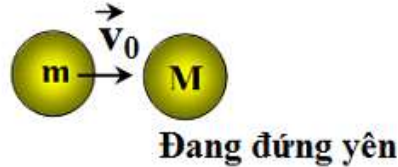


CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VA CHẠM CON LẮC ĐƠN

Phương pháp giải



Vật m chuyển động vận tốc \vec{v}_0 đến va chạm với vật M. Gọi \vec{v}, \vec{V} là vận tốc của m và M ngay sau va chạm.

+ Nếu va chạm mềm: $v = V$ nên: $mv_0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{mv_0}{(m + M)}$

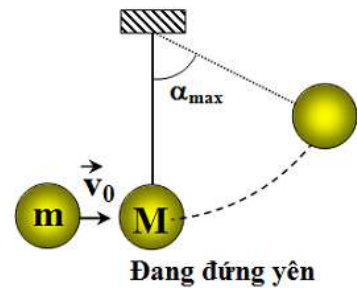
+ Nếu va chạm đàn hồi: $\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m + M} v_0 \\ v = \frac{m - M}{m + M} v_0 \end{cases}$

1) VẬT VA CHẠM VỚI CON LẮC TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG

Nếu con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng thì vật m chuyển động với vận tốc \vec{v}_0 đến va chạm vào nó.

+ Nếu va chạm mềm thì tốc độ của con lắc ngay sau va chạm

(tại VTCB) là $V = \frac{mv_0}{(m + M)}$



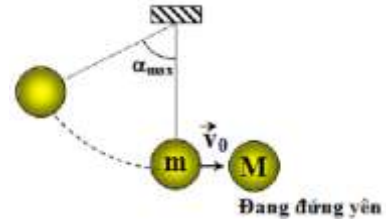
+ Nếu va chạm đàn hồi thì tốc độ của con lắc ngay sau va chạm (tại VTCB) là $V = \frac{2mv_0}{(m + M)}$

V cũng chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm nên $V = v_{\max}$ với v_{\max} tính bằng

$$\begin{cases} v_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \\ v_{\max} = \omega A \text{ (Dao động điều hòa)} \end{cases} \text{ với } \begin{cases} A = l\alpha_{\max} \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \end{cases}$$

+ Cơ năng sau va chạm (VC):

$$\begin{cases} \text{VC mềm: } W' = W_{d\max} = \frac{(m+M)V^2}{2} \\ \text{VC cứng hoặc } W' = W_{d\max} = \frac{MV^2}{2} \end{cases}$$



2) CON LẮC VA CHẠM VỚI VẬT TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG

Con lắc đơn đang dao động đúng lúc nó đi qua VTCB (có tốc độ cực đại $v_0 = v_{\max}$) thì nó va chạm với vật M đang đứng yên.

Trong đó $\begin{cases} v_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \\ v_{\max} = \omega A \text{ (Dao động bé)} \end{cases}$

+ Nếu va chạm mềm thì $V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)}$ chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm :

$$V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)} = v'_{\max} : \begin{cases} v'_{\max} = \sqrt{2gh'_{\max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha'_{\max})} \\ v'_{\max} = \omega A' \text{ (Dao động bé)} \end{cases}$$

+ Nếu va chạm đàn hồi thì $|v| = \left| \frac{m-M}{m+M} v_{\max} \right|$ chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm:

$$|v| = \left| \frac{m-M}{m+M} v_{\max} \right| = v'_{\max} : \begin{cases} v'_{\max} = \sqrt{2gh'_{\max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha'_{\max})} \\ v'_{\max} = \omega A' \text{ (Dao động bé)} \end{cases}$$

+ Cơ năng sau va chạm: $\begin{cases} \text{VC mềm: } W' = W_{d\max} = \frac{(m+M)V^2}{2} \\ \text{VC cứng hoặc } W' = W_{d\max} = \frac{MV^2}{2} \end{cases}$

Ví dụ 1: Một viên đạn khối lượng 1 kg bay theo phương ngang với tốc độ 10 m/s đến găm vào một quả cầu bằng gỗ khối lượng 1 kg được treo bằng một sợi dây nhẹ, mềm và không đàn hồi 2 m. Kết quả là làm cho sợi dây bị lệch đi một góc tối đa so với phương thẳng đứng là α_{\max} . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hãy xác định α_{\max}

- A. 63° B. 30° C. 68° D. 60°

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$V = \frac{mv_0}{(m+M)} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \Leftrightarrow 5 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2 (1 - \cos \alpha_{\max})}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} = 68^\circ$$

Ví dụ 2: Một con lắc đơn gồm quả cầu A nặng 200 g. Con lắc đang đứng yên tại vị trí cân bằng thì bị một viên đạn có khối lượng 300 g bay ngang với tốc độ 400 cm/s đến va chạm vào A, sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng chuyển động. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$, bỏ qua mọi ma sát. Tìm chiều cao cực đại của A so với vị trí cân bằng?

- A. 28,8 (cm). B. 10 (cm). C. 12,5 (cm). D. 7,5 (cm).

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$V = \frac{mv_0}{(m+M)} = \sqrt{2gh_{\max}} \Leftrightarrow \frac{0,3 \cdot 4}{0,3+0,2} = \sqrt{20 \cdot h_{\max}} \Leftrightarrow h_{\max} = 0,288(m)$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn gồm vật nhỏ dao động có khối lượng 50 (g) đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng gấp đôi nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ v_0 đến va chạm mềm với nó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa với biên độ dài 2,5 (cm) và chu kỳ π (s). Giá trị v_0 là

- A. 5 cm/s. B. 10 cm/s. C. 12 cm/s. D. 7,5 cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$V = \frac{mv_0}{(m+M)} = \frac{100 \cdot v_0}{100+50} = \frac{2v_0}{3}$$

V cũng là tốc độ cực đại của dao động điều hòa:

$$V = \omega A \Leftrightarrow \frac{2v_0}{3} = \frac{2\pi}{T} A \Leftrightarrow v_0 = 7,5(\text{cm/s})$$

Ví dụ 4: Một con lắc đơn gồm vật nhỏ dao động có khối lượng M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng bằng nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ 20π (cm/s) đến va chạm đàn hồi với nó. Sau va chạm con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc là α_{\max} và chu kỳ 1 (s). Lấy gia tốc trọng trường π^2 (m/s^2). Giá trị α_{\max} là

- A. B. C. D.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$V = \frac{2m}{m+M} v_0 = 0,2\pi(\text{m/s}). \text{ Đây chính là tốc độ cực đại của dao động}$$

$$v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} \cdot l \cdot \alpha_{\max} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T^2 g}{4\pi^2} \cdot \alpha_{\max} = \frac{Tg\alpha_{\max}}{2\pi} \text{ nên}$$

$$0,2\pi = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\max}}{2\pi} \Leftrightarrow \alpha_{\max} = 0,4(\text{rad})$$

Ví dụ 5: Một con lắc đơn gồm một quả cầu khối lượng $m_1 = 0,5 \text{ kg}$, được treo vào một sợi dây không co giãn, khối lượng không đáng kể, có chiều dài $l = 1 \text{ m}$. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản của không khí. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$. Một vật nhỏ có khối lượng $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ bay với vận tốc

$v_2 = \sqrt{10}$ m/s theo phương nằm ngang và chạm đàn hồi xuyên tâm vào quả cầu m_1 đang đứng yên ở vị trí cân bằng. Vận tốc qua vị trí cân bằng, độ cao và biên độ góc của m_1 sau va chạm là

- A. $v = 1\text{ m/s}, h = 0,5\text{ m}, \alpha_{\max} = 60^\circ$ B. $v = 2\text{ m/s}, h = 0,2\text{ m}, \alpha_{\max} = 37^\circ$
 C. $v = \sqrt{10}\text{ m/s}, h = 0,5\text{ m}, \alpha_{\max} = 60^\circ$ D. $v = \sqrt{10}\text{ m/s}, h = 0,5\text{ m}, \alpha_{\max} = 45^\circ$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$V = \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v_2 = \sqrt{10} \text{ (m/s)}$$

Mặt khác $V = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$ nên $\sqrt{10} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1(1 - \cos \alpha_{\max})} \Leftrightarrow \alpha_{\max} = 60^\circ$

$$h_{\max} = l(1 - \cos \alpha_{\max}) = 0,5 \text{ (m)}$$

Ví dụ 6: Một con lắc đơn gồm, vật nhỏ dao động có khối lượng m , dao động với biên độ góc α_{\max} . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng 3 (kg) đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động với biên độ góc α'_{\max} . Nếu $\cos \alpha_{\max} = 0,2$ và $\cos \alpha'_{\max} = 0,8$ thì giá trị m là

- A. 0,3 kg. B. 9 kg. C. 1 kg. D. 3 kg.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Tốc độ m ngay trước lúc va chạm : $v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$

Tốc độ m ngay sau lúc va chạm mềm: $V = \frac{mv_{\max}}{(m + M)}$. Đây cũng chính là tốc độ cực đại của con

lắc sau va chạm $V = \frac{mv_{\max}}{(m + M)} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$

$$\Rightarrow \frac{V}{v_0} = \frac{m}{m + M} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha'_{\max}}{1 - \cos \alpha_{\max}}} \Leftrightarrow \frac{m}{m + 3} = \sqrt{\frac{1 - 0,8}{1 - 0,2}} \Leftrightarrow m = 3 \text{ (kg)}$$

Ví dụ 7: Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài A . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ dài A' . Chọn kết luận đúng.

- A. $A' = A\sqrt{2}$ B. $A' = \frac{A}{\sqrt{2}}$ C. $A' = 2A$ D. $A' = \frac{1}{2} A$

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Tổng động lượng trước va chạm bằng tổng động lượng sau va chạm :

$$mv_{\max} = (m + M)V; \begin{cases} v_{\max} = \omega A \\ V = \omega A' \end{cases} \Leftrightarrow \frac{A'}{A} = \frac{V}{v_{\max}} = \frac{m}{m + M} = 0,5$$

Ví dụ 8: Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với cơ năng W . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng, nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với cơ năng W' . Chọn kết luận đúng.

- A. $W' = W\sqrt{2}$ B. $W' = \frac{W}{\sqrt{2}}$ C. $W' = 2W$ D. $W' = \frac{1}{2}W$

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Tổng cộng lượng trước và sau va chạm bằng nhau: $mv_0 = (m + M)V$

$$\begin{cases} \text{Trước VC: } W = \frac{mv_0^2}{2} \\ \text{Sau VC: } W' = \frac{(m + M)V^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{m + M}{m} \cdot \left(\frac{V}{v_0}\right)^2 = \frac{m}{m + M} = 0,5$$

Ví dụ 9: Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 90 (cm), vật nhỏ dao động có khối lượng 200 (g), dao động với biên độ góc 60° . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 100 (g) đang nằm yên ở đó. Lấy gia tốc trọng trường 10 (m/s^2). Tốc độ vật dao động của con lắc ngay sau va chạm là

- A. 300 (cm/s). B. 125 (cm/s). C. 100 (cm/s). D. 75 (cm/s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Tốc độ con lắc ngay trước va chạm:

$$v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,9 \cdot (1 - \cos 60^\circ)} = 3(m/s)$$

Theo định luật bảo toàn động lượng và năng lượng:

$$\begin{cases} mv_0 = (m + M)V \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m + M}v_0 \\ v_{cb} = \frac{m - M}{m + M}v_0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow |v_{cb}| = \left| \frac{m - M}{m + M}v_0 \right| = \left| \frac{0,2 - 0,1}{0,2 + 0,1} \right| \cdot 3 = 1(m/s)$$

Ví dụ 10: Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 100 (cm), vật nhỏ dao động có khối lượng 100 (g), dao động với biên độ góc 30° . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 50 (g) đang nằm yên ở đó. Lấy gia tốc trọng trường 9,8 (m/s^2). Li độ góc cực đại con lắc sau va chạm là

- A. 18° B. 15° C. $9,9^\circ$ D. $11,5^\circ$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Cơ năng của con lắc trước va chạm:

$$W = mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) = \frac{mv_0^2}{2} \Leftrightarrow 9,8 \cdot 1 \cdot (1 - \cos 30^\circ) = \frac{v_0^2}{2} \Leftrightarrow v_0 = 1,62 (m/s)$$

$$\begin{cases} mv_0 = (m + M)V \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m + M}v_0 \\ v_{cb} = \frac{m - M}{m + M}v_0 \end{cases} \Leftrightarrow |v_{cb}| = \left| \frac{m - M}{m + M}v_0 \right| = 0,54 (m/s)$$

Cơ năng của con lắc sau va chạm: $W = mgl(1 - \cos \alpha'_{\max}) = \frac{mv_{cb}^2}{2}$

$$\Leftrightarrow 9,8 \cdot 1 \cdot (1 - \cos \alpha'_{\max}) = \frac{0,54^2}{2} \Leftrightarrow \alpha'_{\max} = 9,9^\circ$$

Ví dụ 11: Một con lắc đơn gồm vật dao động có khối lượng 400 (g), dao động điều hòa với biên độ dài 8 cm. Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 100 (g) đang nằm yên ở đó. Nếu sau va chạm con lắc vẫn dao động điều hòa thì biên độ dài bây giờ là

- A. 3,6 cm. B. 2,4 cm. C. 4,8 cm. D. 7,5 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Tốc độ dao động cực đại trước va chạm: $v_0 = \omega A$

$$\begin{cases} mv_0 = (m + M)V \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m + M}v_0 \\ v_{cb} = \frac{m - M}{m + M}v_0 \end{cases}$$

Tốc độ cực đại của vật dao động sau va chạm: $|v_{cb}| = \omega A'$

$$\Leftrightarrow \frac{A'}{A} = \frac{|v_{cb}|}{v_0} = \left| \frac{m - M}{m + M} \right| = 0,6 \Leftrightarrow A' = 4,8 (cm)$$