

CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HỆ CON LẮC VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT SAU KHI DÂY ĐỨT

Phương pháp giải

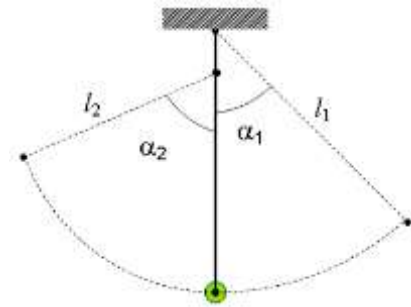
1) Hệ con lắc thay đổi

* Con lắc vướng đinh

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}; \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mgA_1^2}{2l_1} = \frac{mgA_2^2}{2l_2} \Rightarrow \frac{mgl_2}{2} a_2^2 = \frac{mgl_1}{2} a_1^2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$



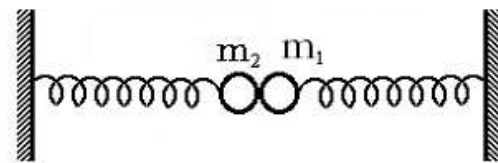
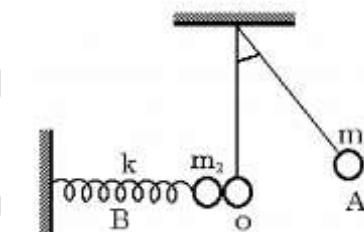
* Con lắc đơn va chạm đàn hồi với con lắc lò xo ($m_1 = m_2$)

$$\frac{mgl}{2} a_{\max}^2 = \frac{kA^2}{2}$$

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \end{cases}$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{k_2 A_2^2}{2} = \frac{k_1 A_1^2}{2} \\ T = \frac{T_1 + T_2}{2} \end{cases}$$

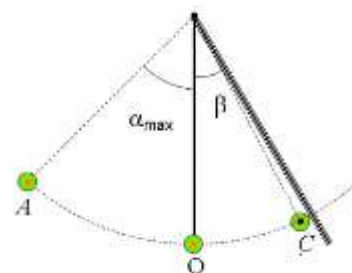


* Con lắc đơn va chạm với mặt phẳng

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2t_{OC}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2\frac{1}{\omega} \arcsin \frac{b}{a_{\max}}$$



Ví dụ 1: Một con lắc đơn có chiều dài 1 m dao động tại nơi có $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$. Biết rằng khi vật qua vị trí cân bằng, dây treo vướng vào một cái đinh nằm cách điểm treo một khoảng 75 cm. Chu kì dao động nhỏ của hệ đó là

- A. $1 + 0,5\sqrt{3} \text{ (s)}$ B. 3 (s). C. $2 + \sqrt{3} \text{ (s)}$ D. 1,5 (s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Dao động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chu kì $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$; một nửa là con lắc có chu kì $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$ nên chu kì dao động của hệ:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}\right) = 1,5 \text{ (s)}$$

Ví dụ 2: Chiều dài con lắc đơn 1 m. Phía dưới điểm treo O trên phương thẳng đứng có một chiếc đinh đóng vào điểm O' cách O một khoảng $OO' = 50 \text{ cm}$. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^\circ$ rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Biên độ cong trước và sau khi vướng đinh là

- A. 5,2 mm và 3,7 mm. B. 3,0 cm và 2,1 cm.
C. 5,2 cm và 3,7 cm. D. 5,27 cm và 3,76 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án

Biên độ cong ban đầu: $A_1 = l_1 a_{\max 1} = 100 \cdot \frac{3\pi}{180} = 5,2 \text{ (cm)}$

Dao động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chiều dài l_1 và biên độ dài A_1 một nửa là con lắc có chiều dài l_2 và biên độ dài A_2 . Vì cơ năng bảo toàn nên:

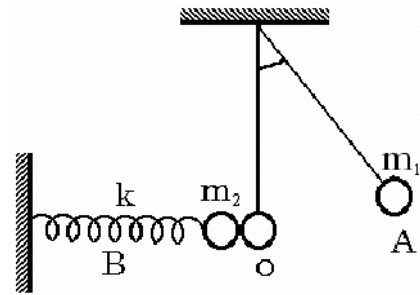
$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mg}{2l_1} A_1^2 = \frac{mg}{2l_2} A_2^2 \Rightarrow A_2 = A_1 \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = 3,7 \text{ (cm)}$$

Ví dụ 3: Một con lắc chỉ có thể dao động theo phương nằm ngang trùng với trục của lò xo, lò xo có độ cứng 100 N/m và quả cầu nhỏ dao động có khối lượng $m_1 = 100 \text{ g}$. Con lắc đơn gồm sợi dây dài $l = 25 \text{ cm}$ và quả cầu dao động m_2 giống hệt m_1 . Ban đầu hệ ở vị trí cân bằng phương dây treo thẳng đứng lò xo không biến dạng và hai vật m_1 và m_2 tiếp xúc nhau. Kéo m_1 sao cho sợi dây lệch một góc nhỏ rồi buông nhẹ, biết khi qua vị trí cân bằng m_1 va chạm đàn hồi xuyên tâm với m_2 . Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$. Chu kì dao động của cơ hệ là

- A. 1,02 s. B. 0,60 s. C. 1,20 s. D. 0,81 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án

Giả sử ban đầu kéo m_1 đến A rồi thả nhẹ, đến O nó đạt tốc độ cực đại sau đó nó va chạm đàn hồi với m_2 . Vì va chạm tuyệt đối đàn hồi và hai vật giống hệt nhau nên sau va chạm m_1 đứng yên tại O và truyền toàn bộ vận tốc cho m_2 làm cho m_2 chuyển động chậm dần làm cho lò xo nén dần. Đến B m_2 dừng lại tức thời, sau đó, m_2 chuyển động về phía O, khi đến O nó đạt tốc độ cực đại, gặp m_1 đang đứng yên tại đó và truyền toàn bộ vận tốc cho m_1 làm cho m_1 chuyển động đến A. Cứ như vậy, hệ dao động gồm hai nửa quá trình của hai con lắc. Do đó, chu kì dao động của hệ:



$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \left(2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} + 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right) = 0,6(s)$$

Ví dụ 4: Một quả cầu nhỏ có khối lượng 1 kg được khoan một lỗ nhỏ đi qua tâm rồi được xuyên vừa khít vào một thanh nhỏ cứng thẳng đặt nằm ngang sao cho nó có thể chuyển động không ma sát dọc theo thanh. Lúc đầu quả cầu đặt nằm giữa thanh, lấy hai lò xo nhẹ có độ cứng lần lượt 100 N/m và 250 N/m mỗi lò xo có một đầu chạm nhẹ với một phía của quả cầu và đầu còn lại của các lò xo gắn cố định với mỗi đầu của thanh sao cho hai lò xo không biến dạng và trục lò xo trùng với thanh. Đẩy m_1 sao cho lò xo nén một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ, chu kì dao động của cơ hệ là

- A. $0,16\pi$ s. B. $0,6\pi$ s. C. 0,51 s. D. 0,47 s.

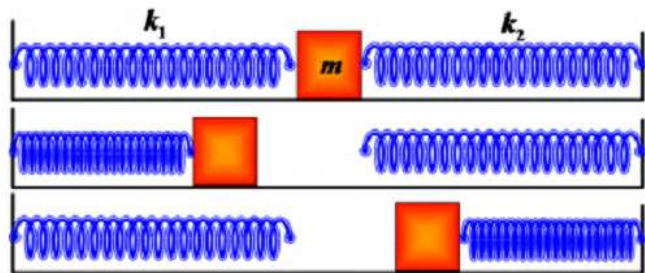
Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Khi m chuyển động về bên trái thì m chỉ liên kết với k_1 nên chu kì dao động

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}}$$

còn khi m chuyển động về bên phải m chỉ liên kết với k_2 nên chu kì dao

$$\text{động } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}}. \text{ Do đó, chu kì dao động của hệ:}$$



$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \left(2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} + 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \right) = \pi \left(\sqrt{\frac{1}{100}} + \sqrt{\frac{1}{250}} \right) = 0,51(s)$$

Ví dụ 5: Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng m . Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc

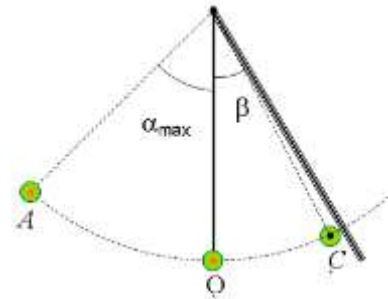
ngiêng của mặt phẳng và phương thẳng đứng là $0,05\sqrt{2}$ (rad) (rad). Lấy gia tốc trọng trường $g = \pi^2 = 9,85$ (m/s²), bỏ qua ma sát. Chu kỳ dao động của con lắc là

- A.** 1,5 s. **B.** 1,33 s. **C.** 1,25 s. **D.** 1,83 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Chu kỳ con lắc đơn: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2(s)$

Thời gian ngắn nhất đi từ O đến C: $t_{OC} = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{b}{a_{\max}}$
 $= \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{0,05\sqrt{2}}{0,1} = 0,25(s)$



Chu kỳ dao động của hệ: $T = t_{AO} + t_{OC} + t_{CO} + t_{OA} = \frac{T_1}{2} + 2t_{OC} = 1,5(s)$

2) Chuyển động của vật sau khi dây đứt

1) Đứt khi vật đi qua vị trí cân bằng

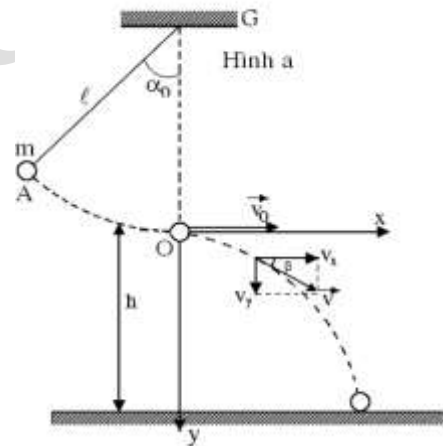
Tốc độ quả cầu khi dây đứt $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$

Phương trình chuyển động:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$$

Khi chạm đất:

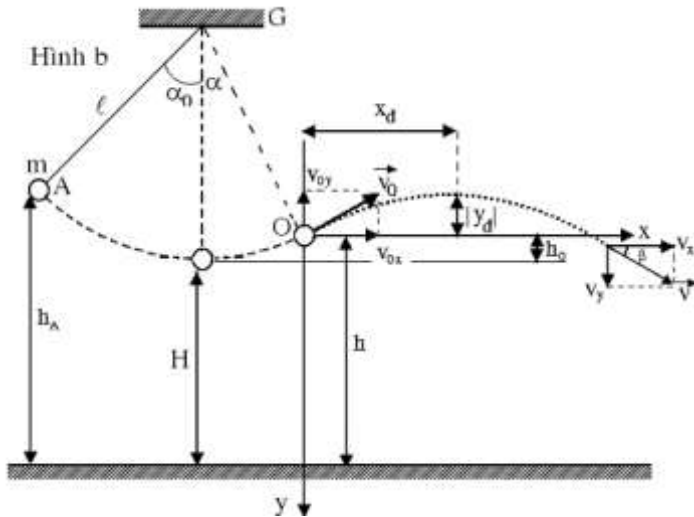
$$\begin{cases} y_c = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ x_c = v_0 t_c \end{cases}$$



Các thành phần vận tốc:

$$\begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0} \\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \end{cases}$$

2) Đứt khi vật đi lên qua vị trí có li độ góc α



Cơ năng lúc đầu: $W_0 = mgH = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$

Tốc độ quả cầu khi dây đứt: $v_0 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})}$

Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vec tơ vận tốc ban đầu:

$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$, với:

$v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ \Rightarrow$ Thành phần vận tốc này được bảo toàn.

$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow v_y = 0$ khi lên đến vị trí cao nhất.

Cơ năng tại vị trí bất kì bằng cơ năng tại vị trí cao nhất bằng cơ năng lúc đầu:

$$W = mgh + \frac{mv_{0x}^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} = mgh_{\max} + \frac{mv_{0x}^2}{2} = W_0 = mgH = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$$

Ví dụ 1: Một quả cầu A có kích thước nhỏ và có khối lượng $m = 50$ (g), được treo dưới một sợi dây mảnh, không dẫn có chiều dài $l = 6,4$ (m), ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng $h = 0,8$ (m). Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc 60° , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng lượng 10 (m/s^2). Nếu khi qua O dây bị đứt thì vận tốc của quả cầu khi chạm đất có phương hợp với mặt phẳng ngang một góc

- A. $38,6^\circ$ B. $28,6^\circ$ C. $36,6^\circ$ D. $26,6^\circ$

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Tốc độ quả cầu khi dây đứt: $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} = 8$ (m/s)

Phương trình chuyển động: $\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$

Khi chạm đất: $y_c = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = 0,4(s)$

Các thành phần vận tốc:
$$\begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow \tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$$

Tại vị trí chạm đất: $\tan \beta_c = \frac{gt}{v_0} = \frac{10 \cdot 0,4}{8} \Rightarrow \beta_c = 26,6^\circ$

Ví dụ 2: Một quả cầu A có kích thước nhỏ và có khối lượng $m = 50$ (g), được treo dưới một sợi dây mảnh, không dẫn có chiều dài $l = 6,4$ (m), ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng $h = 0,8$ (m). Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc 60° , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng lượng 10 (m/s^2). Nếu khi qua O dây bị đứt thì vận tốc của quả cầu khi chạm đất có độ lớn

- A. 6 m/s. B. $4\sqrt{3}$ m/s. C. 4 m/s. D. $4\sqrt{5}$ m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Tốc độ quả cầu khi dây đứt: $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} = 8(m/s)$

Phương trình chuyển động:
$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$$

Khi chạm đất: $y_c = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = 0,4(s)$

Các thành phần vận tốc:

$$\begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0)^2 + (gt)^2}$$

Khi chạm đất: $v = \sqrt{(v_0)^2 + (gt_c)^2} = \sqrt{(8)^2 + (10 \cdot 0,4)^2} = 4\sqrt{5}(m/s)$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dẫn có chiều dài 1,5 (m). Kéo quả cầu lệch ra khỏi vị trí cân bằng O một góc 60° rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là 10 (m/s^2). Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc 30° thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là

- A. 0,32 m. B. 0,14 m. C. 0,34 m. D. 0,75 m.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Cơ năng lúc đầu: $W_0 = mgH = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$

Tốc độ quả cầu khi dây đứt: $v_0 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = 3,31 (m/s)$

Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vectơ vận tốc ban đầu:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ = 2,86 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Thành phần vận tốc ngang không đổi} \\ v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ = 1,655 \text{ m/s} \Rightarrow v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow v_y = 0 \text{ khi lên vị trí cao nhất} \end{cases}$$

Tại vị trí cao nhất cơ năng bằng cơ năng lúc đầu:

$$W_{cn} = mgh + \frac{mv_{0x}^2}{2} = W_0 = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow 10 \cdot h + \frac{2,86^2}{2} = 10 \cdot 1,5 \cdot (1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow h = 0,34 (m)$$

Ví dụ 4: Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dẫn. Lúc đầu người ta giữ quả cầu ở độ cao so với vị trí cân bằng O là H rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Khi quả cầu đi lên đến vị trí có tốc độ bằng nửa tốc độ cực đại thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là h. Nếu bỏ qua mọi ma sát thì

- A. $h = H$ B. $h > H$ C. $h < H$ D. $H < h < 2H$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Cơ năng luôn được bảo toàn. Sau khi dây đứt tại độ cao cực đại vẫn còn động năng và thế năng, còn khi dây chưa đứt tại độ cao cực đại chỉ có thế năng. Vì vậy thế năng cực đại sau khi dây đứt nhỏ hơn thế năng cực đại trước khi dây đứt, nghĩa là $h < H$.

Ví dụ 5: Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dẫn có chiều dài 2,5 (m). Kéo quả cầu lệch ra khỏi vị trí cân bằng O một góc 60° rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Chọn mốc thế năng ở vị trí cân bằng, bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là $10 (m/s^2)$. Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc 45° thì dây bị tuột ra. Sau khi dây tuột, tính góc hợp bởi vectơ vận tốc của quả cầu so với phương ngang khi thế năng của nó bằng không.

- A. $38,8^\circ$ B. $48,6^\circ$ C. $42,4^\circ$ D. $62,9^\circ$

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Cơ năng lúc đầu: $W_0 = mgH = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$

Tốc độ quả cầu khi dây đứt: $v_0 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = 3,22 (m/s)$

Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vec tơ vận tốc ban đầu:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}.$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 45^\circ = 2,28 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Thành phần vận tốc ngang} \\ v_{0y} = v_0 \sin 45^\circ = 2,28 \text{ m/s}. \end{cases}$$

Tại vị trí thế năng triệt tiêu, cơ năng bằng cơ năng lúc đầu:

$$\frac{mv_{0x}^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} = mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) \Rightarrow \frac{2,28^2}{2} + \frac{v_y^2}{2} = 10 \cdot 2,5 \cdot (1 - \cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow v_y = 4,45 \text{ (m/s)} \Rightarrow \tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4,45}{2,28} \Rightarrow \beta = 62,9^\circ$$

hoc360.net