

Chủ đề 2: CON LẮC Lò XO

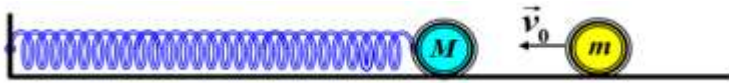
BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN KÍCH THÍCH DAO ĐỘNG

Ta khảo sát các dạng toán sau:

- + Kích thích dao động bằng va chạm
- + Kích thích dao động bằng lực

1. Kích thích dao động bằng va chạm

a. Va chạm theo phương ngang



Phương pháp giải

* Vật m chuyển động với vận tốc v_0 đến va chạm mềm vào vật M đang đứng yên thì

$$\left\{ \begin{array}{l} mv_0 = (m+M)V \Rightarrow V = \frac{mv_0}{m+M} \text{ (Vận tốc của hệ ở VTCB)} \\ \text{Nếu sau va chạm cả hai vật dao động điều hòa thì} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} \\ A = \frac{V}{\omega} \end{array} \right.$$

* Vật m chuyển động với vận tốc v_0 đến va chạm đàn hồi vào vật M đang đứng yên thì ngay sau va chạm vận tốc của m và M lần lượt là v và V:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} mv_0 = mv + MV \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{2mv_0}{m+M} \\ v = \frac{m-M}{m+M}v_0 \end{array} \right. \text{ (vận tốc của M ở VTCB)} \\ \text{Nếu sau va chạm M dao động điều hòa thì} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \\ A = \frac{V}{\omega} \end{array} \right.$$

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo, lò xo có độ cứng 20 (N/m), vật nặng $M = 100$ (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một

vật $m = 100$ (g) bắn vào M theo phương nằm ngang với tốc độ 3 (m/s). Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà theo phương ngang trùng với trục của lò xo với biên độ là

- A.** 15 cm **B.** 10 cm. **C.** 4 cm **D.** 8 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải

$$V = \frac{mv_0}{m+M} = 1,5(m/s) \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{m+M}}} = 0,15(m)$$

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 40 (N/m), vật nặng $M = 400$ (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100$ (g) bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc 1 (m/s). Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hoà theo phương ngang với biên độ là

- A.** 5 cm. **B.** 10 cm. **C.** 4 cm **D.** 8 cm.

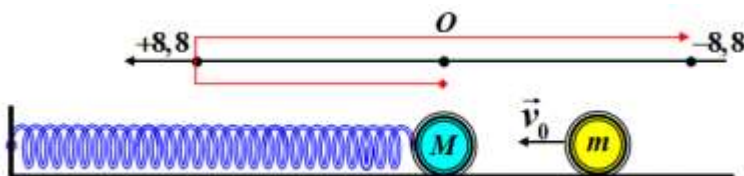
Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$V = \frac{2mv_0}{m+M} = 0,4(m/s) \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{M}}} = 0,04(m)$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 100 (N/m), vật nặng $M = 300$ (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 200$ (g) bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc 2 (m/s). Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm, vật M dao động điều hoà theo phương ngang. Gốc tọa độ là điểm cân bằng, gốc thời gian là ngay lúc sau va chạm, chiều dương là chiều lúc bắt đầu dao động. Tính khoảng thời gian ngắn nhất vật có li độ $-8,8$ cm.

- A.** 0,25 s. **B.** 0,26 s **C.** 0,4 s **D.** 0,09 s

Hướng dẫn: Chọn đáp án C



$$V = \frac{2mv_0}{m+M} \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{2mv_0}{\frac{m+M}{\sqrt{\frac{k}{M}}}} \approx 0,088 (m)$$

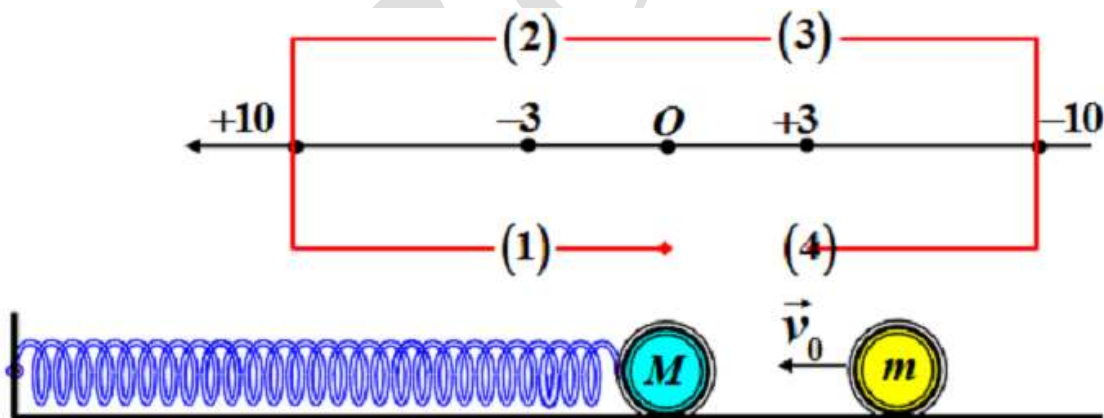
$$\text{Thời gian } t = \frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{0,3}{100}} \approx 0,26 (s)$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo, lò xo có độ cứng 30 (N/m), vật nặng $M = 200$ (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100$ (g) bắn vào M theo phương nằm ngang với tốc độ 3 (m/s). Sau va chạm hai vật dính vào nhau và làm cho lò xo nén rồi cùng dao động điều hoà theo phương ngang trùng với trục của lò xo. Gốc thời gian là ngay lúc sau va chạm, thời điểm lần thứ 2013 và lần thứ 2015 độ biến dạng của lò xo bằng 3 cm lần lượt là

- A. 316,07 s và 316,64 s B. 316,32 s và 316,38 s.
C. 316,07 s và 316,38 s D. 316,32 s và 316,64 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = 10 (rad / s); T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5} (s)$$



$$V = \frac{mv_0}{m+M} = 1 (m / s) \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = 0,1 (m)$$

Bốn thời điểm đầu tiên độ biến dạng của lò xo bằng 3cm:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{3}{10} \approx 0,03(s) \\ t_2 = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arccos \frac{3}{10} \approx 0,28(s) \\ t_1 = \frac{T}{2} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{3}{10} \approx 0,34(s) \\ t_1 = \frac{3T}{4} + \frac{1}{\omega} \arccos \frac{3}{10} \approx 0,6(s) \end{cases}$$

Nhận thấy:

$$\begin{cases} \frac{2013}{4} = 503 \text{ Dư } 1 \Rightarrow t_{2013} = 503t + t_1 = 316,07(s) \\ \frac{2015}{4} = 503 \text{ Dư } 3 \Rightarrow t_{2015} = 503T + t_3 = 316,38(s) \end{cases}$$

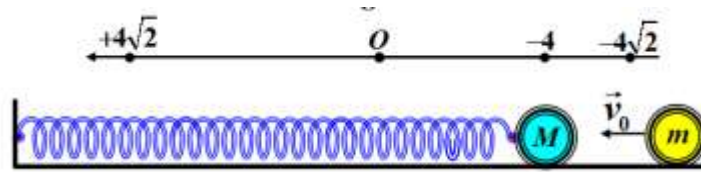
Chú ý: Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phương ngang với biên độ A_0 đúng lúc vật đến vị trí biên ($x_0 = \pm A_0$) thì mới xảy ra va chạm thì

$$\begin{cases} \text{Va chạm mềm: } \begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} \\ V = \frac{mv_0}{m+M} \end{cases} \\ \text{Va chạm đàn hồi: } \begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \\ V = \frac{2mv_0}{m+M} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}}$$

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo, lò xo có độ cứng 50 (N/m), vật M có khối lượng $M = 200$ (g), dao động điều hoà trên mặt phẳng nằm ngang với biên độ 4 (cm). Giả sử M đang dao động thì có một vật có khối lượng $m = 50$ (g) bắn vào M theo phương ngang với vận tốc $2\sqrt{2}$ (m/s) giả thiết là va chạm mềm và xảy ra tại thời điểm lò xo có độ dài lớn nhất. Sau va chạm hai vật gắn chặt vào nhau và cùng dao động điều hoà với biên độ là

- A. 8,2 cm. B. 10 cm C. 4 cm. D. $4\sqrt{2}$ cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án D



Lời giải

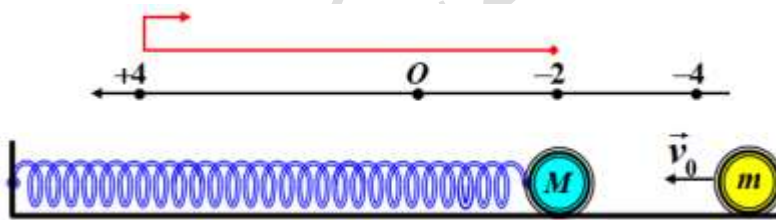
$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = \sqrt{\frac{50}{0,25}} = 10\sqrt{2} \text{ (rad/s)} \\ V = \frac{mv_0}{m+M} = \frac{1}{1+4} 200\sqrt{2} = 40\sqrt{2} \text{ (cm/s)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \pm 4 \text{ cm} \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{cases}$$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kỳ $T = 2\pi$ (s) quả cầu nhỏ có khối lượng M . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật M có gia tốc là -2 (cm/s²) thì một vật có khối lượng m ($M = 2m$) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến và chạm đàn hồi xuyên tâm với vật M , có xu hướng làm lò xo nén lại. Biết tốc độ chuyển động của vật m ngay trước lúc va chạm là $3\sqrt{3}$ (cm/s). Quãng đường mà vật M đi được từ lúc va chạm đến khi vật M đổi chiều chuyển động là

- A. 6 cm. B. 8 cm. C. 4 cm. D. 2 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải



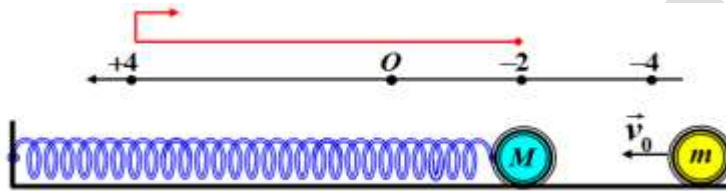
$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = 1 \text{ (rad/s)}; A_0 = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = 2 \text{ cm} \\ V = \frac{2m_2v_0}{m_2 + m_1} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 3\sqrt{3}}{0,5 + 1} = 2\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -A_0 = -2 \text{ cm} \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{4 + \frac{2^2 \cdot 3}{1^2}} = 4 \text{ (cm)} \Rightarrow S = A + A_0 = 6 \text{ (cm)} \end{cases}$$

Ví dụ 7: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kỳ $T = 2\pi(s)$ quả cầu nhỏ có khối lượng M . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật M có gia tốc là $-2(cm/s^2)$ thì một vật có khối lượng m ($M = 2m$) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật M , có xu hướng làm lò xo nén lại. Biết tốc độ chuyển động của vật m ngay trước lúc va chạm là $3\sqrt{3}(cm/s)$ Thời gian vật M đi từ lúc va chạm đến khi vật M đổi chiều chuyển động là

- A. $2\pi(s)$ B. $\pi(s)$ C. $2\pi/3(s)$ D. $1,5\pi(s)$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C



$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = 1(rad/s); A_0 = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = 2cm \\ V = \frac{2m_2 v_0}{m_2 + m_1} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 3\sqrt{3}}{0,5 + 1} = 2\sqrt{3}(cm/s) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -A_0 = -2cm \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{4 + \frac{2^2 \cdot 3}{1^2}} = 4(cm) \Rightarrow t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{2}{4} + \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{3}(s) \end{cases}$$

Ví dụ 8: Một con lắc lò xo, vật M đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang, nhả với biên độ A_1 . Đúng lúc vật M đang ở vị trí biên thì một vật m có khối lượng bằng khối lượng vật M , chuyển động theo phương ngang với vận tốc v_0 bằng vận tốc cực đại của vật M , đến va chạm với M . Biết va chạm giữa hai vật là đàn hồi xuyên tâm, sau va chạm vật M tiếp tục dao động điều hòa với biên độ A_2 . Hệ thức đúng là

- A. $A_1 / A_2 = 0,5\sqrt{2}$ B. $A_1 / A_2 = 0,5\sqrt{3}$ C. $A_1 / A_2 = 2/3$ D. $A_1 / A_2 = 0,5$

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải

Cách 1:
$$\begin{cases} x_0 = \pm A_1; v_0 = \omega A_1 \\ V = \frac{2mv_0}{m+M} = \omega A_1 \Rightarrow A_2 = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = A_1 \sqrt{2} \end{cases}$$

Cách 2: Va chạm tuyệt đối đàn hồi và vì $m = M$ nên m truyền toàn bộ động năng cho M

$$\frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 + \frac{1}{2}kA_1^2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b. Va chạm theo phương thẳng đứng

Phương pháp giải

Tốc độ của m ngay trước va chạm : $v_0 = \sqrt{2gh}$

* Nếu va chạm đàn hồi thì vị trí cân bằng không thay đổi

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2mv_0}{m+M} \text{ (Vận tốc của M ở VTCB)} \\ v = \frac{m-M}{m+M}v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{M}}}$$

* Nếu va chạm mềm thì vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ một đoạn

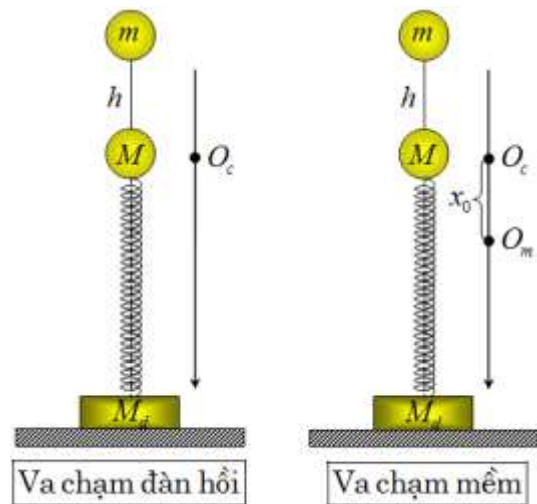
$x_0 = \frac{mg}{k}$ và vận tốc hệ sau va chạm:

$V = \frac{mv_0}{m+M}$ (vận tốc của vật ở vị trí cách vị

trí cân bằng mới một đoạn x_0). Biên độ sau

va chạm:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$$



Ví dụ 1: Một quả cầu khối lượng $M = 2$ (kg), gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng 800 (N/m), đầu dưới của lò xo gắn cố định. Một vật nhỏ có khối lượng $m = 0,4$ (kg) rơi tự do từ độ cao $h = 1,8$ (m) xuống và chạm đàn hồi với M . Lấy gia tốc trọng trường $g = 10$ (m/s²). Sau va chạm, vật M dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biên độ dao động là

- A. 15 cm. B. 3 cm C. 10 cm D. 12 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lời giải

+ Tốc độ của m ngay trước va chạm: $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} = 6$ (m/s)

+ Tốc độ của M ngay sau va chạm: $V = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 6}{0,4+2} = 2$ (m/s)

+ Biên độ dao động: $A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{M}}} = 0,1$ (m)

Chú ý: Nếu đầu dưới của lò xo gắn với M_d và $A \leq \Delta l_0$ thì trong quá trình dao động lò xo luôn bị nén tức là lò xo luôn đẩy M_d nên vật M_d không bị nhấc lên. Nếu $A > \Delta l_0$ muốn M_d không bị nhấc lên thì lực kéo cực đại của lò xo (khi vật ở vị trí cao nhất lò xo dãn cực đại $A - \Delta l_0$) không lớn hơn trọng lượng của M_d :

$$F_{\max} = k(A - \Delta l_0) = k\left(A - \frac{M_d g}{k}\right) = kA - M_d g \leq M_d g$$

Ví dụ 2: Một quả cầu khối lượng $M = 0,2$ (kg), gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng 20 (N/m), đầu dưới của lò xo gắn với đế có khối lượng M_d . Một vật nhỏ có khối lượng $m = 0,1$ (kg) rơi tự do từ độ cao $h = 0,45$ (m) xuống và chạm đàn hồi với M . Lấy gia tốc trọng trường $g = 10$ (m/s²). Sau va chạm vật M dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Muốn đế không bị nhấc lên thì M_d không nhỏ hơn

- A. 300 (g). B. 200 g. C. 600 (g). D. 120 (g)

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

+ Tốc độ của m ngay trước va chạm: $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,45} = 3(m/s)$

+ Tốc độ của M ngay sau va chạm: $V = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2 \cdot 0,13}{0,1+0,2} = 2(m/s)$

+ Biên độ dao động: $A = \frac{V}{\omega} = V \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \sqrt{\frac{0,2}{20}} = 0,2(m)$

+ Muốn để không bị nhấc lên thì lực kéo cực đại của lò xo (khi vật ở vị trí cao nhất lò xo bị giãn cực đại $A - \Delta l_0$) không lớn hơn trọng lượng của đế:

$$F_{\max} = k(A - \Delta l_0) = kA - Mg \leq M_d g \Rightarrow M_d \geq \frac{kA}{g} - M = 0,2(kg)$$

Ví dụ 3: Một vật nhỏ khối lượng $M = 0,6$ (kg), gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng 200 (N/m), đầu dưới của lò xo gắn cố định. Một vật nhỏ có khối lượng $m = 0,2$ (kg) rơi tự do từ độ cao $h = 0,06$ (m) xuống va chạm mềm với M. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10(m/s^2)$. Biên độ dao động là

- A. 1,5 cm. B. 2 cm. C. 1 cm D. 1,2 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

+ Tốc độ của m ngay trước va chạm: $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,06} = \sqrt{1,2}(m/s)$

+ Tốc độ của m+M ngay sau va chạm: $V = \frac{mv_0}{m+M} = \frac{\sqrt{1,2}}{4}(m/s)$

+ Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ một đoạn: $x_0 = \frac{mg}{k} = 0,01(m)$

$$+ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + V^2 \cdot \frac{m+M}{k}} = \sqrt{0,01^2 + \frac{1,2}{16} \cdot \frac{0,2+0,6}{200}} = 0,02(m)$$

Ví dụ 4: Một vật nhỏ khối lượng $M = 0,9$ (kg), gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng 200 (N/m), đầu dưới của lò xo gắn cố định. Một vật nhỏ có khối lượng $m = 0,1$ (kg) rơi tự do từ độ cao h xuống va chạm mềm với M. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10(m/s^2)$. Để m không tách rời M trong suốt quá trình dao động, h không vượt quá

- A. 1,5 m. B. 160 cm. C. 100 cm D. 1,2 m

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

+ Tốc độ của m ngay trước va chạm: $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{20h}$

+ Tốc độ của m+M ngay sau va chạm: $V = \frac{mv_0}{m+M} = 0,1\sqrt{20h}$

+ VTCB mới thấp hơn VTCB cũ một đoạn: $x_0 = \frac{mg}{k} = 0,005(m)$

+ Biên độ $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2(m+M)}{k}} = \sqrt{0,005^2 + 0,2h \cdot \frac{0,1+0,9}{200}}$

+ Để m không tách rời M thì $\alpha_{\max} = \omega^2 A \leq g \Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{10(0,1+0,9)}{200}$

$\Rightarrow h \leq 1,6(m)$

Chú ý:

1) Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phương thẳng đứng với biên độ A_0 đúng lúc vật đến vị trí biên ($x_0 = \pm A_0$) thì mới xảy ra va chạm đàn hồi thì:

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \\ V = \frac{2mv_0}{m+M} \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}}$$

2) Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phương thẳng đứng với biên độ A_0 đúng lúc vật đến vị trí cao nhất thì mới xảy ra va chạm mềm thì ngay sau va chạm vật có li độ so

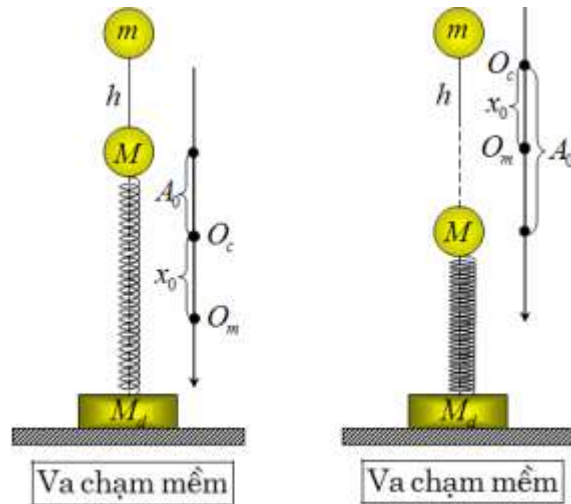
với VTCB mới ($A_0 + x_0$) và có vận tốc $V = \frac{mv_0}{m+M}$ nên biên độ mới:

$$A = \sqrt{(A_0 + x_0)^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}.$$

3) Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phương thẳng đứng với biên độ A_0 đúng lúc vật đến vị trí thấp nhất thì mới xảy ra va chạm mềm thì ngay sau va chạm vật có li độ so với VTCB mới $(A_0 - x_0)$ và có vận

tốc $V = \frac{mv_0}{m+M}$ nên biên độ mới

$$A = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}.$$



Ví dụ 5: Con lắc lò xo có độ cứng 200

N/m treo vật nặng khối lượng $M = 1$ kg đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 12,5 cm. Khi M xuống đến vị trí thấp nhất thì một vật nhỏ khối lượng $m = 0,5$ kg bay theo phương thẳng đứng với tốc độ 6 m/s tới va chạm đàn hồi với M. Tính biên độ dao động sau va chạm

- A. 20 cm B. 21,4 cm C. 30,9 cm D. 22,9 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

+ Tốc độ M ngay sau va chạm: $V = \frac{2mv_0}{m+M} = 400(\text{cm/s})$

Biên độ mới : $A = \sqrt{A_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{A_0^2 + \frac{V^2 \cdot M}{k}} \approx 30,9(\text{cm})$

Ví dụ 6: Con lắc lò xo có độ cứng 200 N/m treo vật nặng khối lượng $M = 1$ kg đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 12,5 cm. Khi M xuống đến vị trí thấp nhất thì một vật nhỏ khối lượng $m = 0,5$ kg bay theo phương thẳng đứng với tốc độ 6 m/s tới cắm vào M. Xác định biên độ dao động của hệ hai vật sau va chạm.

- A. 20 cm B. 21,4 cm C. 30,9 cm D. 22,9 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

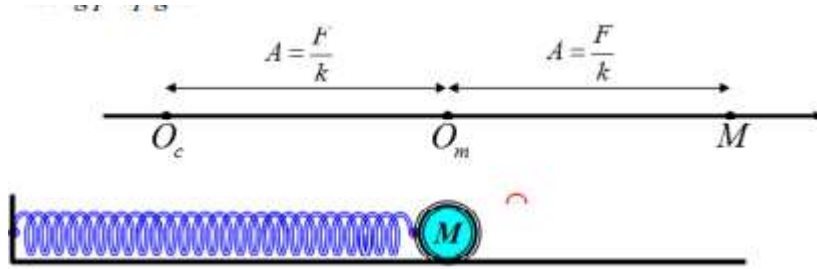
+ Tốc độ của m+M ngay trước va chạm: $mv_0 = mv + MV \Rightarrow V = \frac{mv_0}{m+M} = 200(\text{cm/s})$

VTCB mới thấp hơn VTCB cũ: $x_0 = \frac{mg}{k} = 2,5(\text{cm})$

Biên độ mới : $A = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + \frac{V^2(m+M)}{k}} = 20(\text{cm})$

2. Kích thích dao động bằng lực

Phương pháp giải



* Nếu tác dụng ngoại lực F vào vật theo phương trùng với trục của lò xo trong khoảng thời gian $\Delta t \approx 0$ thì vật sẽ dao động xung quanh VTCB cũ O_c với biên độ: $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$.

* Nếu tác dụng ngoại lực vô cùng chậm trong khoảng thời gian Δt lớn thì vật đứng yên tại vị trí O_m cách VTCB cũ O_c một đoạn $\Delta l_0 = \frac{F}{k}$.

* Nếu thời gian tác dụng $\Delta t = (2n + 1)\frac{T}{2}$ thì quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:

+ Giai đoạn 1 ($0 < t < \Delta t$): Dao động với biên độ $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$ xung quanh VTCB mới O_m .

+ Giai đoạn 2 ($t \geq \Delta t$): Đúng lúc vật đến M thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là O_c nên biên độ dao động $A' = 2\Delta l_0 = 2\frac{F}{k}$

* Nếu thời gian tác dụng $\Delta t = nT$ thì quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:

+ Giai đoạn 1 ($0 < t < \Delta t$): Dao động với biên độ $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$ xung quanh VTCB mới O_m .

+ Giai đoạn 2 ($t \geq \Delta t$): Đúng lúc vật đến O_c với vận tốc bằng không thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là O_c nên vật đứng yên tại đó.

* Nếu thời gian tác dụng $\Delta t = (2n+1)\frac{T}{4}$ thì quá trình dao động được chia làm hai giai

đoạn:

+ Giai đoạn 1 ($0 < t < \Delta t$): Dao động với biên độ $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$ xung quanh VTCB mới

O_m .

+ Giai đoạn 2 ($t \geq \Delta t$): Đúng lúc vật đến O_m với vận tốc bằng ωA thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là O_c nên vật có li độ A và biên độ mới là:

$$A' = \sqrt{A^2 + \frac{(\omega A)^2}{\omega^2}} = A\sqrt{2}$$

* Nếu thời gian tác dụng $\Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$ thì quá trình dao động được chia làm hai

giai đoạn:

+ Giai đoạn 1 ($0 < t < \Delta t$): Dao động với biên độ $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$ xung quanh VTCB mới O_m

+ Giai đoạn 2 ($t \geq \Delta t$): Đúng lúc vật có li độ đối với O_m là $A/2$ với vận tốc bằng $\omega A\sqrt{3}/2$ thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là O_c nên vật có li độ A .

+ $A/2$ và biên độ mới là:

$$A' = \sqrt{\left(A + \frac{A}{2}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\omega A\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\omega^2}} = A\sqrt{3}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \begin{cases} \Delta t \approx 0 \rightarrow A = \frac{F}{k} \\ \Delta t = (2n+1)\frac{T}{2} \rightarrow A' = 2\frac{F}{k} \\ \Delta t = nT \rightarrow A' = 0 \\ \Delta t = (2n+1)\frac{T}{4} \rightarrow A' = \frac{F}{k}\sqrt{2} \\ \Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \rightarrow A' = \frac{F}{k}\sqrt{3} \end{cases}$$

Quy trình giải nhanh:

Tương tự, cho các trường hợp: $\Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{8}; \Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{6}, \dots$

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo đặt nằm ngang một đầu cố định, đầu kia gắn vật nhỏ. Lò xo có độ cứng 200 N/m, vật có khối lượng $\frac{2}{\pi^2}$ kg. Vật đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì tác dụng vào vật một lực có độ lớn 4 N không đổi trong 0,5 s. Bỏ qua mọi ma sát. Sau khi ngừng tác dụng, vật dao động với biên độ là

- A. 2 cm B. 2,5 cm C. 4 cm D. 3 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

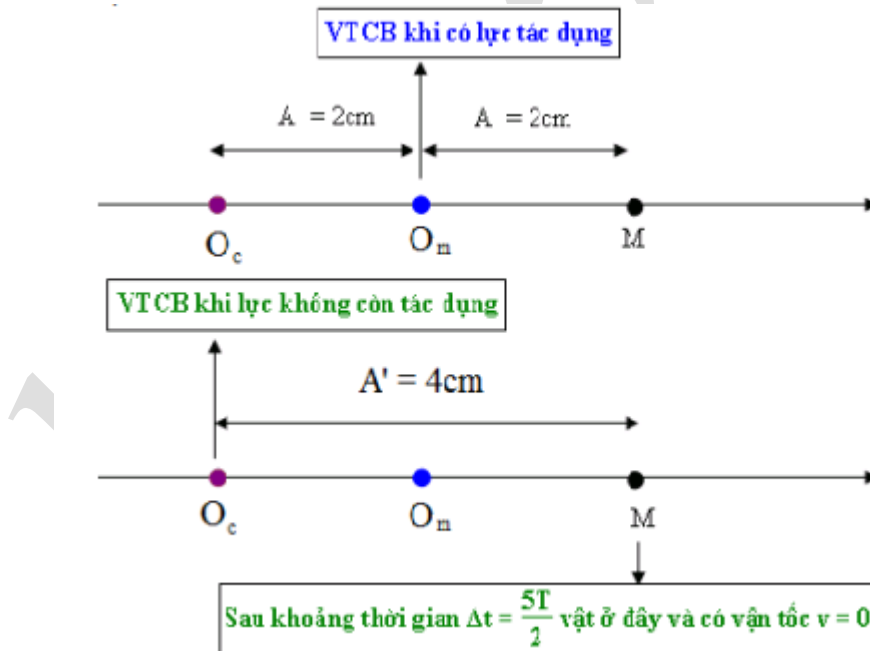
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2(s) \Rightarrow t = 0,5(s) = 5\frac{T}{2}$$

*Quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:

+ Giai đoạn 1 ($0 < t < 0,5s$): Vật dao động với biên độ $A = \frac{F}{k} = 2(cm)$ xung quanh

VTCB mới O_m

+ Giai đoạn 2 ($t \geq 0,5s$): Đúng lúc vật đến M (vật có vận tốc bằng 0) thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là O_c nên biên độ dao động $A' = 2\frac{F}{k} = 4(cm)$



Chú ý: Lực tĩnh điện $\vec{F} = q\vec{E}$ $\begin{cases} q > 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E} \\ q < 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E} \end{cases}$

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng tích điện $q = 20\mu C$ và lò xo có độ cứng $k = 10 N/m$. Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn ngang nhẵn thì xuất hiện tức thời một điện trường đều $E = 2,5 \cdot 10^4 V/m$ trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ A dọc theo trục của lò xo. Giá trị A là

- A. 1,5 cm. B. 1,6 cm C. 1,8 cm D. 5,0 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Vì tác dụng tức thời nên hệ dao động xung quanh vị trí cân bằng cũ với biên độ

$$A = \frac{F}{k} = \frac{qE}{k} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 10^4}{10} = 0,05(m)$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng m tích điện q và lò xo có độ cứng $k = 10 N/m$. Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn ngang nhẵn thì xuất hiện trong thời gian $\Delta t = 7\pi\sqrt{m/k}$ một điện trường đều $E = 2,5 \cdot 10^4 V/m$ trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ 8 cm dọc theo trục của lò xo. Giá trị q là

- A. $16\mu C$ B. $25\mu C$ C. $32\mu C$ D. $20\mu C$

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\Delta t = 7\frac{T}{2} \rightarrow A' = 2\frac{F}{k} = 2\frac{qE}{k} \Rightarrow q = \frac{kA'}{2E} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^4} = 16 \cdot 10^{-6} (C)$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng m tích điện $q = 8\mu C$ và lò xo có độ cứng $k = 10 N/m$. Khi vật đang ở vị trí cân bằng, thì xuất hiện trong thời gian $\Delta t = 3,5\pi\sqrt{m/k}$ một điện trường đều $E = 2,5 \cdot 10^4 V/m$ có hướng thẳng đứng lên trên. Biết $qE = mg$. Sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ A dọc theo trục của lò xo. Giá trị A là

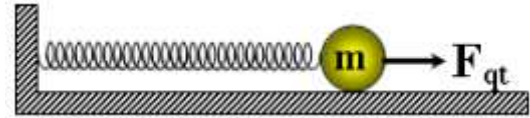
- A. 4cm B. $2\sqrt{2}cm$ C. $1,8\sqrt{2}cm$ D. 2cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\Delta t = 7\frac{T}{4} \rightarrow A' = \frac{F}{k}\sqrt{2} = \frac{qE}{k}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}(cm)$$

Ví dụ 5: (ĐH – 2013): Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100 g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, tại $t = 0$, tác dụng lực $F = 2$ N lên vật nhỏ (hình vẽ) cho con

lắc dao động điều hòa đến thời điểm $t = \frac{\pi}{3}$ s



thì ngừng tác dụng lực F . Dao động điều hòa

của con lắc sau khi không còn lực F tác dụng có giá trị biên độ gần giá trị nào nhất sau đây:

A. 9 cm

B. 7 cm.

C. 5 cm.

D. 11 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} (s) \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} = 3T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \\ x = \frac{A}{2} \Rightarrow \begin{cases} x' = x + A = \frac{3A}{2} \\ v = \frac{\omega A\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = A\sqrt{3} = \frac{F}{k}\sqrt{3} \approx 0,0866(m) \end{array} \right.$$

