = 4x - 4y \Rightarrow (x - y)(x + y - 1) = 0$$

$$\text{Khi } x = y \text{ thì } x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$$

Khi $y = 4 - x$ thì $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(0;0), (2;2)$.

Câu 34. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = m^2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Hệ phương trình có nghiệm với mọi m .
- B. Hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow |m| \geq \sqrt{8}$.
- C. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow |m| \geq 2$.
- D. Hệ phương trình luôn vô nghiệm.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = m^2 \end{cases} \Rightarrow 4^2 - 2P = m^2 \Rightarrow P = \frac{16 - m^2}{2}$$

$$\Rightarrow S^2 - 4P = 16 - 2(16 - m^2) = 2m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow |m| \geq \sqrt{8}.$$

Câu 35. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ y^2 - x^2 = 16 \end{cases}$. Hệ thức biểu diễn x theo y rút ra từ hệ phương trình là ?

- A. $x = \frac{y-2}{2}$ hay $x = \frac{y+2}{2}$.
- B. $x = \frac{y-3}{2}$ hay $x = \frac{y+3}{2}$.
- C. $x = \frac{y-1}{2}$ hay $x = \frac{y+1}{2}$.
- D. $x = \frac{5}{13}y$ hay $x = \frac{3}{5}y$.

Lời giải

Chọn .

Ta có :

$$\begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ y^2 - x^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow 16(3x^2 - 4xy + 2y^2) = 17(y^2 - x^2) \Leftrightarrow 65x^2 - 64xy + 15y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (13x - 5y)(5x - 3y) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{13}y \text{ hay } x = \frac{3}{5}y.$$

Câu 36. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số m để hệ phương trình có nghiệm nguyên là :

- A. $m = 0, m = -2$.
- B. $m = 1, m = 2, m = 3$.
- C. $m = 0, m = 2$.
- D. $m = 1, m = -3, m = 4$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } D = m^2 - 1, D_x = m - 1, D_y = 2m^2 + m - 3$$

$$\text{Hệ phương trình có nghiệm } x = \frac{D_x}{D} = \frac{1}{m+1}, y = \frac{D_y}{D} = \frac{2m-1}{m+1}$$

Hệ phương trình có nghiệm nguyên khi $m = 0; m = -2$.

Câu 37. Các cặp nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình: $\begin{cases} |x| + 2|y| = 3 \\ 7x + 5y = 2 \end{cases}$ là :

A. $(1;1)$ hay $\left(\frac{11}{19}; \frac{23}{19}\right)$.

B. $(-1;-1)$ hay $\left(-\frac{11}{19}; \frac{23}{19}\right)$.

C. $(1;-1)$ hay $\left(-\frac{11}{19}; \frac{23}{19}\right)$.

D. $(-1;1)$ hay $\left(\frac{11}{19}; \frac{23}{19}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Khi $x, y \geq 0$ thì hệ trở thành $\begin{cases} x+2y=3 \\ 7x+5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-\frac{11}{9}; y=\frac{19}{9}$ (loại)

Khi $x, y < 0$ thì hệ trở thành $\begin{cases} -x-2y=3 \\ 7x+5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{19}{9}, y=\frac{-23}{9}$ (loại)

Khi $x \geq 0, y < 0$ thì hệ trở thành $\begin{cases} x-2y=3 \\ 7x+5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1; y=-1$ (nhận)

Khi $x < 0, y \geq 0$ thì hệ trở thành $\begin{cases} -x+2y=3 \\ 7x+5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-\frac{11}{19}; y=\frac{23}{19}$ (nhận)

Câu 38. Nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases} xy+x+y=5 \\ x^2y+y^2x=6 \end{cases}$ là:

A. $(1;2), (2;1)$.

B. $(0;1), (1; 0)$.

C. $(0; 2), (2;0)$.

D. $\left(2; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $S = x + y, P = xy (S^2 - 4P \geq 0)$

Ta có : $\begin{cases} P + S = 5 \\ PS = 6 \end{cases}$

$\Rightarrow S, P$ là nghiệm của phương trình $X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow X = 2; X = 3$

Khi $S = 2, P = 3$ (loại)

Khi $S = 3, P = 2$ thì x, y là nghiệm phương trình $X^2 - 3X + 2 = 0 \Leftrightarrow X = 1; X = 2$

Vậy nghiệm của hệ là $(1;2), (2;1)$.

Câu 39. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3xy = 12 \\ 2(x+y)^2 - y^2 = 14 \end{cases}$. Các cặp nghiệm dương của hệ phương trình là:

A. $(1;2), (\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

B. $(2;1), (\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

C. $\left(\frac{2}{3}; 3\right), \left(\sqrt{3}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right), \left(\frac{\sqrt{2}}{3}; \sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3xy = 12 \\ 2(x+y)^2 - y^2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3xy = 12 \\ 2x^2 + y^2 + 4xy = 14 \end{cases} \Rightarrow xy = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{x}$

$\Rightarrow 2x^2 + \frac{4}{x^2} + 6 = 12 \Leftrightarrow 2x^4 - 6x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1; x = \pm \sqrt{2}$

Vậy cặp nghiệm dương của hệ phương trình là $(1;2), (\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Câu 40. Hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3x = y^3 - 3y \\ x^6 + y^6 = 27 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn .

$$\text{Ta có : } x^3 - 3x = y^3 - 3y \Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2) - 3(x - y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi } x = y \text{ thì hệ có nghiệm } \left(\pm\sqrt{\frac{27}{2}}; \pm\sqrt{\frac{27}{2}} \right).$$

$$\text{Khi } x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 3 - xy, \text{ ta có}$$

$$x^6 + y^6 = 27 \Leftrightarrow (x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4) = 27 \Rightarrow (3 - xy)[(3 - xy)^2 - 3x^2y^2] = 27$$

$$\Leftrightarrow 3(xy)^3 + 27xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 0 \\ (xy)^2 = -9 \end{cases} \text{ (vô lí).}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 41. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + \sqrt{y-1} = 1 \\ 2y + \sqrt{x-1} = 1 \end{cases}$ có bao nhiêu cặp nghiệm $(x; y)$?

A. 1.

B. Vô nghiệm.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện : $x, y \geq 1$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 2x + \sqrt{y-1} = 1 \\ 2y + \sqrt{x-1} = 1 \end{cases} \Rightarrow 2x - 2y + \sqrt{y-1} - \sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow 2(x - y) + \frac{y - x}{\sqrt{y-1} + \sqrt{x-1}} = 0$$

$$\Rightarrow (x - y) \left(2 - \frac{1}{\sqrt{y-1} + \sqrt{x-1}} \right) = 0$$

$$\text{Khi } x = y \text{ thì } 2x + \sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x - 1 = (1 - 2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 5x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{Khi } \sqrt{y-1} + \sqrt{x-1} = \frac{1}{2} \text{ thì } 2x + 2y + \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow x + y = \frac{3}{4} \text{ (vô nghiệm vì } x, y \geq 1)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(0; 0)$.

Câu 42. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = m + 1 \\ x^2y + y^2x = 2m^2 - m - 3 \end{cases}$ và các mệnh đề :

(I) Hệ có vô số nghiệm khi $m = -1$.

(II) Hệ có nghiệm khi $m > \frac{3}{2}$.

(III) Hệ có nghiệm với mọi m .

Các mệnh đề nào đúng ?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Chỉ (III) .

D. Chỉ (I) và (III).

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Khi } m = -1 \text{ thì hệ trở thành } \begin{cases} x + y = 0 \\ x^2y + y^2x = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{hệ có vô số nghiệm} \Rightarrow \text{(I) đúng.}$$

Ta có: $\begin{cases} x + y = m + 1 \\ x^2y + y^2x = 2m^2 - m - 3 \end{cases} \Rightarrow xy(m+1) = 2m^2 - m - 3 \Rightarrow xy = 2m - 3$

$\Rightarrow S^2 - 4P = (m+1)^2 - 4(2m-3) = m^2 - 6m + 13 > 0, \forall m$ đúng.

Câu 43. Hệ phương trình $\begin{cases} 2xy + y^2 - 4x - 3y + 2 = 0 \\ xy + 3y^2 - 2x - 14y + 16 = 0 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. x bất kỳ, $y = 2$; $x = 1, y = 3$

B. $x = 3, y = 2$; $x = 3, y = -1$; $x = 2, y = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 5, y = 2$; $x = 1, y = 3$; $x = \frac{1}{2}, y = 2$.

D. $x = 4, y = 2$; $x = 3, y = 1$; $x = 2, y = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} 2xy + y^2 - 4x - 3y + 2 = 0 \\ xy + 3y^2 - 2x - 14y + 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2xy + y^2 - 4x - 3y + 2 = 0 \\ 2xy + 6y^2 - 4x - 28y + 32 = 0 \end{cases} \Rightarrow 5y^2 - 25y + 30 = 0$

$\Rightarrow y = 3; y = 2$

Khi $y = 3$ thì $x = 1$.

Khi $y = 2$ thì x tùy ý.

Câu 44. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2a + 1 \\ x^2 + y^2 = a^2 - 2a + 3 \end{cases}$. Giá trị thích hợp của tham số a sao cho hệ có nghiệm $(x; y)$ và tích $x.y$ nhỏ nhất là :

A. $a = 1$.

B. $a = -1$.

C. $a = 2$.

D. $a = -2$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $S = x + y, P = xy (S^2 - 4P \geq 0)$

Ta có: $\begin{cases} S = 2a + 1 \\ S^2 - 2P = a^2 - 2a + 3 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{3a^2 + 6a - 2}{2}$

Hệ phương trình có nghiệm khi $S^2 - 4P \geq 0 \Leftrightarrow (2a+1)^2 - 2(3a^2 + 6a - 2) \geq 0$

$\Leftrightarrow 5a^2 - 8a - 2 \geq 0$

$P = \frac{3}{2} \left(a^2 + 2a + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} \left((a+1)^2 - \frac{1}{2} \right) \geq -\frac{3}{4}$

Đẳng thức xảy ra khi $a = -1$ (nhận).

Câu 45. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (a+b)x + (a-b)y = 2 \\ (a^3 + b^3)x + (a^3 - b^3)y = 2(a^2 + b^2) \end{cases}$

Với $a \neq \pm b, ab \neq 0$, hệ có nghiệm duy nhất bằng :

A. $x = a + b, y = a - b$.

B. $x = \frac{1}{a+b}, y = \frac{1}{a-b}$.

C. $x = \frac{a}{a+b}, y = \frac{b}{a+b}$.

D. $x = \frac{a}{a-b}, y = \frac{b}{a-b}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $D = (a+b)(a^3 - b^3) - (a^3 + b^3)(a-b) = 2ab(a^2 - b^2)$

$D_x = 2(a^3 - b^3) - 2(a^2 + b^2)(a-b) = 2ab(a-b)$

$D_y = (a-b)2(a^2 + b^2) - 2(a^3 - b^3) = 2ab(a+b)$

Hệ có nghiệm $x = \frac{D_x}{D} = \frac{1}{a+b}; y = \frac{D_y}{D} = \frac{1}{a-b}$.

Câu 46. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 2x - y = 2 - a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất :

A. $a = 1$.

B. $a = -1$.

C. $a = \frac{1}{2}$.

D. $a = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} 2x - y = 2 - a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 4 - 2a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5-a}{5} \\ y = \frac{3a}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{5-a}{5}\right)^2 + \frac{9a^2}{25} = \frac{10a^2 - 10a + 25}{25} = \frac{1}{5}(2a^2 - 2a + 5) = \frac{1}{5}\left(\left(\sqrt{2}a - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{9}{2}\right) \geq \frac{9}{10}$

Đẳng thức xảy ra khi $a = \frac{1}{2}$.

Câu 47. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} mx - (m+1)y = 3m \\ x - 2my = m + 2 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$. Để hệ phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp

của tham số m là

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = -\frac{5}{2}$.

C. $m = \frac{2}{5}$.

D. $m = -\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $D = -2m^2 + m + 1, D_x = -5m^2 + 3m + 2, D_y = m^2 - m$

Hệ phương trình có nghiệm khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1; m \neq -\frac{1}{2}$

Nghiệm của hệ là $x = \frac{D_x}{D} = \frac{-5m+2}{-2m+1}; y = \frac{D_y}{D} = \frac{m}{-2m+1}$

Thế vào phương trình $x + 2y = 4$ ta được $\frac{-5m+2}{-2m+1} + \frac{2m}{-2m+1} = 4 \Leftrightarrow m = \frac{2}{5}$.

Câu 48. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} mx + (m+2)y = 5 \\ x + my = 2m + 3 \end{cases}$. Để hệ phương trình có nghiệm âm, giá trị cần tìm của tham số m là :

A. $m < 2$ hay $m > \frac{5}{2}$.

B. $2 < m < \frac{5}{2}$.

C. $m < -\frac{5}{2}$ hay $m > -2$.

D. $-\frac{5}{2} < m < -1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $D = m^2 - m - 2$, $D_x = -2m^2 - 2m - 6$, $D_y = 2m^2 + 3m - 5$

Hệ phương trình có nghiệm khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1; m \neq 2$

Hệ có nghiệm $x = \frac{-2m^2 - 2m - 6}{m^2 - m - 2}$, $y = \frac{2m^2 + 3m - 5}{m^2 - m - 2}$

Hệ phương trình có nghiệm âm khi $\begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m^2 + 3m - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases} \cap -\frac{5}{2} < m < 1$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m < -1$.

Câu 49. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 0 \\ x^2 - xy - y^2 + 3x + 7y + 3 = 0 \end{cases}$. Các cặp nghiệm $(x; y)$ sao cho x, y đều

là các số nguyên là :

A. $(2; -2), (3; -3)$.

B. $(-2; 2), (-3; 3)$.

C. $(1; -1), (3; -3)$.

D. $(-1; 1), (-4; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình (1) $\Leftrightarrow (x+y)(2x-y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ 2x = y \end{cases}$.

Trường hợp 1: $x = -y$ thay vào (2) ta được $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. Suy ra hệ phương trình

có hai nghiệm là $(1; -1)$, $(3; -3)$.

Trường hợp 2: $2x = y$ thay vào (2) ta được $-5x^2 + 17x + 3 = 0$ phương trình này không có nghiệm nguyên.

Vậy các cặp nghiệm $(x; y)$ sao cho x, y đều là các số nguyên là $(1; -1)$ và $(3; -3)$.

Câu 50. Nếu $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = 1 \\ y - 4xy = 2 \end{cases}$. Thì xy bằng bao nhiêu ?

A. 4.

B. -4.

C. 1.

D. Không tồn tại giá trị của xy .

Lời giải

Chọn D.

Ta có : (1) $\Leftrightarrow x^2 - 4xy + y^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} (x-y)^2 = 1 + 2xy \\ (x+y)^2 = 1 + 6xy \end{cases}$.

(2) $\Leftrightarrow y - 4xy = 2 \Leftrightarrow (x+y) - (x-y) - 8xy - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x+y) - (x+y)^2 - (x-y) - (x-y)^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x+y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x-y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0$ không có

giá trị của x, y thỏa nên không tồn tại xy .