

CHUYÊN ĐỀ : HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phần 1: Các hàm số lượng giác

1. Mọi liên hệ giữa tập xác định với các hàm số

1.1. Hàm liên quan tới sin và cosin.

1.2. Hàm liên quan tới tan và cotan.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\tan x + 1}$ là :

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

1.3. Hàm hỗn hợp và dùng kĩ thuật đánh giá hoặc sử dụng các công thức biến đổi.

2. Mọi liên hệ giữa các hàm số và bảng biến thiên của chúng (3 câu)

• Nhận dạng từ đồ thị.

• Từ bảng biến thiên suy ra tính đơn điệu.

3. Mọi quan hệ giữa các hàm số và tính chẵn lẻ.

4. Mọi quan hệ giữa các hàm số và tính tuần hoàn, chu kì.

5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số lượng giác

5.1. Hàm số đánh giá dựa vào đk hoặc tập giá trị.

5.2. Đặt ẩn phụ đưa về hàm số bậc 2.

6. Ứng dụng phép tịnh tiến, đối xứng tâm vào vẽ đồ thị hàm số.

7. Câu hỏi khác.

Phần 2: Phương trình lượng giác cơ bản

1. Mọi liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\sin x = m$.

Câu 2: Nghiệm phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Nghiệm phương trình $2\sin 2x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Nghiệm phương trình $2\sin(x + 30^\circ) + 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = -30^\circ + k360^\circ \\ x = 210^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = -60^\circ + k360^\circ \\ x = 120^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = -60^\circ + k180^\circ \\ x = 210^\circ + k180^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = -60^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

2. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\cos x = m$.

Câu 5: Nghiệm phương trình $2\cos x + 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 6: Nghiệm phương trình $2\cos 2x - \sqrt{3} = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 7: Phương trình $2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k2\pi; x = -\beta + k2\pi; (0 \leq \alpha, \beta \leq \pi)$. Khi đó $\alpha + \beta$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{5\pi}{6}$.

3. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình có sự biểu diễn qua lại giữa sin và cosin.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin\left(3x - \frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $x = \frac{25\pi}{72} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{13\pi}{24} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = -\frac{25\pi}{72} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\cos 2x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

4. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\tan x = m$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là:

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\cot(2x) = \frac{1}{4}$ là:

A. $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{8}\right) + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x \in \emptyset$.

D. $x = \frac{1}{2} \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 22: Nghiệm phương trình $3\cot x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 23: Nghiệm phương trình $\sqrt{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

6. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình có sự biểu diễn qua lại giữa tan và cot.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \tan x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 25: Nghiệm của phương trình $\tan 2x - \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có dạng $x = \frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m} (k \in \mathbb{Z})$. Khi đó n.m bằng

A. 8.

B. 32.

C. 36.

D. 12.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **D.**

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

7. Mối quan hệ giữa nghiệm của phương trình lượng giác thuộc khoảng đoạn cho trước và phương trình.

Câu 27: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6}$.

B. $x = \frac{5\pi}{6}$

C. $x = \frac{13\pi}{6}$.

D. Cả A và B đều đúng

Câu 28: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $x \in [\pi; 2\pi]$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 29: Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ với $x \in (\pi; 8\pi)$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 30: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ với $x \in [0; \pi]$ là:

Câu 36: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 + \cos 3x + \sin x}{\cos \frac{x}{2} + \cos(2x - 30^\circ)}$ là :

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\{84^\circ + k72^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{132^\circ + k240^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \right)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\{28^\circ + k144^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{134^\circ + k120^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \right)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\{84^\circ + k144^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{140^\circ + k240^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \right)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\{84^\circ + k72^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{140^\circ + k360^\circ | k \in \mathbb{Z}\} \right)$.

10. Câu hỏi khác.

Câu 37: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x + \cos x = m$ có nghiệm

A. $[-1; 1]$.

B. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

C. $m \in [0; 1]$.

D. $m \in [1; \sqrt{2}]$.

Câu 38: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x = m$ có nghiệm

A. $m \in [-2; 2]$.

B. $m \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

C. $m \in [0; 1]$.

D. $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Phần 3: Một số dạng phương trình lượng giác cơ bản

1. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất với 1 hàm số lượng giác

• Hàm sin.

• Hàm cosin.

• Hàm tan.

• Hàm cot.

2. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc hai với 1 hàm số lượng giác

• Hàm sin: Dùng thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 39: Nghiệm phương trình $\sin^2 x + 3\sin x + 2 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin(-2) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(-2) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin(-2) + k2\pi \\ x = -\arcsin(-2) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 40: Nghiệm phương trình $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin(-3) + k2\pi \\ x = -\arcsin(-3) + k2\pi \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin(-3) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(-3) + k2\pi \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 41: Phương trình $6\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$ có các họ nghiệm có dạng : $x = \frac{\pi}{m} + k2\pi$; $x = \frac{5\pi}{n} + k2\pi$;

•Hàm tan: Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 49: Phương trình $\sqrt{3} \cdot \tan^2 x - 2 \tan x - \sqrt{3} = 0$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k\pi$; $x = \beta + k\pi$; $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó α, β là:

- A. $-\frac{\pi^2}{12}$. B. $-\frac{\pi^2}{18}$. C. $\frac{\pi^2}{18}$. D. $\frac{\pi^2}{12}$.

Câu 50: Nghiệm phương trình $\tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(3) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(3) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 51: Nghiệm phương trình $\frac{1}{\cos^2 x} - 2 \tan x - 4 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(3) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-3) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

•Hàm cot: Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 52: Nghiệm phương trình $\sqrt{3} \cot^2 x - 2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 53: Phương trình $\cot^2 x + (\sqrt{3} - 1) \cot x - \sqrt{3} = 0$ có hai họ nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = -\alpha + k\pi$; $\left(\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)\right)$. Khi đó $2\alpha + \frac{\pi}{3}$ bằng:

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. π . C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 54: Nghiệm phương trình $\cot^2 x + 2 \cot x - 3 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \operatorname{arccot}(-3) + k\pi \end{cases}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-3) + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-3) + k\pi \end{cases}$.

Câu 55: Nghiệm phương trình $\frac{1}{\sin^2 x} + \sqrt{3} \cot x - 1 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

• Hàm mở rộng hỗn hợp giữa các hàm (1 câu).

3. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc 3 với 1 hàm số lượng giác

• Hàm sin Dùng công thức nhân đôi, nhân 3, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 56: Nghiệm phương trình $\sin^3 x + \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **C.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **D.**

$x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 57: Phương trình $\sin^3 x + \sin^2 x + 2\sin x = 0$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác:

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 58: Phương trình $\sin 3x + \cos 2x + \sin x + 1 = 0$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác:

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 59: Phương trình $\sin 2x \cdot \cos x = \cos 2x + \sin x$ có 2 họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi, x = \beta + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

Khi đó $\alpha + \beta$ bằng:

A. $\frac{3\pi}{4}.$ **B.** $\frac{\pi}{3}.$ **C.** $\frac{\pi}{4}.$ **D.** $\frac{\pi}{2}.$

Câu 60: Số nghiệm phương trình $5\sin x - 2 = 3(1 - \sin x)\tan^2 x$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

• Hàm cosin Dùng công thức nhân đôi, nhân 3; các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 61: Nghiệm phương trình $2\cos^3 x + \cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \arccos(-2) + k2\pi \\ x = -\arccos(-2) + k2\pi \end{cases}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu 62: Số nghiệm phương trình $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 63: Nghiệm phương trình $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 64: Số nghiệm phương trình $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$ với $x \in [0; 14]$ là:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

•Hàm tan: Dùng công thức nhân đôi, nhân 3 các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 65: Nghiệm phương trình $\tan^3 x - \sqrt{3}\tan^2 x + \tan x - \sqrt{3} = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$ B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 66: Nghiệm phương trình $\tan^3 x + \frac{1}{\cos^2 x} - 3 \tan x - 4 = 0$ là:

- A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

 C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

•Hàm cot: Dùng công thức nhân đôi, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 67: Phương trình $4 \cot^3 x - \frac{9}{\sin^2 x} - \cot x + 15 = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$ B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \operatorname{arccot}(2) + k2\pi \\ x = \operatorname{arccot}\left(-\frac{3}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$$

 C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(2) + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}\left(-\frac{3}{4}\right) + k\pi \end{cases}$$
 D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

4. Ứng dụng hàm số bậc hai vào tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số.

Câu 68: Giá trị lớn nhất (M), giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số $y = \sin^2 x + 2 \sin x + 4$ là:

- A. $M = 4; m = 3.$ B. $M = 7; m = 3.$ C. $M = 4; m = 3.$ D. $M = 7; m = 4.$

Câu 69: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 2x + 2 \cos x - 3$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. $-\frac{9}{2}.$ B. $-4.$ C. $-\frac{17}{2}.$ D. $0.$

- Câu 70:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x + \cos x + 2$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng
- A. $\frac{25}{4}$. B. 4. C. $\frac{17}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.
- Câu 71:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin x \cdot \cos x + 2$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng
- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{49}{8}$. C. 5. D. $\frac{41}{8}$.
- Câu 72:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin x \cdot \cos x + 2$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng
- A. 3. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.
- Câu 73:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x + \sin x + 2$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ lần lượt là M, m . Khi đó giá trị $M \cdot m - M$ bằng
- A. 14. B. 2. C. 4. D. 12.

5. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx và ứng dụng

5.1. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.

- Câu 74:** Nghiệm phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ là:
- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 75:** Phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?
- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.
- Câu 76:** Số nghiệm phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$ với $x \in [0; \pi]$ là:
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 77:** Nghiệm phương trình $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin x$ là:
- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 78:** Nghiệm phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ là:
- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 79: Nghiệm phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k2\pi$; $x = \beta + k2\pi$, $(-\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2})$. Khi đó $\alpha \cdot \beta$ là:

A. $-\frac{\pi^2}{12}$.

B. $-\frac{5\pi^2}{144}$.

C. $\frac{5\pi^2}{144}$.

D. $\frac{\pi^2}{12}$.

Câu 80: Nghiệm phương trình $\cos(\frac{\pi}{2} + 2x) - \sqrt{3} \cos(\pi - 2x) = 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 81: Nghiệm phương trình $\cos 2x + \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 2x)$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 82: Nghiệm phương trình $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm.

Câu 83: Với giá trị nào của m thì phương trình: $\sin x + m \cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm:

A.
$$\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$$

B. $-2 \leq m \leq 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D.
$$\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 84: Với giá trị nào của m thì phương trình: $m \sin 2x + (m + 1) \cos 2x + 2m - 1 = 0$ có nghiệm:

A.
$$\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

B. $0 \leq m \leq 3$.

C. $0 < m < 3$.

D.
$$\begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases}$$

Câu 85: Giá trị của m để phương trình: $m \sin x + (m - 1) \cos x = 2m + 1$ có nghiệm là $-\alpha \leq m \leq \beta$. Khi đó tổng $\alpha + \beta$ bằng:

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 8.

Câu 86: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m+2)\sin 2x + m\cos^2 x = m-2 + m\sin^2 x$ có nghiệm:

- A. $-8 < m < 0$. B. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -8 \end{cases}$. C. $-8 \leq m \leq 0$. D. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -8 \end{cases}$.

5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN.

Câu 87: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + 1$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. $2 + \sqrt{3}$. B. -3 . C. 2 . D. 4 .

Câu 88: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ lần lượt là M, m . Khi đó tích $M.m$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 0 . C. -1 . D. -2 .

Câu 89: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (\sin x - \cos x)^2 + 2\cos 2x + 3\sin x \cos x$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. 2 . B. $\sqrt{17}$. C. $-\frac{13}{4}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

Câu 90: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x + \cos x + 3}{-\sin x + 2\cos x + 4}$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{24}{11}$. D. $\frac{20}{11}$.

6. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc hai

6.1. Dạng phương trình $a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = 0$.

Câu 91: Nghiệm phương trình $\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-3) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan 3 + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 92: Nghiệm phương trình $3\sin^2 x - \sin x \cos x - 4\cos^2 x = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{4}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{4}{3}\right) + k\pi \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) + k\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$.

Câu 93: Nghiệm phương trình $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + k\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$.
- C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 94: Nghiệm phương trình $-4\sin^2 x + 6\sqrt{3}\sin x \cos x - 6\cos^2 x = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k2\pi \end{cases}$$

Câu 95: Phương trình $2\sin^2 x + 3\cos^2 x = 5\sin x \cos x$ có 2 họ nghiệm có dạng $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$); a, b nguyên dương, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó $a + b$ bằng?

- A. 11. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 96: Nghiệm phương trình $6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$$

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 97: Phương trình $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 4$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 98: Nghiệm phương trình $(\sqrt{3} + 1)\sin^2 x - 2\sin x \cos x - (\sqrt{3} - 1)\cos^2 x = 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 99: Phương trình $\sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x \cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 1$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k\pi$, $x = \beta + k\pi$. Khi đó $\alpha + \beta$ là:

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $-\frac{\pi}{2}$.

Câu 100: Nghiệm phương trình $4\sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin(x + \pi)\cos x + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos(x + \pi) = 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

7. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc ba.

Câu 101: Nghiệm phương trình $2\sin^3 x + 4\cos^3 x = 3\sin x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-2) + k2\pi \end{cases}$$

Câu 102: Nghiệm phương trình $4\cos^3 x + 2\sin^3 x - 3\sin x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 103: Phương trình $\cos^3 x - 4\sin^3 x - 3\cos x \sin^2 x + \sin x = 0$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 6.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Câu 104: Nghiệm phương trình $2\cos^3 x = \sin 3x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-2) + k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 105: Nghiệm phương trình $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x = \sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{3}\sin^2 x \cdot \cos x$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 106: Số nghiệm phương trình $2\cos^3 x = \sin x$ với $x \in [0; 2\pi]$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

8. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đối xứng.

Câu 107: Nghiệm phương trình $2 + \sin 2x + 2(\sin x + \cos x) = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 108: Nghiệm phương trình $\cos x + \sin x + \cos x \cdot \sin x = 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 109: Phương trình $(1 - \sin x \cos x)(\sin x + \cos x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ có các họ nghiệm có dạng:

$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin(m) + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin(m) + k2\pi$. Khi đó giá trị của m là:

A. $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$.

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$ hoặc $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$.

D. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ hoặc $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

Câu 110: Nghiệm phương trình $2\sin 2x - 2(\sin x + \cos x) + 1 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 111: Phương trình $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 112: Nghiệm phương trình $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x \cdot \sin x + 1 = 0$ là:

A. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 113: Nghiệm phương trình $(1 + \sin^2 x) \cos x + (1 + \cos^2 x) \sin x = 1 + \sin 2x$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

Câu 114: Nghiệm phương trình $3(\sin x + \cos x) + 2\sin 2x + 3 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases}$$

9. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bán đối xứng.

Câu 115: Nghiệm phương trình $\sin x - \cos x + 4\sin x \cos x + 1 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 116: Phương trình $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$ có hai họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$; $x = \beta + k2\pi$ ($\alpha, \beta \in [0; \pi]$). Khi đó $\alpha + \beta$ là:

A. π . B. $\frac{5\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{4}$. D. $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 117: Số nghiệm phương trình $\sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 118: Số nghiệm phương trình $(1 + \sqrt{2})(\sin x - \cos x) + 2\sin x \cos x = 1 + \sqrt{2}$ với $x \in [0; 2\pi]$ là:

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

10. Phương trình tích cơ bản

10.1. Chứa nhân tử là $\sin x$ hoặc $\cos x$ của x .

Câu 119: Nghiệm phương trình $\sin 2x - \sin x = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 139: Phương trình $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x)\sin(x + \frac{\pi}{4})}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x$ có 2 họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$, $x = \beta + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Khi đó $|\beta - \alpha|$ bằng:

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 140: Số nghiệm phương trình $\frac{(1 + \cos 2x + \sin 2x)\cos x + \cos 2x}{1 + \tan x} = \cos x$ với $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 141: Nghiệm phương trình $\frac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + 2\sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3}$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 142: Phương trình $2\cos 2x + \sin x = \sin 3x$ có 2 họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$, $x = \beta + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Khi đó $\alpha + \beta$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 143: Phương trình $(1 - \sin x)\sin^2 x - (1 + \cos x)\cos^2 x = 0$ có 3 họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k2\pi$, $x = \beta + k2\pi$, $x = \gamma + k\pi$. Khi đó tổng $\alpha + \beta + \gamma$ bằng:

- A. $\frac{5\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{2}$. D. $\frac{7\pi}{4}$.

Câu 144: Nghiệm phương trình $\sin 3x + (1 - \cos x)\cos 2x = (\sin x + 2\cos x)\sin 2x$ là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 145: Số nghiệm phương trình $2\sin 2x - \cos 2x = 7\sin x + 2\cos x - 4$ với $x \in (0; \pi)$ là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 146: Phương trình $\sin 3x + 2\cos 2x = 3 + 4\sin x + \cos x(1 + \sin x)$ có 2 họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$, $x = \beta + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Khi đó $|\beta - \alpha|$ bằng:

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 147: Nghiệm phương trình $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 148: Phương trình $\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 1 = 0$ có 2 họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$, $x = \beta + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Khi đó giá trị $|\beta - \alpha|$ bằng:

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{5\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 149: Số nghiệm phương trình $\cos 2x + \frac{\sin 3x - \cos 3x}{2 \sin 2x - 1} = \sin x + 4 \sin^2 \frac{x}{2} - 4$ với $x \in [0; \pi]$ là:

- A. 4. B. 1. C. 1. D. 3.

Câu 150: Phương trình $\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 2 \sin^2 x}{1 + \cot^2 x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[\sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) - \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) \right]$ có 2 họ nghiệm có dạng: $x = \alpha + k\pi$, $x = \beta + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). Khi đó giá trị $\beta + \alpha$ bằng:

- A. $\frac{3\pi}{8}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{12}$.

Câu 151: Phương trình $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 152: Phương trình $\frac{1}{\cos^2 x} - \left(\cos x + \sin x \cdot \tan \frac{x}{2} \right) = \frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right)}{\cos x}$ có 2 họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$, $x = \beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Khi đó giá trị $\beta + \alpha$ bằng:

- A. $\frac{5\pi}{6}$. B. $\frac{5\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

12. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác đối xứng với tan và cot.

Câu 153: Phương trình $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A. 6. B. 5. C. 2. D. 4.

Câu 154: Số nghiệm phương trình $2(\tan^2 x + \cot^2 x) + 5(\tan x + \cot x) + 6 = 0$ với $x \in [0; \pi]$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 155: Số nghiệm phương trình $\tan^2 x + \cot^2 x = \frac{1}{2}(\tan x + \cot x) + 1$ với $x \in (0; 2\pi)$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 156: Nghiệm phương trình $(\tan x + 7)\tan x + (\cot x + 7)\cot x = -14$ là:

- | | |
|---|---|
| <p>A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{1}{2} \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$</p> | <p>B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$</p> |
|---|---|

16. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ).

17. Mối quan hệ giữa nghiệm và một số phương trình lượng giác qua các kì thi ĐH.

18. Câu hỏi khác.

Câu 163: Số nghiệm phương trình $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.