

CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

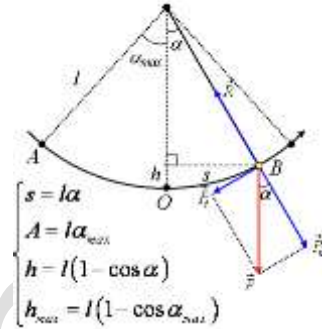
BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG LƯỢNG DAO ĐỘNG

Phương pháp giải

+ Khi không có ma sát, cơ năng bảo toàn, bằng tổng thế năng và động năng, bằng thế năng cực đại, bằng động năng cực đại:

$$W = mgl(1 - \cos a) + \frac{mv^2}{2}$$

$$= mgl(1 - \cos a_{\max}) = \frac{mv_{\max}^2}{2} \begin{cases} W_t = mgh = mgl(1 - \cos a) \\ W_d = \frac{mv^2}{2} \end{cases}$$



+ Khi con lắc đơn dao động bé thì $(1 - \cos a) = 2 \left(\sin \frac{a}{2} \right)^2 \approx 2 \left(\frac{a}{2} \right)^2 = \frac{a^2}{2}$ nên cơ năng dao động:

$$W = \frac{mgl}{2} a^2 + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{mgA^2}{2l} \text{ với } \begin{cases} W_t = \frac{mgl}{2} a^2 \\ W_d = \frac{mv^2}{2} \\ a_{\max} = \frac{A}{l} \end{cases}$$

Ví dụ 1: Một con lắc đơn có chiều dài 1 m khối lượng 100 g dao động trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo tại nơi có $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Bỏ qua mọi ma sát. Khi sợi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc 30° thì tốc độ của vật nặng là 0,3 m/s. Cơ năng của con lắc đơn là

- A. $1 - 0,5\sqrt{3}$ J. B. 0,13 J. C. 0,14 J. D. 0,5 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$W = mgl(1 - \cos a) + \frac{mv^2}{2} = 0,1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot (1 - \cos 30^\circ) + \frac{0,1 \cdot 0,3^2}{2} = 0,14 \text{ (J)}$$

Ví dụ 2: Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 400 (g) và sợi dây treo không dẫn có trọng lượng không đáng kể, chiều dài 0,1 (m) được treo thẳng đứng ở điểm A. Biết con lắc đơn dao động điều hoà, tại vị trí có li độ góc $0,075$ (rad) thì có vận tốc $0,075\sqrt{3}$. Cho gia tốc trọng trường $10 \text{ (m/s}^2)$. Tính cơ năng dao động.

- A. 4,7 mJ. B. 4,4 mJ. C. 4,5 mJ. D. 4,8 mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$W = \frac{mgl}{2} a^2 + \frac{mv^2}{2} = \frac{0,4 \cdot 10 \cdot 0,1}{2} \cdot 0,075^2 + \frac{0,4 \cdot (0,075\sqrt{3})^2}{2} = 4,5 \cdot 10^{-3} (J)$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng 1 kg, độ dài dây treo 2 m, góc lệch cực đại của dây so với đường thẳng đứng 0,175 rad. Chọn mốc thế năng trọng trường ngang với vị trí thấp nhất, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Cơ năng và tốc độ của vật nặng khi nó ở vị trí thấp nhất lần lượt là

- A.** 2 J và 2 m/s. **B.** 0,30 J và 0,77 m/s. **C.** 0,30 J và 7,7 m/s. **D.** 3 J và 7,7 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\begin{cases} W = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 = \frac{1,9 \cdot 8,2}{2} \cdot 0,175^2 = 0,30 (J) \\ v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot l a_{\max} = 0,77 (m/s) \end{cases}$$

Ví dụ 4: Một con lắc đơn có khối lượng 2 kg và có độ dài 4 m, dao động điều hòa ở nơi có gia tốc trọng trường $9,8 \text{ m/s}^2$. Cơ năng dao động của con lắc là 0,2205 J. Biên độ góc của con lắc bằng

- A.** 0,75 rad. **B.** $4,30^\circ$. **C.** 0,3 rad. **D.** $0,075^\circ$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$W = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 \Rightarrow a_{\max} = \sqrt{\frac{2W}{mgl}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2205}{2 \cdot 9,8 \cdot 4}} = 0,075 (rad) = 4,3^\circ$$

Chú ý:
$$\begin{cases} W_t = \frac{mgl}{2} a^2 \\ W_d = \frac{mv^2}{2} \\ W_d + W_t = W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 = \frac{mv_{\max}^2}{2} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Cho } v \Rightarrow \begin{cases} W_d = \frac{mv^2}{2} \\ W_t = W - W_d \end{cases} \\ \text{Cho } a \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{mgl}{2} a^2 \\ W_d = W - W_t \end{cases} \end{array} \right.$$

$$W_t = nW \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{n}{n+1} W \Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{n}{n+1}} \cdot a_{\max} \\ W_d = \frac{1}{n+1} W \Rightarrow v = \pm \sqrt{\frac{1}{n+1}} \cdot v_{\max} \end{cases}$$

Ví dụ 5: Một con lắc đơn gồm một viên bi nhỏ khối lượng 100 (g) được treo ở đầu một sợi dây dài 1,57 (m) tại địa điểm có gia tốc trọng trường $9,81 \text{ m/s}^2$. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) rồi thả cho nó dao động điều hòa không có vận tốc ban đầu. Tính động năng viên bi khi góc lệch của nó là 0,05 (rad).

- A.** $W_d = 0,00195 \text{ J}$. **B.** $W_d = 0,00585 \text{ J}$. **C.** $W_d = 0,00591 \text{ J}$. **D.** $W_d = 0,00577 \text{ J}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W_d = W - W_t = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 - \frac{mgl}{2} a^2 = 0,00577(J)$$

Ví dụ 6: (CĐ-2011) Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc α_0 . Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Ở vị trí con lắc có động năng bằng thế năng thì li độ góc của nó bằng

- A. $\pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$ B. $\pm \frac{\alpha_0}{2}$ C. $\pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ D. $\pm \frac{\alpha_0}{3}$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$W_t = W_d = \frac{W}{2} \Leftrightarrow \frac{mga^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{mga_0^2}{2} \Rightarrow a' = \pm \frac{a_0}{\sqrt{2}}$$

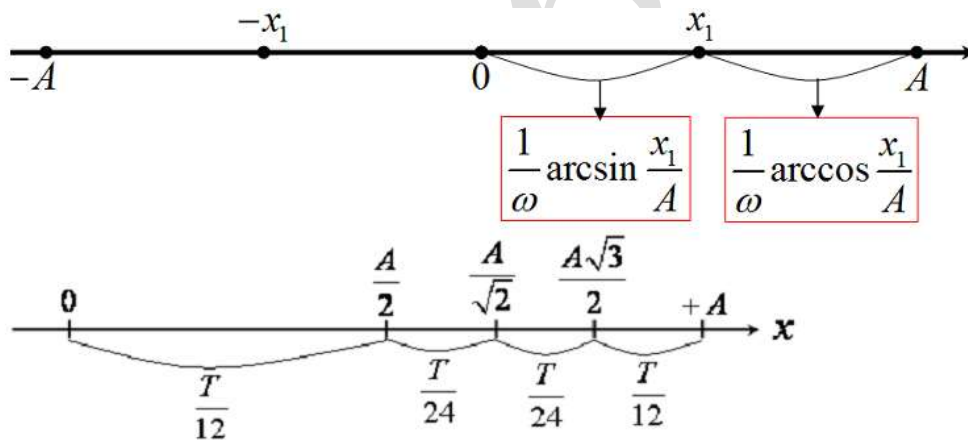
Ví dụ 7: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo bằng 40 cm, dao động với biên độ góc 0,1 rad tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Vận tốc của vật nặng ở vị trí thế năng bằng ba lần động năng là

- A. $\pm 0,3$ m/s. B. $\pm 0,2$ m/s. C. $\pm 0,1$ m/s. D. $\pm 0,4$ m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$W_t = 3W_d \Rightarrow W_d = \frac{W}{4} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{mgl a_{\max}^2}{2} \Rightarrow v = \frac{a_{\max}}{2} \sqrt{gl} = \pm 0,1(m/s)$$

Chú ý: Nhớ lại khoảng thời gian trong dao động điều hòa



Ví dụ 8: (CĐ-2011) Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 1 m dao động điều hòa với biên độ góc $\pi/20$ rad tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lấy $\pi^2 = 10$. Thời gian ngắn nhất để

con lắc đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc $\frac{\pi\sqrt{3}}{40}$ rad là

- A. $\frac{1}{3}$ s B. $\frac{1}{2}$ s C. 3 s. D. $3\sqrt{2}$ s

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$a_1=0, a_2=\frac{a_{\max}\sqrt{3}}{2} \rightarrow t = \frac{1}{6} T = \frac{1}{6} 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{3} (s)$$

Ví dụ 9: Một con lắc đơn dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường $9,86 \text{ m/s}^2$. Tốc của vật khi qua vị trí cân bằng là $6,28 \text{ cm/s}$ và thời gian đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc bằng nửa biên độ góc là $1/6 \text{ s}$. Chiều dài của dây treo con lắc và biên độ dài lần lượt là

- A. $0,8 \text{ m}$ và $0,1 \text{ m}$. B. $0,2 \text{ m}$ và $0,1 \text{ m}$. C. 1 m và 2 cm . D. 1 m và $1,5 \text{ m}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Thời gian ngắn nhất đi từ $\alpha = 0$ đến $\alpha = 0,5\alpha_{\max}$ là:

$$\frac{T}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow T = 2(s) = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = 1(m)$$

$$v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} \cdot A \Rightarrow 6,28 = \frac{2\pi}{2} A \Rightarrow A = 2(cm)$$

Chú ý:

- Chuyển động đi từ hai biên về VTCB là chuyển động nhanh dần.
- Chuyển động đi từ VTCB ra 2 biên là chuyển động chậm dần.

Ví dụ 10: (ĐH-2010) Tại nơi có gia tốc trọng trường g , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc α_{\max} nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc α của con lắc bằng

- A. $-\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$ C. $-\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{3}}$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

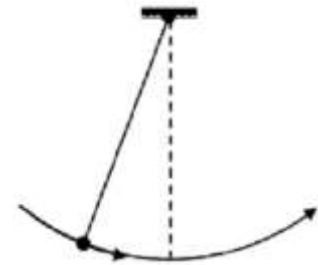
Đi theo chiều dương về vị trí cân bằng $\Rightarrow \alpha < 0$

$$W_t = W_d = \frac{1}{2}W \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = -\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Chú ý: Nếu con lắc đơn đang dao động điều hòa đúng lúc đi qua vị trí cân bằng nếu làm thay đổi chiều dài thì cơ năng không đổi:

$$W' = W \Rightarrow \begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{mgA^2}{2l} = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 \\ W' = \frac{m\omega'^2 A'^2}{2} = \frac{mgA'^2}{2l'} = \frac{mgl'}{2} \alpha_{\max}'^2 \end{cases}$$



Ví dụ 11: Một con lắc đơn lí tưởng đang dao động điều hòa, khi đi qua vị trí cân bằng thì điểm I của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa với chiều dài sợi dây chỉ bằng một phần tư lúc đầu thì

- A. biên độ góc dao động sau đó gấp đôi biên độ góc ban đầu.

- B. biên độ góc dao động sau đó gấp bốn biên độ góc ban đầu.
- C. biên độ dài dao động sau đó gấp đôi biên độ dài ban đầu.
- D. cơ năng dao động sau đó chỉ bằng một nửa cơ năng ban đầu.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$W' = W \Rightarrow \begin{cases} \frac{mgA'^2}{2l'} = \frac{mgA^2}{2l} \Rightarrow A' = A\sqrt{\frac{l'}{l}} = \frac{A}{2} \\ \frac{mgl'}{2}\alpha_{\max}'^2 = \frac{mgl}{2}\alpha_{\max}^2 \Rightarrow \alpha_{\max}' = \alpha_{\max}\sqrt{\frac{l}{l'}} = 2\alpha_{\max} \end{cases}$$

hoc360.net