

CHUYÊN ĐỀ : HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phần 1: Các hàm số lượng giác

1. Mối liên hệ giữa tập xác định với các hàm số

1.1. Hàm liên quan tới sin và cosin.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\cos x}{3 - 2\sin x}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin x + 2}{\cos x + 1}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

A. $x \neq k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x \neq k\pi$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

A. $x \neq k2\pi$.

B. $x \neq \pi + k2\pi$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 7: Tập giá trị của hàm số $y = \sin x - 3$ là:

A. $[-4; -2]$.

B. $[-3; 1]$.

C. $[-2; 2]$.

D. $[-4; 2]$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x \neq \pi + k2\pi$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{2}}{\sin x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1-3\cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{k\pi}{2}$. B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. C. $x \neq k\pi$. D. $x \neq k2\pi$.

Câu 11: Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

A. $x \neq k\pi$. B. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x \neq k2\pi$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{2\sin x - \sqrt{3}}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

1.2. Hàm liên quan tới tan và cotan.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = 1 - \tan 2x$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{1 - \tan x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 16: Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan x$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$. B. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi$. C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. \mathbb{R} .

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 19: Hàm số $y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi:

A. $x \neq \frac{\pi}{18} + k \frac{\pi}{3}$.

B. $x \neq \frac{\pi}{9} + k \frac{\pi}{3}$.

C. $x \neq \frac{2\pi}{9} + k \frac{\pi}{3}$.

D. $x \neq \frac{\pi}{9} + k \frac{2\pi}{3}$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi$.

B. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k \frac{\pi}{2}$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x \neq \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{2}$.

Câu 21: Tìm TXĐ của hàm số $y = \tan x$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \cot 2x$ là (với $k \in \mathbb{Z}$):

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{4} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2} \right\}$.

Câu 23: Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là:

A. $T = [-2; 2]$.

B. $T = \mathbb{R}$.

C. $T = \mathbb{Q}$.

D. $T = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

1.3. Hàm hỗn hợp và dùng kĩ thuật đánh giá hoặc sử dụng các công thức biến đổi.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 \sin x + 1}{\tan x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$.

B. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

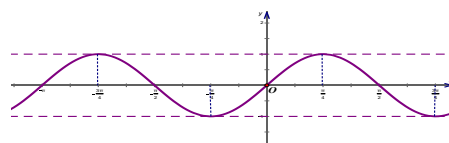
C. $x \neq \frac{-\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$.

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

2. Mối liên hệ giữa các hàm số và bảng biến thiên của chúng (3 câu)

• Nhận dạng từ đồ thị.

Câu 26: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \sin 2x$.

B. $y = \cot 2x$.

C. $y = \tan 2x$.

D. $y = \cos 2x$.

• Từ bảng biến thiên suy ra tính đơn điệu.

3. Mối quan hệ giữa các hàm số và tính chẵn lẻ.

Câu 27: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y = |\sin 5x| \cos 2x$. **B.** $y = \cos 3x \tan 2x$. **C.** $y = x \cos 3x$. **D.** $y = \cot x \cdot \cos 2x$.

Câu 28: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x + \cos 3x$. **B.** $y = \cos x \cdot \cos 3x$. **C.** $y = \sin x \cdot \sin 3x$. **D.** $y = \sin x + \sin 3x$.

Câu 29: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 2x$. **B.** $y = \cos 3x$. **C.** $y = \cot 4x$. **D.** $y = \tan 5x$.

Câu 30: Hàm số $y = \sin x \cos^3 x$ là

A. Hàm số chẵn. **B.** Hàm số lẻ.
C. Hàm số không chẵn. **D.** Hàm số không lẻ.

Câu 31: Hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $y = \cos\left(x + \frac{x}{2}\right)$. **C.** $y = \sin 2x$. **D.** $y = \tan x - \sin 2x$.

Câu 32: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ:

A. $y = \cot 3x$. **B.** $y = |\tan x|$. **C.** $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. **D.** $y = \sin x + \cos x$

Câu 33: Tìm hàm số chẵn

A. $y = \sin x$. **B.** $y = \cot x$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = \tan x$.

Câu 34: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ:

A. $y = \sin x + \cos x$. **B.** $y = \cot 3x$. **C.** $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. **D.** $y = |\tan x|$.

4. Mối quan hệ giữa các hàm số và tính tuần hoàn, chu kì.

Câu 35: Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ

A. $T = \frac{\pi}{2}$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = 2\pi$. **D.** $T = -\frac{\pi}{2}$.

5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số lượng giác

5.1. Hàm số đánh giá dựa vào đk hoặc tập giá trị.

Câu 36: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x - 1$ lần lượt là:

A. -1 và 1 . **B.** 1 và 3 . **C.** -3 và -1 . **D.** -3 và 1 .

Câu 37: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 + \sqrt{3 + \cos x}$ lần lượt là:

A. $\sqrt{2}$ và 3 . **B.** $1 + \sqrt{2}$ và 3 . **C.** 2 và 3 . **D.** 1 và $1 + \sqrt{2}$.

Câu 38: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 - 3 \sin 2x$ lần lượt là:

A. 1 và 5 . **B.** -1 và 5 . **C.** 1 và 4 . **D.** -1 và 4 .

Câu 39: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \cos^2 x + 1$ lần lượt là:

A. 1 và 4 . **B.** -1 và 4 . **C.** 0 và 3 . **D.** 0 và 4 .

Câu 40: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \sin^4 x + \cos^4 x$.

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 41: Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin 2x + 3$ là

A. $[0; 1]$. **B.** $[2; 3]$. **C.** $[-2; 3]$. **D.** $[1; 5]$.

Câu 42: Khi x thay đổi trong nửa khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ thì $y = \cos x$ lấy mọi giá trị thuộc

A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. **B.** $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$.

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; -\frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}; -\frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

9. Tìm tập xác định hàm số chứa phương trình lượng giác cơ bản.

Câu 65: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \cot^2 2x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 66: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

10. Câu hỏi khác.

Câu 67: Phương trình $2\sin 2x - \sqrt{3} = 0$ có tập nghiệm trong $[0; 2\pi]$ là:

A. $T = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}$.

B. $T = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right\}$.

C. $T = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{6}; \frac{4\pi}{3} \right\}$.

D. $T = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$.

Câu 68: Phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$ có nghiệm dương nhỏ nhất là:

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{5\pi}{6}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 69: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\sin x + 3 = 0$.

B. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

C. $\tan x + 3 = 0$.

D. $3\sin x - 2 = 0$.

Câu 70: Trên đường tròn lượng giác, hai cung có cùng điểm ngọn là:

A. $-\frac{\pi}{4}$ và $\frac{3\pi}{4}$.

B. π và $-\pi$.

C. $\frac{3\pi}{4}$ và $-\frac{3\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2}$.

Phần 3: Một số dạng phương trình lượng giác cơ bản

1. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất với 1 hàm số lượng giác

• Hàm sin.

Câu 71: Phương trình $\cos^2 x - 3\sin x + 3 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\sin^2 x - 3\sin x - 4 = 0$.

B. $\sin^2 x + 3\sin x + 4 = 0$.

C. $\sin x - 1 = 0$.

D. $\cos x = 0$.

Câu 72: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai

A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.

C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 73: Phương trình: $\sin 2x = \frac{-1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa mãn: $0 < x < \pi$

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 74: Phương trình: $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ là:

A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{6}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 75: Phương trình: $\sin\left(\frac{2x}{3} - 60^\circ\right) = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{5\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$.

B. $x = k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$.

Câu 76: Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 77: Giải phương trình $\sin(x-2) = 1$

A. $x = 2 + \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = 2 + \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 78: Nghiệm của phương trình: $\sin x(2\cos x - \sqrt{3}) = 0$ là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

Câu 79: Phương trình $\sin 4x - \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 80: Số nghiệm của phương trình: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 5\pi$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

•Hàm cosin.

Câu 81: Phương trình $2\cos x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{4\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 82: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 83: Phương trình: $\cos 2x = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = k\pi$.

C. $x = k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 84: Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là:

A. $x = k2\pi$.

B. $x = k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 85: Giải phương trình $\sin(x - \sqrt{2}) - 1,01 = 0$. Kết luận đúng về các nghiệm của phương trình là:

A. $\begin{cases} x = \arcsin(1,01) + \sqrt{2} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin(1,01) + \sqrt{2} + k2\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1,01 + \sqrt{2} + k2\pi \\ x = \pi - 1,01 + \sqrt{2} + k2\pi \end{cases}$

C. $x = \pm \arcsin(1,01) + \sqrt{2} + k2\pi$.

D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 86: Phương trình: $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 87: Phương trình lượng giác: $\cos 3x = \cos 12^\circ$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{15} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}$.

C. $x = \frac{-\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}$.

D. $x = \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}$.

Câu 88: Phương trình $2\cos x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{4\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 89: Giải phương trình lượng giác: $2\cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k4\pi$.

C. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi$.

D. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 90: Giải phương trình $\cos(2x - 30^\circ) = \frac{1}{2}$

A. $x = 45^\circ + k180^\circ, x = -15^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + 15^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 45^\circ + k360^\circ, x = -15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 91: Phương trình $1 + 2\cos 2x = 0$ có nghiệm ($k \in \mathbb{Z}$)

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} \pm k\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

•Hàm tan.

Câu 92: Phương trình $3\tan \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 93: Giải phương trình $\tan(2x + 45^\circ) + 1 = 0.$

A. $x = -45^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = k90^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -45^\circ + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 94: Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 95: Phương trình $\tan x = 1$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right).$

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

•Hàm cot.

Câu 96: Phương trình $\sqrt{3} \cot\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

2. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc hai với 1 hàm số lượng giác

•Hàm sin: Dùng thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 97: Giải phương trình $4\sin^2 x = 3$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{R}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 98: Giải phương trình $\frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos x}.$

A. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 99: Nghiệm của phương trình $1 - 5\sin x + 2\cos^2 x = 0$ là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 100: Phương trình $2\sin x + 1 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 101: Nghiệm của phương trình lượng giác: $\sin^2 x - 2\sin x = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 102: Phương trình $2\cos^2 x + 3\sin x = 0$ có nghiệm dương nhỏ nhất bằng:

- A. $\frac{5\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{7\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 103: Giải phương trình $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$ ta được nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 104: Tìm m để phương trình $\cos^2 x - \sin x + m = 0$ có nghiệm

- A. $m \leq -\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4} \leq m \leq 1$. C. $-\frac{5}{4} \leq m \leq -1$. D. $-\frac{1}{4} \leq m \leq 1$.

Câu 105: Giải phương trình $1 - 5\sin x + 2\cos^2 x = 0$

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 106: Giải phương trình $\sin^2 x + \sin^2 3x = \cos^2 x + \cos^2 3x$

- A. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 107: Phương trình $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ có tập nghiệm là.

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

• **Hàm cosin :** Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 108: Giải phương trình $\cos^2 x - 2\cos x - 3 = 0$ ta có nghiệm là:

- A. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 109: Giải phương trình $\cos 2x + 3\sin x - 2 = 0$ ta có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.
- C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 110: Phương trình $3 - 4\cos^2 x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. B. $\cos 2x = \frac{1}{2}$. C. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. D. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$.

Câu 111: Phương trình lượng giác: $\cos^2 x + 2\cos x - 3 = 0$ có nghiệm là ($k \in \mathbb{Z}$):

A. $x = k\pi$. B. $x = k2\pi$. C. Vô nghiệm. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 112: Tìm m để phương trình $\cos 2x - (2m - 1)\cos x - m + 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $0 < m \leq 1$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $0 \leq m < 1$. D. $-1 < m \leq 0$.

• **Hàm tan:** Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

• **Hàm cot:** Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

• Hàm mở rộng hỗn hợp giữa các hàm (1 câu).

3. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc 3 với 1 hàm số lượng giác

• **Hàm sin** Dùng công thức nhân đôi, nhân 3, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 113: Phương trình $\sin^2 x + 2\sin x = 4\cos x + \sin 2x$ tương đương với phương trình:

A. $\sin x + 2\cos x = 0$. B. $\tan x = 2$.
C. $\sin x = \frac{1}{2}$. D. $(2\sin x + 1)(\sin x - \cos x) = 0$.

• **Hàm cosin** Dùng công thức nhân đôi, nhân 3; các hằng đẳng thức lượng giác.

• **Hàm tan:** Dùng công thức nhân đôi, nhân 3 các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 114: Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là:

A. vô nghiệm. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

• **Hàm cot:** Dùng công thức nhân đôi, các hằng đẳng thức lượng giác.

4. Ứng dụng hàm số bậc hai vào tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số.

Câu 115: Cho hàm số $y = \sqrt{5\sin^2 x + 1} + \sqrt{5\cos^2 x + 1}$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số lần lượt là:

A. 2 và $2\sqrt{6}$. B. $1 + \sqrt{6}$ và $2\sqrt{6}$. C. $1 + \sqrt{6}$ và $\sqrt{14}$. D. 0 và $2\sqrt{6}$.

5. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ và ứng dụng

5.1. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

Câu 116: Giải phương trình $\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 1$ ta có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{7\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{7\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 117: Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 118: Số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 119: Phương trình: $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{3}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = 30^\circ + k180^\circ \\ x = 90^\circ + k180^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 120: Nghiệm của phương trình: $\sin x + \cos x = 1$ là:

A. $x = k2\pi.$ B. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}.$ C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$

Câu 121: Phương trình nào sau đây có nghiệm trên tập số thực?

A. $\sin x - \cos x = 1.$ B. $\sin 2x - \cos 2x = 3.$
 C. $\cos x - \sin x = 5.$ D. $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = -4.$

Câu 122: Phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ có tập nghiệm là.

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$ B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$
 C. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$ D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 123: Phương trình: $\sqrt{3} \cdot \sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}.$ B. $\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}.$
 C. $\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\pi}{6}.$ D. $\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}.$

Câu 124: Phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$ có nghiệm dương nhỏ nhất là:

A. $\frac{\pi}{3}.$ B. $\frac{2\pi}{3}.$ C. $\frac{\pi}{6}.$ D. $\frac{5\pi}{6}.$

5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm.

Câu 125: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $m \sin x + (m-1) \cos x - m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. $0 \leq m \leq 4.$ B. $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq 0 \end{cases}.$ C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}.$ D. $0 < m < 4.$

Câu 126: Điều kiện để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

A. $-4 \leq m \leq 4.$ B. $m \geq 4.$ C. $m \geq \sqrt{34}.$ D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}.$

Câu 127: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\frac{\cos x - m}{\sin x} = 0$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R}.$ B. $m \in [-1; 1].$ C. $m \in (-1; 1).$ D. $m \neq \pm 1.$

Câu 128: Với giá trị nào của m thì phương trình $3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = m + 2$ có nghiệm?

A. $m < 0.$ B. $m > 0.$ C. $0 \leq m \leq 1.$ D. $-1 \leq m \leq 0.$

Câu 129: Điều kiện để phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm là

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. B. $m > 4$. C. $m < -4$. D. $-4 < m < 4$.

Câu 130: Điều kiện để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

- A. $m \geq 4$. B. $m \geq \sqrt{34}$. C. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. D. $-4 \leq m \leq 4$.

Câu 131: Điều kiện để phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm là

- A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $m > 4$. D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Câu 132: Điều kiện để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $m \geq 4$. C. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. D. $m \geq \sqrt{34}$.

Câu 133: Tìm m để phương trình $2 \sin x + m \cos x = 1 - m$ có nghiệm

- A. $m \geq -\frac{3}{2}$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $m \leq \frac{3}{2}$.

5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN.

6. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc hai

6.1. Dạng phương trình $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$.

Câu 134: Các nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin 2x - 3 \cos^2 x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = \arctan 3 + k\pi$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan 3 + k\pi$.

7. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc ba.

8. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình đối xứng.

9. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bán đối xứng.

10. Phương trình tích cơ bản

10.1. Chứa nhân tử là $\sin x$ hoặc bội của x .

Câu 135: Một nghiệm của phương trình $\sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$ là

- A. $\frac{\pi}{10}$. B. 0 . C. $\frac{\pi}{21}$. D. $\frac{\pi}{15}$.

Câu 136: Phương trình $\sin 2x \cos 2x \cos 4x = 0$ có nghiệm là:

- A. $k \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. B. $k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$. C. $k\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $k \frac{\pi}{8}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 137: Họ nghiệm của phương trình $\sin x \cos 5x = \frac{1}{2}(\sin 6x + \cos 4x)$ là:

- A. $x = \frac{31\pi}{16} + k \frac{\pi}{8}$. B. $x = \frac{3\pi}{16} + k \frac{\pi}{2}$. C. $x = -\frac{5\pi}{16} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{16} + k \frac{\pi}{4}$.

10.2. Chứa nhân tử là $\cos x$ hoặc bội của x .

10.3. Chứa nhân tử là $1 \pm \cos x$.

10.4. Chứa nhân tử là $1 \pm \sin x$.

10.5. Chứa nhân tử chung chẳng hạn như là: $\sin x \pm \cos x; 1 \pm \tan x, \sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha \pm \frac{\pi}{4} \right)$.

Câu 138: Các nghiệm của phương trình $\sin x - \sin 4x + \sin 5x = 0$ là:

- A.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $x = k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $x = k\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$.
- C.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $x = k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{5}$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, $x = k\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$.

10.6. Chứa nhân tử nhờ mối liên hệ giữa các hệ số, nhằm nghiệm đặc biệt.

11. Phương trình tích nâng cao: Sử dụng hỗn hợp nhiều công thức.

Câu 139: Phương trình $\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\cos x}$ có nghiệm là:

- A.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi$; $k \in \mathbb{Z}$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $x = \frac{k\pi}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 140: Phương trình $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2\sin x \cdot \cos 2x$ tương đương với phương trình

- A.** $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases}$.
- C.** $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

12. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác đối xứng với tan và cot.

13. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác có dạng \sin^{2n} và \cos^{2n} .

14. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng công thức hạ bậc.

15. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng cung hơn kém.

16. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ).

17. Mối quan hệ giữa nghiệm và một số phương trình lượng giác qua các kì thi ĐH.

18. Câu hỏi khác.

Câu 141: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung

- A.** $y = \cot x$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cos x$.

Câu 142: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x + \sin y = 1 \end{cases}$

- A.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ y = \frac{\pi}{6} - k2\pi \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ y = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.
- C.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} - m2\pi \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ y = \frac{\pi}{3} - k2\pi \end{cases}$.

Câu 143: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là đúng?

- A.** $\sin 4x = 2\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x$. **B.** $\cos(a+b) = \sin a \cdot \sin b - \cos a \cdot \cos b$.
- C.** $\cos 2x = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)$. **D.** $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$.

Câu 144: Giá trị $x = \frac{2\pi}{3}$ là nghiệm phương trình nào sau đây?

- A.** $2\sin x + 1 = 0$. **B.** $\tan x - \sqrt{3} = 0$. **C.** $2\cos x + 1 = 0$. **D.** $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 145: Tìm m để phương trình $\cos 2x + 2(m+1)\sin x - 2m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm $x \in (0; \pi)$

- A.** $-1 < m < 1$. **B.** $0 \leq m < 1$. **C.** $0 < m \leq 1$. **D.** $0 < m < 1$.

Câu 146: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

A. $2\sin x + 3\cos x = 1.$

B. $\sqrt{3}\sin x = 2.$

C. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0.$

D. $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}.$

Câu 147: Giải phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x = 2(\sin^5 x + \cos^5 x).$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 148: Giải phương trình $\sin^2 x + \sin^2 x \cdot \tan^2 x = 3.$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \notin \mathbb{Z}.$

Câu 149: $\tan x > 0$ với mọi x thuộc khoảng:

A. $(0; \pi).$

B. $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right).$

C. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$

D. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

Câu 150: Giải phương trình $4(\sin^6 x + \cos^6 x) + 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 8 - 4\cos^2 2x$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 151: Tìm m để phương trình $\cos 2x + 2(m+1)\sin x - 2m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm $x \in (0; \pi)$

A. $0 < m \leq 1.$

B. $-1 < m < 1.$

C. $0 < m < 1.$

D. $0 \leq m < 1.$

Câu 152: Giải phương trình $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x$

A. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 153: Phương trình $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \sqrt{3}$ tương đương với phương trình

A. $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 154: Cho biết $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $2\cos x + 1 = 0.$

B. $2\cos x - 1 = 0.$

C. $2\sin x - \sqrt{3} = 0.$

D. $2\sin x + 1 = 0.$

Câu 155: Tìm m để phương trình sau có nghiệm $m = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$ là:

A. $-2 \leq m \leq 0.$

B. $0 \leq m \leq 1.$

C. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2.$

D. $-2 \leq m \leq -1.$