Chủ đề 1: DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

I. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THỜI GIAN

1. Thời gian đi từ x_1 đến x_2

a. Thời gian ngắn nhất đi từ x_1 đến vị trí cân bằng và vị trí biên

Phương pháp chung:

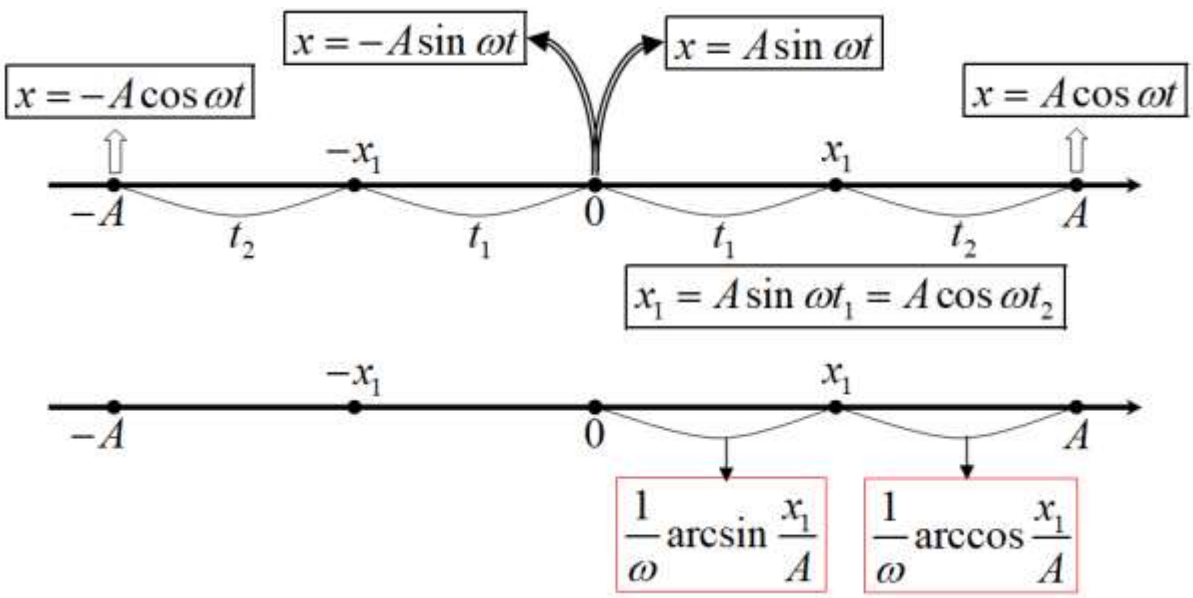
Cách 1: Dùng vòng tròn lượng giác (VTLG) $\equiv$ giản đồ véc tơ

Xác định góc quét tương ứng với sự dịch chuyển: $\Delta\varphi$

Thời gian: $t = \dfrac{\Delta\varphi}{\omega}$

Cách 2: Dùng phương trình lượng giác (PTLG)

$$\begin{cases} x_1 = A\sin\omega t_1 \Rightarrow \sin\omega t_1 = \dfrac{x_1}{A} \Rightarrow t_1 = \dfrac{1}{\omega}\arcsin\dfrac{x_1}{A} \\ x_1 = A\cos\omega t_2 \Rightarrow \cos\omega t_2 = \dfrac{x_1}{A} \Rightarrow t_2 = \dfrac{1}{\omega}arc\cos\dfrac{x_1}{A} \end{cases}$$



Câu 1: Một chất điểm dao động điều hoà với biên độ 10 (cm) và tần số góc 10 (rad/s). Khoảng thời gian ngắn nhất để nó đi từ vị trí có li độ +3,5 cm đến vị trí cân bằng là

A. 0,036 s. **B.** 0,121 s. **C.** 2,049 s. **D.** 6,951 s.

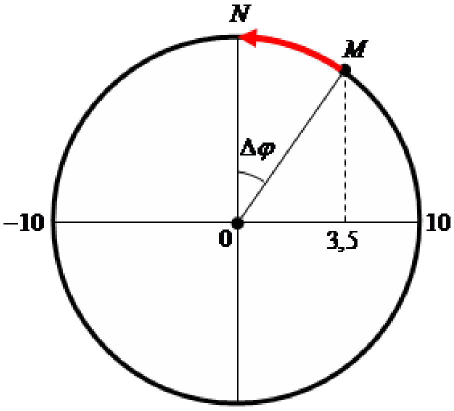
Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Cách 1: Dùng VTLG

Thời gian ngắn nhất dao động điều hòa đi từ x = 3,5 cm đến x = 0 bằng thời gian chuyển động tròn đều đi từ M đến N: $t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$ mà

$\sin\Delta\varphi = \frac{3,5}{10} \Rightarrow \Delta\varphi \approx 0,3576(rad)$ nên $t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{0,3756}{10} \approx 0,036(\text{s})$

Cách 2: Dùng PTLG



$t_1 = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{x_1}{A} = \frac{1}{10}\arcsin\frac{3,5}{10} \approx 0,036(\text{s})$

Kinh nghiệm:

1) Quy trình bấm máy tính nhanh:

$\boxed{shift\sin(3,5 \div 10) \div 10 =}$ (máy tính chọn đơn vị góc là rad)

2) Đối với dạng bài này chỉ nên giải theo cách 2 (nếu dùng quen máy tính chỉ mất cỡ 10 s!).

3) Cách nhớ nhanh "đi từ x_1 đến VTCB là $\boxed{shift\sin(x_1 \div A) \div \omega =}$ ";"đi từ x_1 đến VT biên là $\boxed{shift\ cos(x_1 \div A) \div \omega =}$ ".

4) Đối với bài toán ngược, ta áp dụng công thức: $x_1 = A\sin\omega t_1 = Acos\omega t_2$.

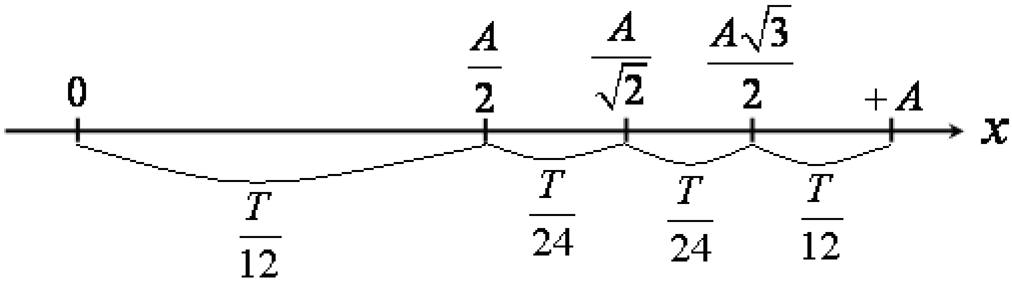
Câu 2: Vật dao động điều hoà, thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí x = +A đến vị trí $x = \frac{A}{3}$ là 0,1 s. Chu kì dao động của vật là

A. 1,85 s. **B.** 1,2 s. **C.** 0,51 s. **D.** 0,4 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$t_2 = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{x_1}{A} = \frac{T}{2\pi}\arccos\frac{x_1}{A} \Rightarrow 0,1 = \frac{T}{2\pi}\arccos\frac{1}{3} \Rightarrow T \approx 0,51(\text{s})$

Chú ý: Đối với các điểm đặc biệt ta dễ dàng tìm được phân bố thời gian như sau:



<u>Kinh nghiệm:</u>

1) Nếu số "xấu" $x_1 \neq 0; \pm A; \pm\frac{A}{2}; \pm\frac{A}{\sqrt{2}}; \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$ thì dùng $\boxed{shift\ \sin\left(x_1 \div A\right) \div \omega =}$,

$\boxed{shift\ cos\left(x_1 \div A\right) \div \omega =}$

2) Nếu số "đẹp" $x_1 = 0; \pm A; \pm\frac{A}{2}; \pm\frac{A}{\sqrt{2}}; \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$ thì dùng trục phân bố thời gian.

Câu 3: Vật dao động điều hoà với biên độ A. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ $\frac{A}{2}$ đến vị trí có li độ A là 0,2 s. Chu kì dao động của vật là:

A. 0,12 s. **B.** 0,4 s. **C.** 0,8 s. **D.** 1,2 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

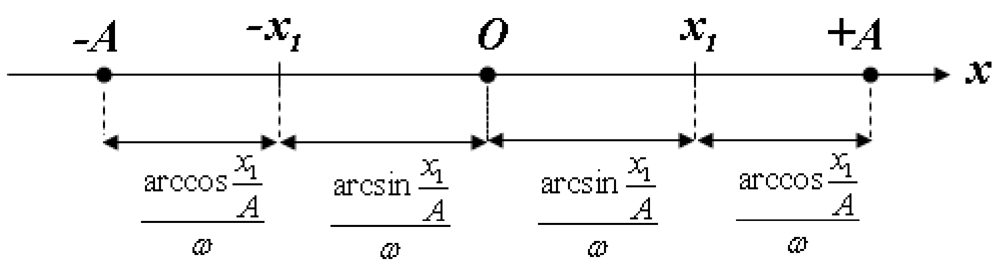
Dựa vào trục phân bố thời gian ta tính được thời gian ngắn nhất đi từ $x = \frac{A}{2}$ đến $x = A$ là $\frac{T}{6}$.

Do đó $\frac{T}{6} = 0,2 \Rightarrow T = 1,2\,(\text{s})$.

Chú ý: Khoảng thời gian trong một chu kì vật cách vị trí cân bằng một khoảng

+ *nhỏ hơn* x_1 *là* $\Delta t = 4t_1 = 4\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{x_1}{A}$

+ *lớn hơn* x_1 *là* $\Delta t = 4t_2 = 4\frac{1}{\omega}\arccos\frac{x_1}{A}$



Câu 4: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì 1 s với biên độ 4,5 cm. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng nhỏ hơn 2 cm là:

A. 0,29 s. **B.** 16,80 s. **C.** 0,71 s. **D.** 0,15 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\Delta t = 4.\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{x_1}{A} = 4.\frac{T}{2\pi}\arcsin\frac{x_1}{A} = 4.\frac{1}{2\pi}\arcsin\frac{2}{4,5} \approx 0,29\,(\mathrm{s}).$$

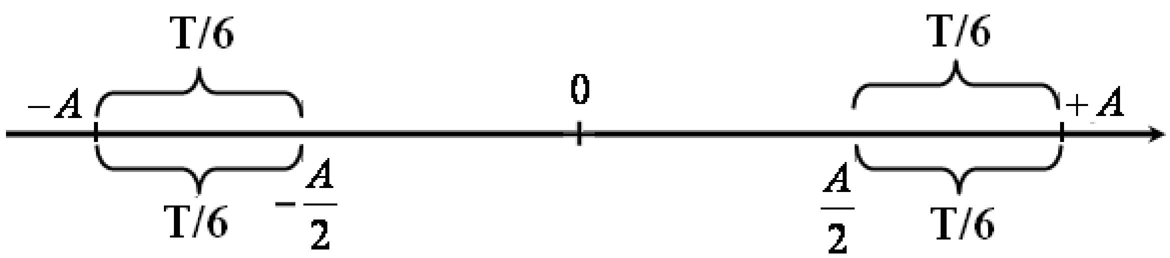
Kinh nghiệm: Nếu x_1 trùng với các giá trị đặc biệt thì nên dựa vào trục phân bố thời gian

Câu 5: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng lớn hơn nửa biên độ là

A. $\frac{T}{3}$. **B.** $\frac{2T}{3}$. **C.** $\frac{T}{6}$. **D.** $\frac{T}{2}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

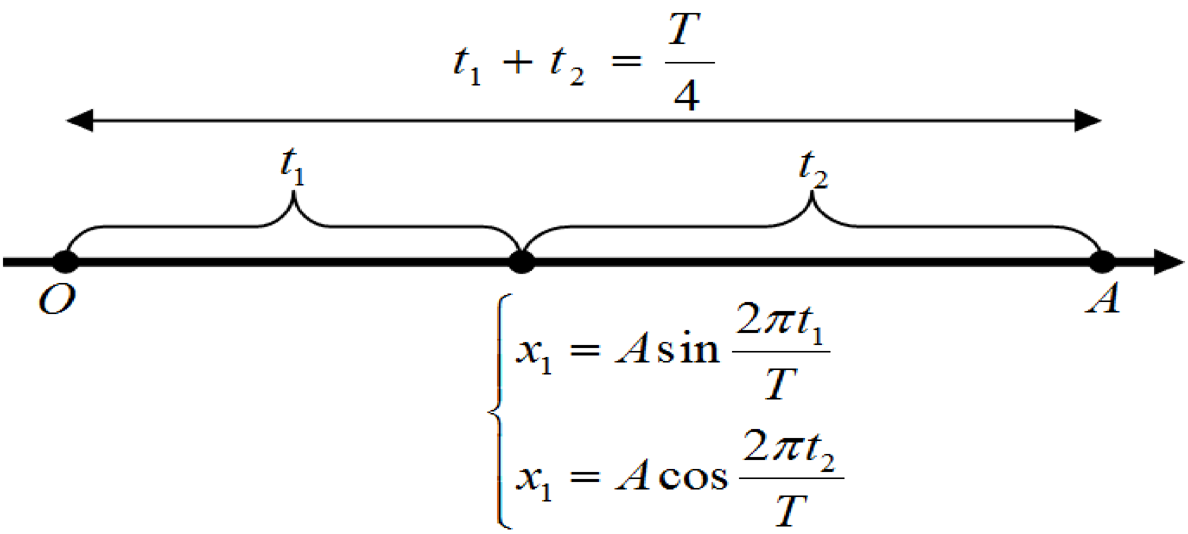
Dựa vào trục phân bố thời gian ta tính được:



$$\Delta t = 4.\frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$$

Chú ý: Nếu cho biết quan hệ t_1 và t_2 thì ta có thể tính được các đại lượng khác như:

T, A, x_1...



Câu 6: Một dao động điều hoà có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ $x_1 > 0$. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí cân bằng gấp ba thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí biên $x = +A$. Chọn phương án đúng.

A. $x_1 = 0,924A$. **B.** $x_1 = 0,5A\sqrt{3}$. **C.** $x_1 = 0,5A\sqrt{2}$. **D.** $x_1 = 0,021A$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Ta có hệ $\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{T}{4} \\ t_1 = 3t_2 \\ x_1 = A\cos\frac{2\pi t_2}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{T}{16} \\ x_1 = A\cos\frac{2\pi}{T}\frac{T}{16} \approx 0,924A \end{cases}$

Câu 7: Một dao động điều hoà có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ x_1 (mà $x_1 \neq 0; \pm A$), bất kể vật đi theo hướng nào thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất Δt nhất định vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ. Chọn phương án đúng.

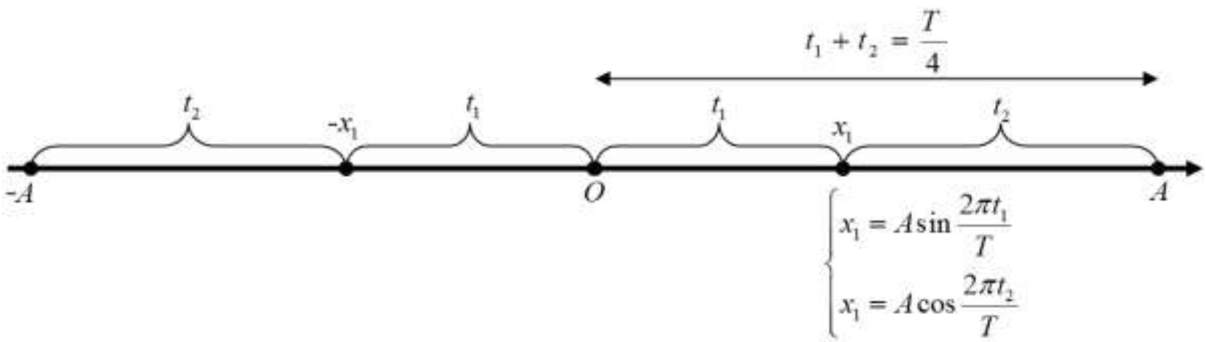
A. $x_1 = \pm 0,25A$. **B.** $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{3}$. **C.** $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{2}$ **D.** $x_1 = \pm 0,5A$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Theo yêu cầu của bài toán suy ra:

$\Delta t = 2t_1 = 2t_2$ mà $t_1 + t_2 = \frac{T}{4}$ nên $t_1 = t_2 = \frac{T}{8}$.

Do đó $x_1 = A\sin\frac{2\pi t_1}{T} = A\sin\frac{2\pi}{T}\frac{T}{8} = \frac{A}{\sqrt{2}}$



Chú ý: Bài toán tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ x_1 đến x_2 là bài toán cơ bản, trên cơ sở bài toán này chúng ta có thể làm được rất nhiều các bài toán mở rộng khác nhau như:

* Tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ x_1 đến vận tốc hay gia tốc nào đó.

* Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật qua tọa độ x nào đó lần thứ n.

* Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật nhận vận tốc hay gia tốc nào đó lần thứ n.

* Tìm vận tốc hay tốc độ trung bình trên một quỹ đạo chuyển động nào đó.

* Tìm khoảng thời gian mà lò xo nén, dãn trong một chu kì chuyển động.

* Tìm khoảng thời gian mà bóng đèn sáng, tối trong một chu kì hay trong một khoảng thời gian nào đó.

* Tìm khoảng thời gian mà tụ điện *C* phóng hay tích điện từ giá trị q_1 đến q_2.

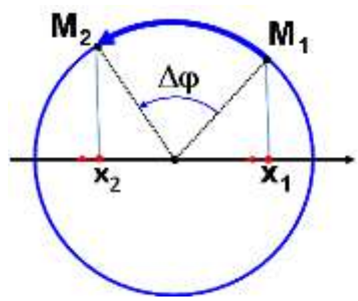
* Các bài toán ngược liên quan đến khoảng thời gian,...

b. Thời gian ngắn nhất đi từ x_1 đến x_2

Phương pháp chung:

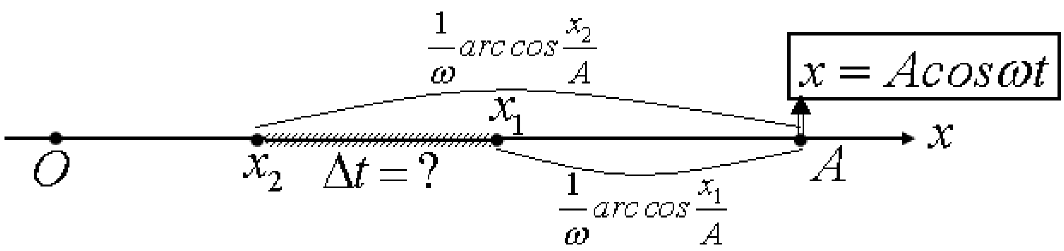
Cách 1:

Dùng VTLG: $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$



Cách 2: Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ x_1 đến điểm có li độ x_2:

$$\Delta t = \left| arccos\frac{x_2}{A} - arccos\frac{x_1}{A} \right| \div \omega = \left| \arcsin\frac{x_2}{A} - \arcsin\frac{x_1}{A} \right| \div \omega$$



Quy trình bấm máy tính nhanh

$$\left\{\begin{array}{l}\boxed{shift\ \cos\left(x_2 \div A\right) - shift\ \cos\left(x_1 \div A\right) = \div\omega =} \\ \boxed{shift\ \sin\left(x_2 \div A\right) - shift\ \sin\left(x_1 \div A\right) = \div\omega =}\end{array}\right.$$

<u>Kinh nghiệm:</u> Đối với dạng toán này cũng không nên dùng cách 1 vì mất nhiều thời gian!

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hoà có phương trình li độ $x = 8cos\left(7t + \frac{\pi}{6}\right)$cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi từ li độ 7 cm đến vị trí có li độ 2 cm là

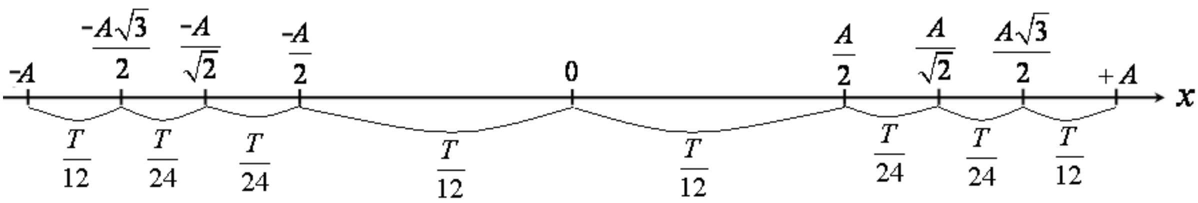
A. $\frac{1}{24}$(s). **B.** $\frac{5}{12}$(s). **C.** $6,65$(s). **D.** $0,12$ (s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\Delta t = \left|arccos\frac{x_2}{A} - arccos\frac{x_1}{A}\right|\frac{1}{\omega} = \left|arccos\frac{2}{8} - arccos\frac{7}{8}\right|\frac{1}{7} \approx 0,12\,(\text{s}).$$

Quy trình bấm máy: $shift\cos\left(2 \div 8\right) - shift\cos\left(7 \div 8\right) = \div 7 =$

<u>Kinh nghiêm:</u> Nếu số "đẹp" $x_1 = 0; \pm A; \pm\frac{A}{2}; \pm\frac{A}{\sqrt{2}}; \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$ thì dùng trục phân bố thời gian

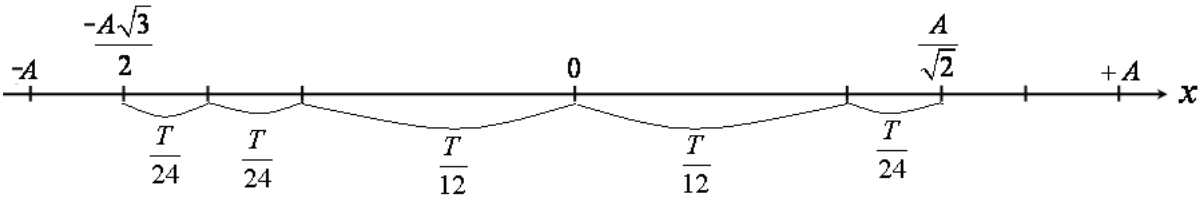


Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà có phương trình li độ $x = 8cos\left(7\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi từ li độ $4\sqrt{2}$ cm đến vị trí có li độ $4\sqrt{3}$ cm là

A. $\frac{1}{24}$(s). **B.** $\frac{5}{12}$(s). **C.** $\frac{1}{6}$(s). **D.** $\frac{1}{12}$(s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Dựa vào trục phân bố thời gian, ta tính được:



$$\Delta t = \frac{T}{24} + \frac{T}{24} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} + \frac{T}{24} = \frac{7T}{24} = \frac{7}{24}\frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{12}\text{(s)}$$

Chú ý: Nếu vật chuyển động qua lại nhiều lần thì ta cộng các khoảng thời gian lại.

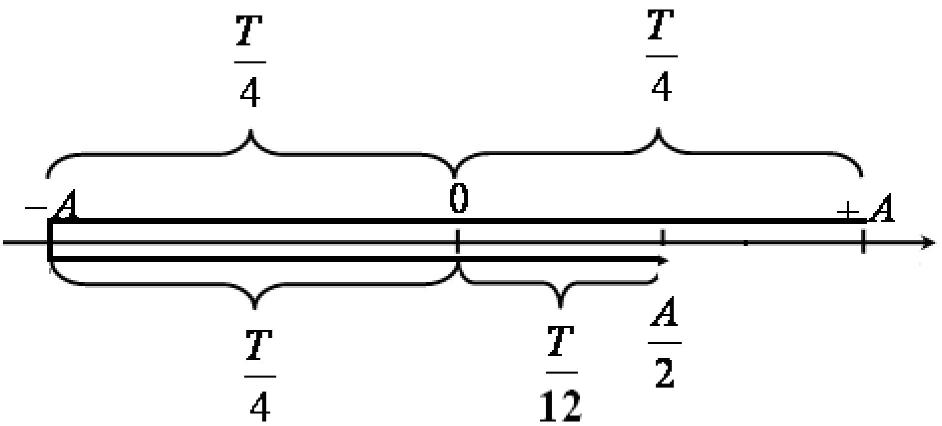
Ví dụ 3: Một dao động điều hoà có chu kì dao động là T và biên độ là A. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ cực đại về điểm có li độ bằng một nửa biên độ cực đại mà véctơ vận tốc có hướng cùng với hướng của trục toạ độ là

A. $\frac{T}{3}$. **B.** $\frac{5T}{6}$. **C.** $\frac{2T}{3}$. **D.** $\frac{T}{6}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Dựa vào trục phân bố thời gian, ta tính được:

$$\Delta t = 3\frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{6}.$$



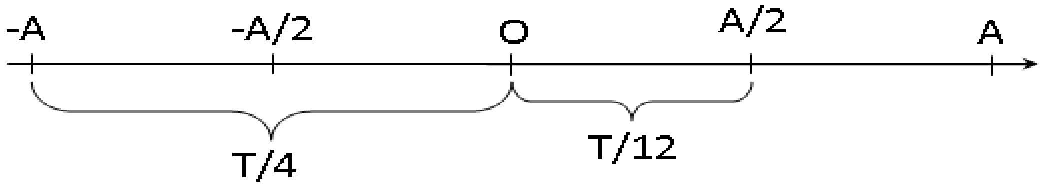
Ví dụ 4: Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa với biên độ A, thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ $x_1 = -A$ đến vị trí có li độ $x_2 = \frac{A}{2}$ là 1 s. Chu kì dao động của con lắc là:

A. 6 s. **B.** $\frac{1}{3}$ s. **C.** 2 s. **D.** 3 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

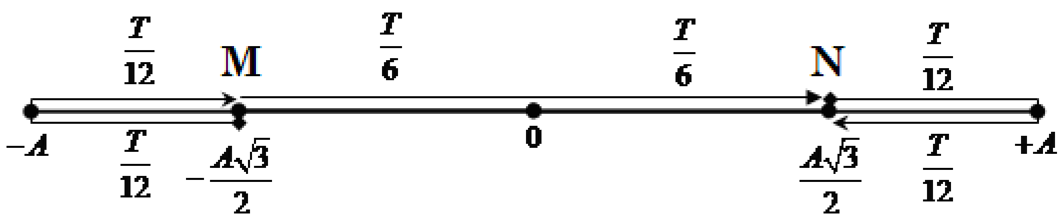
Dựa vào trục phân bố thời gian, ta tính được:

$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} = 1(s) \Rightarrow T = 3(s)$.

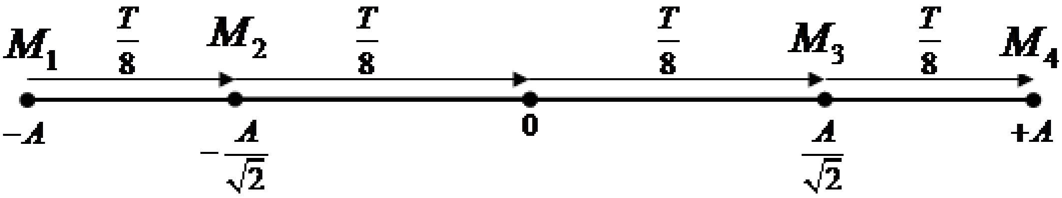


Chú ý: Li độ và vận tốc tại các điểm đặc biệt.

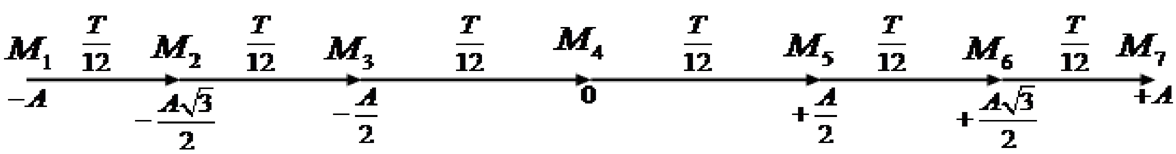
1) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất $\frac{T}{6}$ thì vật lại đi qua M hoặc O hoặc N



2) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất $\frac{T}{8}$ thì vật lần lượt đi qua M_1, M_2, O, M_3, M_4



2) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất $\frac{T}{12}$ thì vật lần lượt đi qua M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7

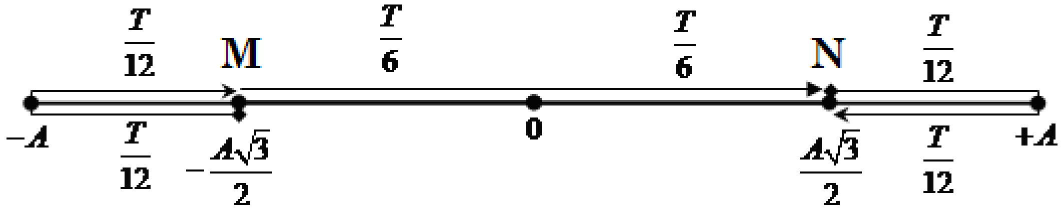


Ví dụ 5: Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng xung quanh vị trí cân bằng O. Gọi M, N là hai điểm trên đường thẳng cùng cách đều O. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm M, O, N và tốc độ của nó lúc đi qua các điểm M, N là 20π cm/s. Biên độ A bằng

A. 4cm. **B.** 6cm. **C.** $4\sqrt{2}$ cm. **D.** $4\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Dựa vào trục phân bố thời gian.



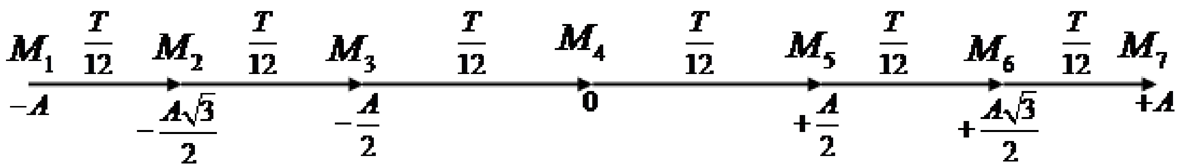
$$\begin{cases} \frac{T}{6} = 0,05 \Rightarrow T = 0,3s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{20\pi}{3}(\text{rad/ s}) \\ |x_M| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |v_M| = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow 20\pi = \frac{\frac{20\pi}{3}A}{2} \Rightarrow A = 6(\text{cm}) \end{cases}$$

Ví dụ 6: Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng. Trên đoạn thẳng đó có bảy điểm theo đúng thứ tự M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6 và M_7 với M_4 là vị trí cân bằng. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6 và M_7 . Tốc độ của nó lúc đi qua điểm M_3 là 20π cm/s. Biên độ A bằng

A. 4cm. **B.** 6cm. **C.** 12cm. **D.** $4\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Dựa vào trục phân bố thời gian.

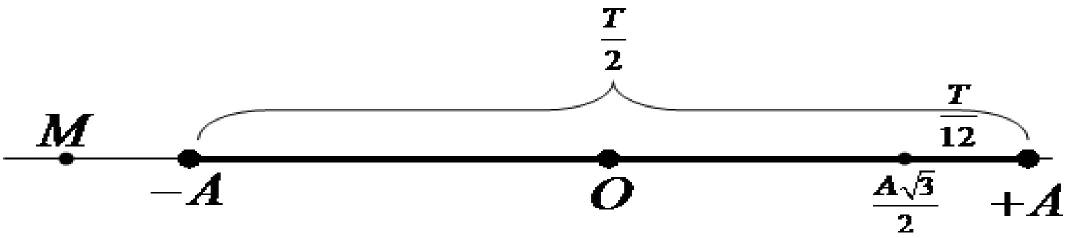


$$\begin{cases} \frac{T}{12} = 0,05 \Rightarrow T = 0,6s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{10\pi}{3}(\text{rad/ s}) \\ |x_{M_3}| = \frac{A}{2} \Rightarrow |v_{M_3}| = \frac{\omega A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 20\pi = \frac{\frac{10\pi}{3}A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \end{cases}$$

Câu 14: Vật đang dao động điều hòa dọc theo đường thẳng. Một điểm M nằm cố định trên đường thẳng đó, phía ngoài khoảng chuyển động của vật, tại thời điểm t thì vật xa điểm M nhất, sau đó một khoảng thời gian ngắn nhất là Δt thì vật gần điểm M nhất. Độ lớn vận tốc của vật sẽ bằng nửa vận tốc cực đại vào thời điểm gần nhất là

A. $t+\frac{\Delta t}{3}$. **B.** $t+\frac{\Delta t}{6}$. **C.** $t+\frac{\Delta t}{4}$. **D.** $0,5t+0,25\Delta t$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B



$\Delta t=\frac{T}{2}\Rightarrow T=2\Delta t$

Khi $|v|=\frac{v_{max}}{2}$ thì từ $\frac{x^2}{A^2}+\frac{v^2}{A^2\omega^2}=1$ suy ra : $|x|=\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Thời gian ngắn nhất đi từ $x=A$ đến $x=\frac{A\sqrt{3}}{2}$ là $\frac{T}{12}$

Thời điểm gần nhất vật có tốc độ bằng nửa giá trị cực đại là $t+\frac{T}{12}=T+\frac{\Delta t}{6}$

c. Thời gian ngắn nhất liên quan đến vận tốc, động lượng

Phương pháp chung:

Dựa vào công thức liên hệ vận tốc, động lượng với li độ để quy về li độ.

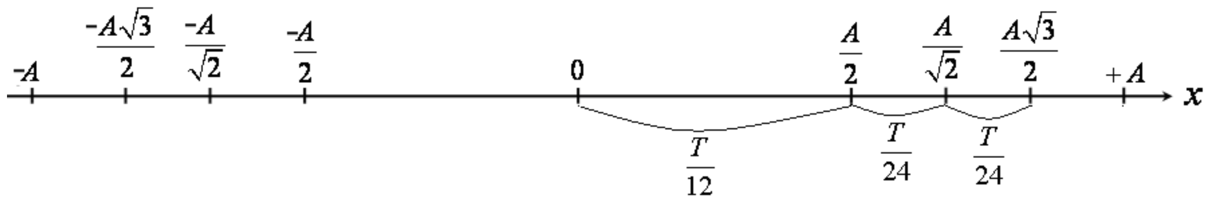
$$x^2+\frac{v^2}{\omega^2}=A^2\Rightarrow\begin{cases}v=v_1\Rightarrow x_1=?\\ v=v_2\Rightarrow x_2=?\end{cases}$$

$$p=mv\Rightarrow\begin{cases}p=p_1\Rightarrow x_1=?\\ p=p_2\Rightarrow x_2=?\end{cases}$$

Ví dụ 1: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T trên trục Ox với O là vị trí cân bằng. Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm có toạ độ $x=0$ đến điểm mà tốc độ của vật bằng nửa tốc độ cực đại là

A. $\frac{T}{8}$. **B.** $\frac{T}{16}$. **C.** $\frac{T}{6}$. **D.** $\frac{T}{12}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C



$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ v_2 = \dfrac{v_{max}}{2} \Rightarrow x_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}A \end{cases} \xrightarrow{x_1=0 \to x_2=\frac{\sqrt{3}}{2}A} \Delta t = \frac{T}{6}$$

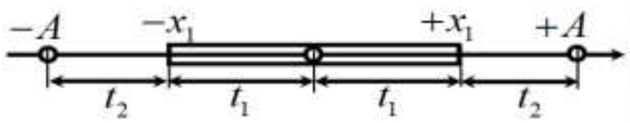
Chú ý:

1) Vùng tốc độ **lớn** hơn v_1 nằm trong đoạn $[-x_1; x_1]$ và vùng tốc độ **nhỏ** hơn v_1 nằm ngoài đoạn $[-x_1; x_1]$

2) Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ

+ lớn hơn v_1 là $4t_1$.

+ nhỏ hơn v_1 là $4t_2$.



$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{1}{\omega}\arcsin\dfrac{x_1}{A} \\ t_2 = \dfrac{1}{\omega}\arccos\dfrac{x_1}{A} \end{cases} \quad \begin{vmatrix} x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \\ a_1 = -\omega^2 x_1 \end{vmatrix}$$

Ví dụ 2: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong mộtchu kỳ để vật có tốc độ nhỏ hơn $\frac{1}{3}$ tốc độ cực đại là

A. $\frac{T}{3}$. **B.** $\frac{2T}{3}$. **C.** $0,22T$. **D.** $0,78T$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Trong công thức $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$, ta thay $v_1 = \frac{\omega A}{3}$ suy ra $x_1 = \frac{\sqrt{8}}{3}A$

Vùng tốc độ **nhỏ** hơn v_1 nằm ngoài đoạn $[-x_1; x_1]$. Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ nhỏ hơn v_1 là $4t_2$.

$$4t_2 = 4\frac{1}{\omega}arccos\frac{x_1}{A} = 4\frac{T}{2\pi}arccos\frac{\sqrt{8}}{3} \approx 0,22T \ .$$

Ví dụ 3: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có tốc độ lớn hơn 0,5 tốc độ cực đại là

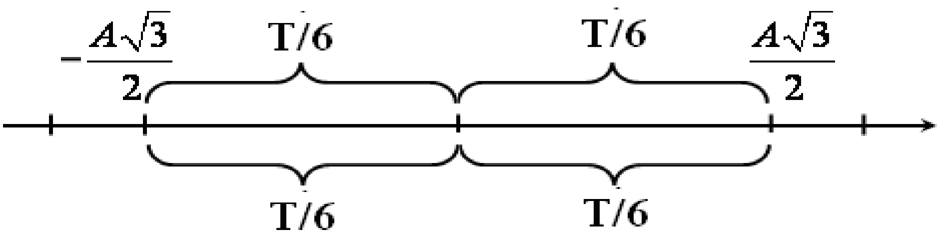
A. $\frac{T}{3}$. **B.** $\frac{2T}{3}$. **C.** $\frac{T}{6}$. **D.** $\frac{T}{2}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Trong công thức $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$, ta thay $v_1 = \frac{\omega A}{2}$ suy ra $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Vùng tốc độ **lớn** hơn v_1 nằm trong đoạn $[-x_1; x_1]$. Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ lớn hơn v_1 là $4t_1$.

$4t_1 = 4.\frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$

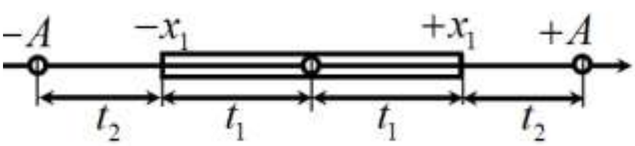


Chú ý: Trong các đề thi trắc nghiệm thường là sự chồng chập của nhiều bài toán dễ nên để đi đến bài toán chính ta phải giải quyết bài toán phụ.

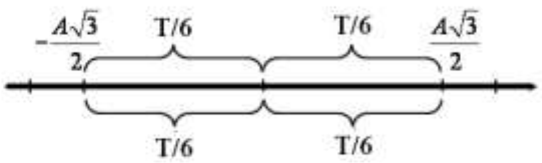
Ví dụ 4: (ĐH-2012)Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi v_{tb} là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì, v là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà $v \geq 0,25\pi v_{tb}$ là:

A. $\frac{T}{3}$. **B.** $\frac{2T}{3}$. **C.** $\frac{T}{6}$. **D.** $\frac{T}{2}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B



$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{x_1}{A} \\ t_2 = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{x_1}{A} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \\ a_1 = -\omega^2 x_1 \end{array} \right.$$



$$\begin{cases} v_1 = 0,25\pi v_{tb} = 0,25\pi\dfrac{4A}{T} = 0,25\pi.4A.\dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{\omega A}{2} \Rightarrow x_1 = \dfrac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_1 = \dfrac{T}{6} \\ \text{Vùøg toá ñoä } v_1 \text{ naèm trong } \left[-x_1, +x_1\right] \Rightarrow \Delta t = 4t_1 = \dfrac{2T}{3} \end{cases}$$

Chú ý : *Đối với bài toán ngược ta làm theo các bước sau:*

Bước 1: Dựa vào vùng tốc độ lớn hơn hoặc bé hơn v_1 *ta biểu diễn* t_1 *hoặc* t_2 *theo* ω.

Bước 2: Thay vào phương trình $x_1 = A\sin\omega t_1 = Acos\omega t_2$.

Bước 3: Thay vào phương trình $x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$

Câu 19: Một vật nhỏ dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 8 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ có độ lớn vận tốc không vượt quá 16 cm/s là $\dfrac{T}{3}$. Tần số góc dao động của vật là

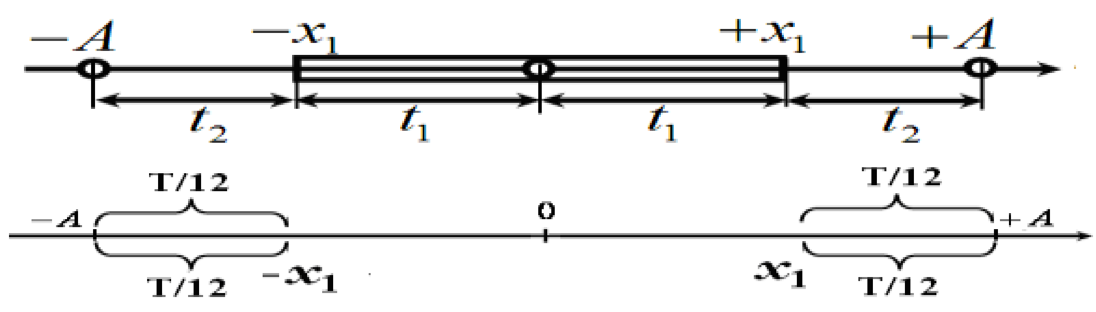
A. 4 rad/s. **B.** 3 rad/s. **C.** 2 rad/s. **D.** 5 rad/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Để tốc độ không vượt quá $|v_1| = 16cm$ thì vật phải ở ngoài đoạn $[-x_1; x_1]$

$$4t_2 = \frac{T}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{12} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$$

Thay số vào phương trình $x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow 48 + \dfrac{256}{\omega^2} = 64 \Rightarrow \omega = 4\,(\text{rad/s})$



Kinh nghiêm: Nếu ẩn số ω nằm cả trong hàm $\sin$ hoặc hàm cos và cả nằm độc lập phía ngoài thì nên dùng chức năng giải phương trình *SOLVE* của máy tính cầm tay.

Ví dụ 6: Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để tốc độ dao động không nhỏ hơn π (m/s) là $\frac{1}{15}$(s). Tần số góc dao động của vật có thể là :

A. 6,48 rad/s. **B.** 43,91 rad/s. **C.** 6,36 rad/s. **D.** 39,95 rad/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Vùng tốc độ **lớn** hơn v_1 nằm trong đoạn $[-x_1; x_1]$. Khoảng thời gian trong một chu kì, tốc độ lớn hơn v_1 là $4t_1$, tức là $4t_1 = \frac{1}{15}s \Rightarrow t_1 = \frac{1}{60}(s)$

Tính được : $x_1 = A\sin\omega t_1 = 10\sin\frac{\omega}{60}(cm)$

Thay số vào phương trình $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$ ta được $10^2\sin^2\frac{\omega}{60} + \frac{(100\pi)^2}{\omega^2} = 10^2$

$\Rightarrow (\sin(\omega \div 60))^2 + (10\pi \div \omega)^2 = 1 \Rightarrow \omega \approx 39,95(rad/s)$.

Khi dùng máy tính Casio fx–570ES để giải phương trình $(\sin(x \div 60))^2 + (10\pi \div x)^2 = 1$ thì phải nhớ đơn vị là rad, để có kí tự X, ta bấm $\boxed{ALPHA}\boxed{)}$, để có dấu "=" thì bấm $\boxed{ALPHA}\boxed{CALC}$

và cuối cùng bấm $\boxed{shift}\boxed{CALC}\boxed{=}$. Đợi một lúc thì trên màn hình hiện ra kết quả là 39,947747. Vì máy tính chỉ đưa ra một trong số các nghiệm của phương trình đó! Ví dụ còn có nghiệm 275,89 chẳng hạn. Vậy khi gặp bài toán trắc nghiệm cách nhanh nhất là thay bốn phương án vào phương trình:

$\Rightarrow (\sin(\omega \div 60))^2 + (10\pi \div \omega)^2 = 1$!!!

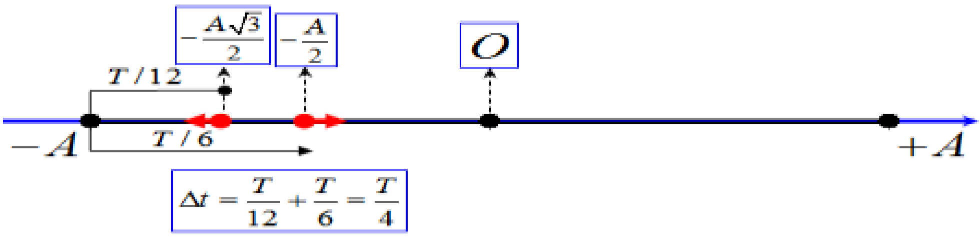
Ví dụ 7: (CĐ - 2012) Con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng 250 g và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 4 cm. Khoảng thời gian ngắn nhất để vận tốc của vật có giá trị từ $-40cm/s$ đến $40\sqrt{3}cm/s$ là

A. $\frac{\pi}{40}$(s). **B.** $\frac{\pi}{120}$(s). **C.** $\frac{\pi}{20}$(s). **D.** $\frac{\pi}{60}$(s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}}A = 80(cm/s) \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -\frac{v_{max}}{2}\left(\Leftrightarrow x_1 = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}\right) \\ v_2 = \frac{v_{max}\sqrt{3}}{2}\left(\Leftrightarrow x_2 = \pm\frac{A}{2}\right) \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}.2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{40}(s)\ .$$



d. Thời gian ngắn nhất liên quan đến gia tốc, lực, năng lượng

Phương pháp chung:

Dựa vào công thức liên hệ gia tốc, lực với li độ để quy về li độ.

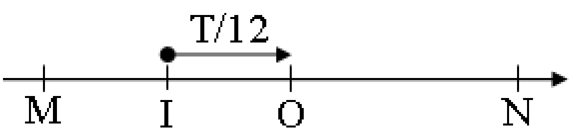
$$\begin{cases} a = -\omega^2 x \Rightarrow \begin{cases} a = a_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ a = a_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases} \\ F = -kx = -m\omega^2 x \Rightarrow \begin{cases} F = F_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ F = F_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa với chu kì T, trên một đoạn thẳng, giữa hai điểm biên M và N. Chọn chiều dương từ M đến N, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng O, mốc thời gian $t = 0$ là lúc vật đi qua trung điểm I của đoạn MO theo chiều dương. Gia tốc của vật bằng không lần thứ nhất vào thời điểm

A. $\frac{T}{8}$. **B.** $\frac{T}{16}$. **C.** $\frac{T}{6}$. **D.** $\frac{T}{12}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\begin{cases} x_1 = -0,5A \\ a_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = -0,5A \to x_2 = 0} t = \frac{T}{12}$$



Ví dụ 2: Một con lắc lò xo dao động theo phương ngang. Lực đàn hồi cực đại tác dụng vào vật là 12 N. Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật chịu tác dụng của lực kéo lò xo $6\sqrt{3}N$ là 0,1 (s). Chu kỳ dao động của vật là

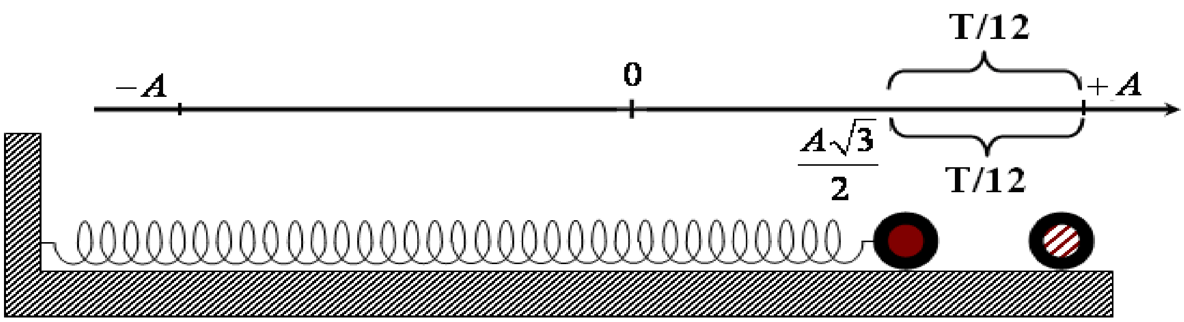
A. 0,4 (s). **B.** 0,3 (s). **C.** 0,6 (s). **D.** 0,1 (s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\begin{cases} F_1 = kx_1 \\ F_{max} = kA \end{cases} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{F}{F_{max}} = \frac{x_1}{A} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Vì lực kéo nên lúc ấy lò xo bị dãn $\Rightarrow$ Vật đi xung quanh vị trí biên từ $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến $x = A$ rồi đến $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Thời gian đi sẽ là $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,1 \Rightarrow T = 0,6(s)$



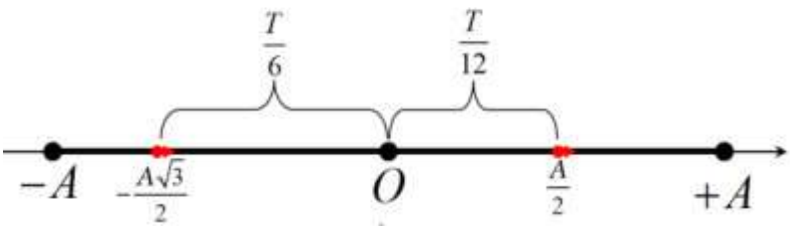
Ví dụ 3: Vật dao động điều hòa với vận tốc cực đại bằng 3 m/s và gia tốc cực đại bằng $30\pi\left(m/s^2\right)$. Lúc $t = 0$ vật có vận tốc $v_1 = +1,5(m/s)$ và thế năng đang giảm. Hỏi sau thời gian ngắn nhất bao nhiêu thì vật có gia tốc bằng $-15\pi\left(m/s^2\right)$?

A. 0,05 s. **B.** 0,15 s. **C.** 0,10 s. **D.** $\frac{1}{12}$ s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Từ công thức $a_{max} = \omega^2 A$ và $v_{max} = \omega A$ suy ra : $\omega = \frac{a_{max}}{v_{max}} = 10\pi(rad/s)$

$$\left.\begin{matrix} \begin{cases} v_1 = +1,5 = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \\ W_t \text{ ñang giaûm} \end{cases} \\ a_2 = -15\pi = \frac{-a_{max}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow t_{\frac{-A\sqrt{3}}{2} \to \frac{A}{2}} = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega} = 0,05(s)$$



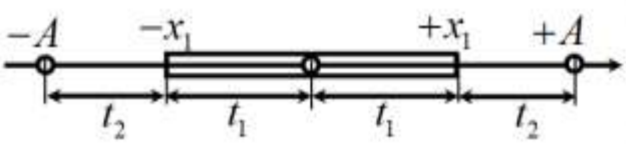
Chú ý:

*1) Vùng $|a|$ **lớn** hơn $|a_1|$ nằm ngoài đoạn $[-x_1; x_1]$ và vùng $|a|$ **nhỏ** hơn $|a_1|$ nằm trong đoạn $[-x_1; x_1]$.*

2) Khoảng thời gian trong một chu kì $|a|$

+ lớn hơn $|a_1|$ là $4t_2$

+ nhỏ hơn $|a_1|$ là $4t_1$



$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{1}{\omega}\arcsin\dfrac{x_1}{A} \\ t_2 = \dfrac{1}{\omega}\arccos\dfrac{x_1}{A} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \\ a_1 = -\omega^2 x_1 \end{array} \right.$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì $\frac{\pi}{2}$(s), tốc độ cực đại của vật là 40 (cm/s). Tính thời gian trong một chu kì gia tốc của vật không nhỏ hơn $96\left(cm/s^2\right)$

A. 0,78 s. **B.** 0,71 s. **C.** 0,87 s. **D.** 0,93 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

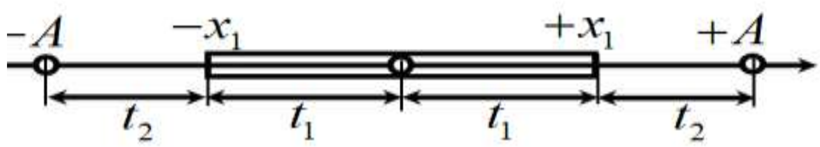
Tần số góc: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 4(\text{rad/s})$

Từ công thức: $v_{max} = \omega A$ suy ra: $A = \frac{v_{max}}{\omega} = 10(cm)$

Ta có: $x_1 = \frac{|a_1|}{\omega^2} = 6(cm)$.

Vùng $|a|$ **lớn** hơn $96\left(cm/s^2\right)$ nằm ngoài đoạn $[-x_1; x_1]$

Khoảng thời gian trong một chu kì $|a|$ lớn hơn $96\left(cm/s^2\right)$ là $4t_2$, tức là



$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{1}{\omega}\arcsin\dfrac{x_1}{A} \\ t_2 = \dfrac{1}{\omega}\arccos\dfrac{x_1}{A} \end{cases}$$

$4t_2 = 4.\dfrac{1}{\omega}arccos\dfrac{x_1}{A} = 4.\dfrac{1}{4}arccos\dfrac{6}{10} \approx 0,93(s)$.

Ví dụ 5: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có độ lớn gia tốc bé hơn $\dfrac{1}{2}$ gia tốc cực đại là

A. $\dfrac{T}{3}$. **B.** $\dfrac{2T}{3}$. **C.** $\dfrac{T}{6}$. **D.** $\dfrac{T}{2}$.

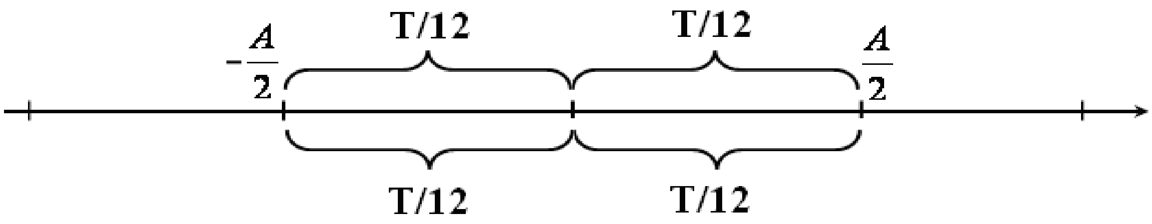
Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Ta có: $x_1 = \dfrac{|a_1|}{\omega^2} = \dfrac{A}{2}$

Vùng $|a|$ **nhỏ** hơn $|a_1|$ nằm trong đoạn $[-x_1; x_1]$.

Khoảng thời gian trong một chu kì $|a|$ **nhỏ** hơn $|a_1|$là $4t_1$ tức là

$4t_1 = 4.\dfrac{T}{12} = \dfrac{T}{3}$.



Chú ý *: Đối với bài toán ngược ta làm theo các bước sau:*

Bước 1: Dựa vào vùng $|a|$ lớn hơn hoặc bé hơn $|a_1|$ta biểu diễn t_1 hoặc t_2 theo ω

Bước 2: Thay vào phương trình $x_1 = A\sin\omega t_1 = A\cos\omega t_2$

Bước 3: Thay vào phương trình $|x_1| = \omega^2|a_1|$

Ví dụ 6: (ĐH-2010)Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá $100cm/s^2$ là $\dfrac{T}{3}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Tần số dao động của vật là

A. 4Hz. **B.** 3Hz. **C.** 2Hz. **D.** 1Hz.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Để độ lớn gia tốc không vượt quá $100cm/s^2$ thì vật nằm trong đoạn $[-x_1; x_1]$. Khoảng thời gian trong một chu kì $|a|$ nhỏ hơn $100cm/s^2$ là $4t_1$, tức là

$$4t_1 = \frac{T}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}$$

Thay *vào* phương trình $x_1 = A\sin\omega t_1 = 5\sin\frac{2\pi}{T}\frac{T}{12} = 2,5(cm)$

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{|a_1|}{|x_1|}} = 2\pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1(Hz)$.

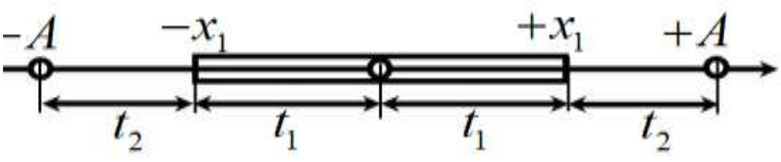
Chú ý: Nếu khoảng thời gian liên quan đến W_t, W_d thì ta quy về li độ nhờ các công thức độc lập với thời gian: $W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$.

Ví dụ 7: Một vật dao động điều hòa với tần số 2 Hz. Tính thời gian trong một chu kì $W_t \le 2W_d$

A. 0,196 s. **B.** 0,146 s. **C.** 0,096 s. **D.** 0,304 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Quay về li độ $W_t = 2W_d \Rightarrow \begin{cases} W_d = \frac{1}{3}W \\ W_t = \frac{2}{3}W \Rightarrow \frac{kx_1^2}{2} = \frac{2}{3}\frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}A \end{cases}$



$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{x_1}{A} \\ t_2 = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{x_1}{A} \end{cases}$$

Vùng $W_t \le 2W_d$ nằm trong đoạn $[-x_1; x_1]$. Khoảng thời gian trong một chu kì $W_t \le 2W_d$ là $4t_1$, tức là $4t_1 = 4.\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{x_1}{A} = 4.\frac{1}{2\pi.2}\arcsin\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,304(s)$

2. Thời điểm vật qua x_0

a. Thời điểm vật qua x_0 theo chiều dương (âm)

Phương pháp chung:

Cách 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) = x_1 \\ v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = v_1 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{l} t = t_{01} + k.T \\ t = t_{02} + l.T \end{array}\right. (t_{01}, t_{02} \geq 0 \Rightarrow k, l = 0, 1, 2...)$$

Cách 2: Xác định VTLG $\begin{cases} \text{Xaùc ñònh vò trí xuaát phaùt: } \phi_0 = (\omega.0 + \varphi) \\ \text{Xaùc ñònh vò trí caàn ñeán} \\ \text{Xaùc ñònh goùc caàn queùt: } \Delta\varphi \\ \text{Thôøi gian : t=}\dfrac{\Delta\varphi}{\omega} \end{cases}$

Cách 3: Chỉ dùng VTLG để xác định thời điểm đầu tiên

$$\begin{cases} \text{Xaùc ñònh vò trí xuaát phaùt: } \phi_0 = (\omega.0 + \varphi) \\ \text{Xaùc ñònh } \begin{cases} \text{Thôøi ñieåm ñaàu tieân vaät ñeán } x_1 \text{ theo chieàu döông : } t_1 \\ \xrightarrow{\text{caùc thôøi ñieåm}} t = t_1 + kT\,(k = 0, 1, 2...) \\ \text{Thôøi ñieåm ñaàu tieân vaät ñeán } x_1 \text{ theo chieàu aâm : } t_1 \\ \xrightarrow{\text{caùc thôøi ñieåm}} t = t_1 + kT\,(k = 0, 1, 2...) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Laàn thöù 1 vaät ñeán x=}x_1 \text{ theo chieàu döông (aâm) laø } t_1 \\ \text{Laàn thöù 2 vaät ñeán x=}x_1 \text{ theo chieàu döông (aâm) laø } t_2 = t_1 + T \\ ..... \\ \text{Laàn thöù n vaät ñeán x=}x_1 \text{ theo chieàu döông (aâm) laø } t_n = t_1 + (n-1)T. \end{cases}$$

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa theo phương trình $x = 4\cos\left(\dfrac{\pi t}{2} - \dfrac{\pi}{3}\right)$ trong đó x tính bằng xentimét (cm) và t tính bằng giây (s). Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ $x = 2\sqrt{3}$ cm theo chiều âm lần thứ 2 là

A. $t = 6,00s$. **B.** $t = 5,50s$. **C.** $t = 5,00s$. **D.** $t = 5,75s$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Cách 1: Dùng PTLG

$$\begin{cases} x = 4\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} \\ v = x' = -2\pi\sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) > 0 \end{cases}$$

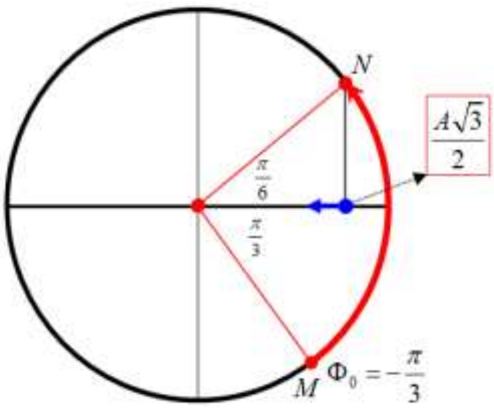
$$\Rightarrow \frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + n.2\pi$$

$t = 1 + n.4 \geq 0 \Rightarrow n = 0;1;2;3;...$

Lần thứ 2 ứng với $n = 1$ nên $t = 5(s)$.

Cách 2: Dùng VTLG

Vị trí xuất phát trên VTLG là điểm M, điểm cần đến là N. Lần thứ 2 đi qua N cần quét 1 góc:



$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + 2\pi$, tương ứng thời gian:

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 5(s)$$

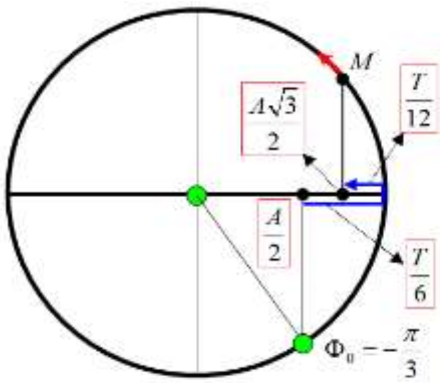
Cách 3: Chỉ dùng VTLG để xác định thời điểm đầu tiên $T = \frac{2\pi}{\omega} = 4(s)$

Vị trí xuất phát: $\phi_0 = \left(\frac{\pi.0}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{3}$

Vị trí cần đến là điểm M trên VTLG

Thời điểm đầu tiên vật đến $x_1 = 2\sqrt{3}$

theo chiều âm : $t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{T}{4} = 1(s)$



Lần thứ 2 vật đến $x_1 = 2\sqrt{3}$ theo chiều âm là:

$t_2 = t_1 + T = 5(s)$

Kinh nghiêm:

1) Bài toán tìm các thời điểm vật qua x_1 theo chiều dương (âm) thì nên dùng cách 1.

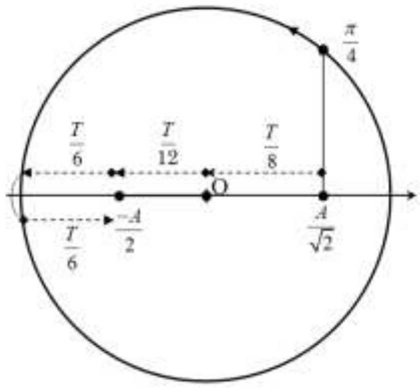
2) Bài toán tìm thời điểm lần thứ n vật qua x_1 theo chiều dương (âm) thì nên dùng cách 2,3

Ví dụ 2: Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình $x = 6\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ trong đó x tính bằng xentimét (cm) và t tính bằng giây (s). Chỉ xét các thời điểm chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = -3cm$ theo chiều dương. Thời điểm lần thứ 10 là

A. $t = \frac{245}{24}s.$ **B.** $t = \frac{221}{24}s.$ **C.** $t = \frac{229}{24}s.$ **D.** $t = \frac{253}{24}s.$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(s)$



Lần 1, vật đến $x = -3cm$ theo chiều dương là:

$$t_{01} = \frac{T}{8} + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{13T}{24} = \frac{13}{24}(s)$$

Lần 10, vật đến $x = -3cm$ theo chiều dương là:

$$t = t_{01} + 9T = \frac{13}{24} + 9,1 = \frac{229}{24}(s)$$

b. Thời điểm vật qua x_0 tính cả hai chiều

Phương pháp chung:

Cách 1: Giải phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi) = x_1$

$$\Rightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x_1}{A} = \cos\alpha \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\omega t + \varphi = \alpha + (2\pi) \\ \omega t + \varphi = -\alpha + (2\pi)\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}t_1 = ? \\ t_2 = ?\end{array}\right.$$

Trong một chu kì vật qua mỗi vị trí biên một lần và các vị trí khác hai lần. Để tìm hai thời điểm đầu tiên (t_1 và t_2) có thể dùng PTLG hoặc VTLG. Để tìm thời điểm, ta làm như sau:

$$\frac{\text{Soálaà}}{2} = n\begin{cases}\text{dö 1: } t = nT + t_1 \\ \text{dö 2: } t = nT + t_2\end{cases}$$

Cách 2: Dùng VTLG $\begin{cases} \text{Xñ vòtrí xuaáphaùt } \phi_0 = (\omega.0+\varphi) \\ \text{Xñ vòtrí caà ñeá} \\ \text{Xñ goù caà queù } \Delta\varphi \\ \text{Thôøgian: } t=\dfrac{\Delta\varphi}{\omega} \end{cases}$

Ví dụ 1: (ĐH-2011) Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình $x = 4\cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$ (x tính bằng cm; t tính bằng s). Kể từ $t = 0$, chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = -2$ cm lần thứ 2011 tại thời điểm

A. 3015 s. **B.** 6030s. **C.** 3016 s. **D.** 6031 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Cách 1: Giải PTLG: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 3(s)$

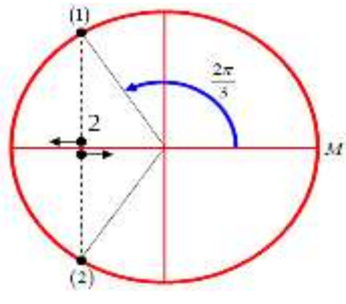
$$4\cos\frac{2\pi t}{3} = -2 \Rightarrow \cos\frac{2\pi t}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi t}{3} = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{2\pi t}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1(s) \\ t_2 = 2(s) \end{cases}$$

$\frac{2011}{2} = 1005$ dö $1 \Rightarrow t_{2.1005+1} = 1005T + t_1 = 1005.3 + 1 = 3016(s)$.

Cách 2: Dùng VTLG

Quay một vòng đi qua li độ $x = -2$ cm là hai lần.

Để có lần thứ $2011 = 2.1005 + 1$ thì phải quay 1005 vòng và quay thêm một góc $\frac{2\pi}{3}$, tức là tổng góc quay: $\Delta\varphi = 1005.2\pi + \frac{2\pi}{3}$



Thời gian:

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1005.2\pi + \frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{3}} = 3016(s)$$.

Câu 32: Một vật dao động có phương trình li độ $x = 4\cos\left(\frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6}\right)(cm, s)$. Tính từ lúc $t = 0$, vật đi qua li độ $x = 2\sqrt{3}$ cm lần thứ 2012 vào thời điểm nào?

A. $t = 1508,5$ s. **B.** $t = 1509,625$ s. **C.** $t = 1508,625$ s. **D.** $t = 1510,125$ s.

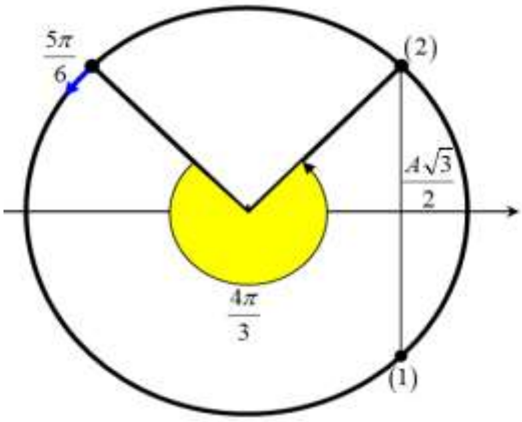
Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Cách 1: Giải PTLG: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1,5(s)$

$$x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow t_2 = 1(s) \\ \frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow t_1 = 0,75(s) \end{array}\right.$$

$$t_{2012} = t_{2.1005+2} = 1005T + t_2 = 1005.1,5 + 1 = 1508,5(s)$$

Cách 2: Dùng VTLG



Quay một vòng đi qua li độ $x = 2\sqrt{3}$ cm là hai lần.

Để có lần thứ $2012 = 2.1005 + 2$ thì phải quay 1005 vòng và quay thêm một góc $\frac{4\pi}{3}$, tức là tổng góc quay : $\Delta\varphi = 1005.2\pi + \frac{4\pi}{3}$

Thời gian

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1005.2\pi + \frac{4\pi}{3}}{\frac{4\pi}{3}} = 1508,5(s).$$

c. Thời điểm vật cách vị trí cân bằng một đoạn b

Phương pháp chung:

Trong một chu kì, vật qua mỗi vị trí biên một lần và các vị trí khác hai lần. Vì vậy nếu $b = 0$ hoặc $b = A$ thì trong một chu kì có 2 lần $|x| = b$, ngược lại trong một chu kì có 4 lần $|x| = b$ (hai lần vật qua $x = +b$ và hai lần qua $x = -b$). Để tìm bốn thời điểm đầu tiên t_1, t_2, t_3 và t_4 có thể dùng PTLG hoặc VTLG. Để tìm thời điểm tiếp theo ta làm như sau:

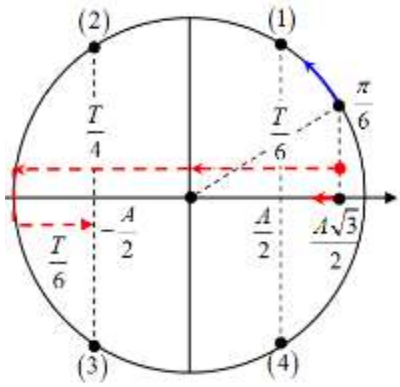
$$\frac{\text{Soá laà}}{4} = n \begin{cases} \text{dö 1: } t = nT + t_1 \\ \text{dö 2: } t = nT + t_2 \\ \text{dö 3: } t = nT + t_3 \\ \text{dö 4: } t = nT + t_4 \end{cases}$$

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos\left(\frac{10\pi t}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Xác định thời điểm thứ 2015 vật cách vị trí cân bằng 3 cm.

A. 302,15 s. **B.** 301,87 s. **C.** 302,25 s. **D.** 301,95 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,6(s)$. Ta nhận thấy: $\frac{2015}{4} = 503$ dö 3



$\Rightarrow t = 503T + t_3$ nên ta chỉ cần tìm t_3

$t_3 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}$

$\Rightarrow t = 503T + \frac{7T}{12} = 302,15(s)$

Chú ý: Nếu khoảng thời gian liên quan đến W_t, W_d thì ta quy về li độ nhờ các công thức độc lập với thời gian:

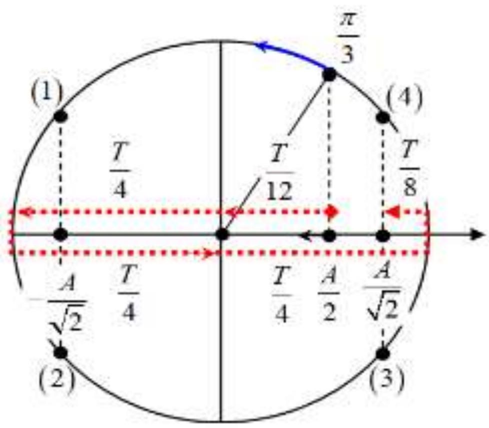
$$W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = 2\frac{kA^2}{2}$$

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 4\cos\left(\frac{50\pi t}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Xác định thời điểm thứ 2012 vật có động năng bằng thế năng.

A. 60,265 s. **B.** 60,355 s. **C.** 60,325 s. **D.** 60,295 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,12(s)$



Từ điều kiện: $W_t = W_d = \frac{1}{2}W \Rightarrow |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}$

Ta nhận thấy: $\frac{2012}{4} = 502$ dö 4

$\Rightarrow t = 502T + t_4$ nên ta chỉ cần tìm t_4

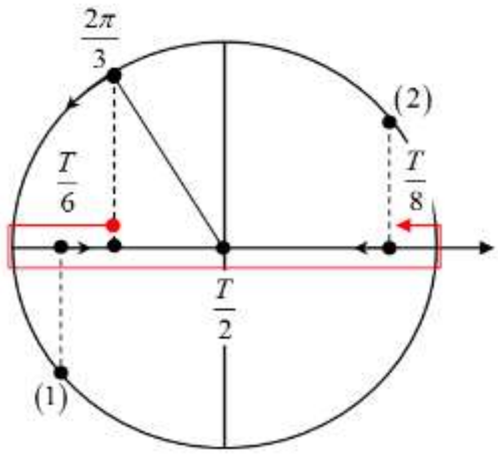
$t_4 = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{23T}{24}$

$\Rightarrow t = 502T + \frac{17T}{24} = 60,355(s)$.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos\left(\frac{10\pi t}{3} + \frac{2\pi}{3}\right)$cm. Xác định thời điểm thứ 100 vật có động năng bằng thế năng và đang chuyển động về hía vị trí cân bằng.

A. 19,92 s. **B.** 9,96 s. **C.** 20,12 s. **D.** 10,06 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B



$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2(s)$

Trong một chu kì chỉ có hai thời điểm động năng bằng thế năng và vật đang chuyển động về phía vị trí cân bằng. Hai thời điểm đầu tiên là t_1 và t_2. Để tìm các thời điểm tiếp theo ta làm như sau:

$$\frac{\text{Soá laà}}{2} = n\begin{cases}\text{dö 1: } t = nT + t_1 \\ \text{dö 2: } t = nT + t_2\end{cases}$$

Ta nhận thấy: $\frac{100}{2} = 49$ dư $2 \Rightarrow t = 49T + t_2$ nên ta chỉ cần tìm t_2.

$$t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{8} = \frac{19T}{24} \Rightarrow t_{100} = 49T + \frac{19T}{24} \approx 9,96(s)$$

Chọn đáp án : B

Ví dụ 4: Một vật nhỏ dao động mà phương trình vận tốc $v = 5\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm/s . Tốc độ trung bình của vật tính từ thời điểm ban đầu đến vị trí động năng bằng $\frac{1}{3}$ thế năng lần thứ hai là

A. $6,34$ cm/s. **B.** $21,12$ cm/s. **C.** $15,74$ cm/s. **D.** $3,66$ cm/s

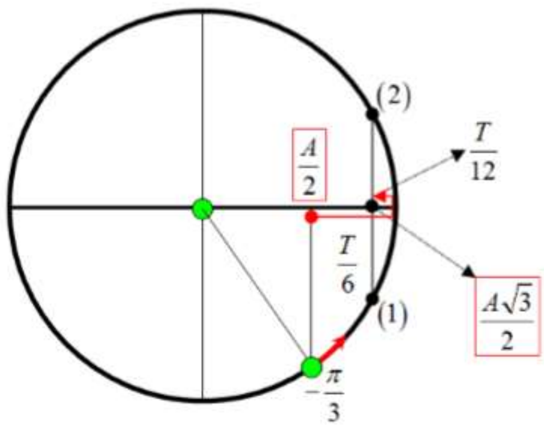
Hướng dẫn:

Đối chiếu với phương trình tổng quát, ta suy ra phương trình li độ:

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \\ x' = \omega A\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \\ v = 5\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \pi(rad/s) \\ A = 5(cm) \\ \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 5\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$$

Từ điều kiện: $W_d = \frac{1}{3}W_t \Rightarrow \begin{cases} W_d = \frac{1}{4}W \\ W_t = \frac{3}{4}W \Rightarrow |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Thời điểm lần thứ 2, động năng, một phần ba thế năng thì vật đi được quãng đường và thời gian tương ứng là:



$$\Delta S = \frac{A}{2} + \left(A - \frac{A\sqrt{3}}{2}\right) \approx 3{,}17(\text{cm});$$

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = 0{,}5(\text{s})$$

nên tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó là: $|v_{tb}| = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ =6,34 (cm/s).

Chọn đáp án: A

d. Thời điểm liên quan đến vận tốc, gia tốc, lực…

Phương pháp chung:

Cách 1: Giải trực tiếp phương trình phụ thuộc t của v, a, F…

Cách 2: Dựa vào các phương trình độc lập với thời gian để quy về li độ.

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hoà mô tả bởi phương trình: $x = 6\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm) (t đo bằng giây). Thời điểm lần thứ hai có vận tốc -15π (cm/s) là

A. $\frac{1}{60}$ s. **B.** $\frac{11}{60}$ s. **C.** $\frac{5}{12}$ s. **D.** $\frac{13}{60}$ s.

Hướng dẫn:

$$v = x' = -30\pi\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -15\pi$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5\pi t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \Rightarrow t = \frac{5}{60} + k\frac{2}{5} \ge 0 \to k = 0,1,2... \\ 5\pi t - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} + n.2\pi \Rightarrow t = \frac{13}{60} + n\frac{2}{5} \ge 0 \to n = 0,1,2... \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} k = 0 \Rightarrow t = \dfrac{5}{60}(s) \\ n = 0 \Rightarrow t = \dfrac{13}{60}(s) \end{cases}$$

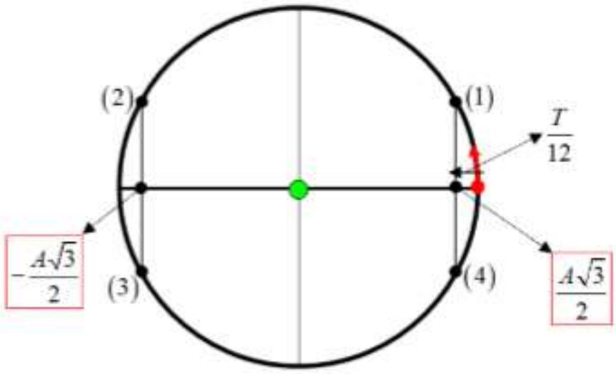
Chọn đáp án: D

Câu 2: Một vật dao động với phương trình $x = 6\cos\left(\dfrac{10\pi t}{3}\right)$ (cm). Tính từ t = 0 thời điểm lần thứ 2013 vật có tốc độ 10π cm/s là

A. 302,35 s **B.** 301,85 s **C.** 302,05 s **D.** 302,15 s

Hướng dẫn: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0,6(s)$

Thay tốc độ 10π cm/s vào phương trình: $x^2 + \dfrac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow |x| = 3\sqrt{3}(cm)$



Ta nhận thấy: $\dfrac{2013}{4} = 503$ dư 1

$\Rightarrow t = 503T + t_1$ nên ta chỉ cần tìm t_1.

$t_2 = \dfrac{T}{12} \Rightarrow t = 503T + \dfrac{T}{12} = 301,85(s)$

Chọn đáp án: B