Chủ đề 2: CON LẮC LÒ XO

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI VẬT

Ta khảo sát các bài toán sau:

+ Các vật cùng dao động theo phương ngang.

+ Các vật cùng dao động theo phương thẳng đứng.

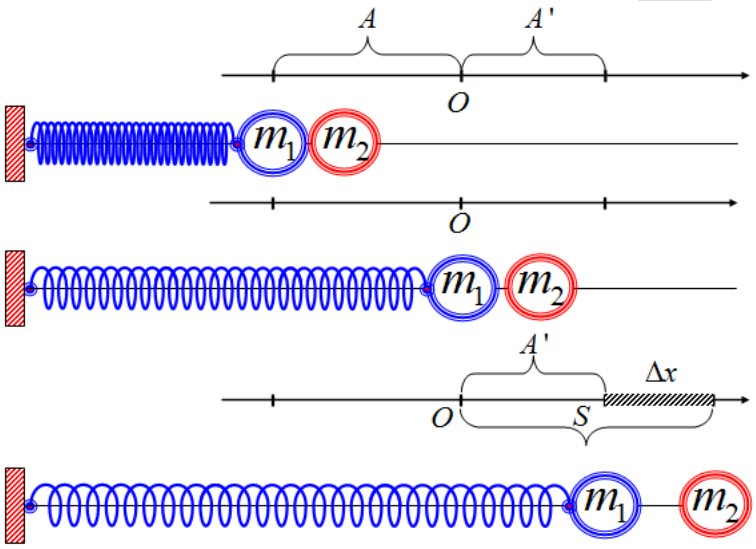
1. Các vật cùng dao động theo phương ngang

a. Hai vật tách rời ở vị trí cân bằng

Phương pháp giải

+ Giai đoạn 1: Cả hai vật cùng dao động với biên độ A, tần số góc

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$ và tốc độ cực đại $v_0 = \omega A$



+ Giai đoạn 2: Nếu đến VTCB m_2 tách ra khỏi m_1 thì

* m_1 dao động điều hòa với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$ và biên độ

$A' = \frac{v_0}{\omega'} = A\sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}$ (vì tốc độ cực đại không đổi vẫn là v0!).

* m_2 chuyển động thẳng đều với vận tốc v0 và khi m1 đến vị trí biên dương (lần 1) thì m_2 đi được quãng đường:

$$S = v_0 \frac{T'}{4} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} A \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi}{2} A \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}.$$

Lúc này khoảng cách hai vật: $\Delta x = S - A'$.

Ví dụ 1: (ĐH2011)Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ m_1. Ban đầu giữ vật m_1 tại vị trí mà lò xo bị nén 8 cm, đặt vật nhỏ m_2 (có khối lượng bằng khối lượng vật m_1) trên mặt phẳng nằm ngang và sát với vật m_1. Buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách giữa hai vật m_1 và m_2 là

A. 4,6cm **B.** 2,3cm **C.** 5,7cm **D.** 3,2cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

+ Giai đoạn 1: Cả hai vật cùng dao động với biên độ A, tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$ và tốc độ cực đại $v_0 = \omega A$

+ Giai đoạn 2: Đến VTCB m_2 tách ra khỏi m_1 thì

* m_1 dao động điều hòa với tần số góc $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$ và biên độ $A' = \frac{v_0}{\omega'} = A\sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}$ (vì tốc độ cực đại không đổi vẫn là v_0!).

* m_2 chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 và khi m_1 đến vị trí biên dương (lần 1) thì m_2 đi được quãng đường

$$S = v_0 \frac{T'}{4} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} A.\frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi}{2} A\sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}.$$

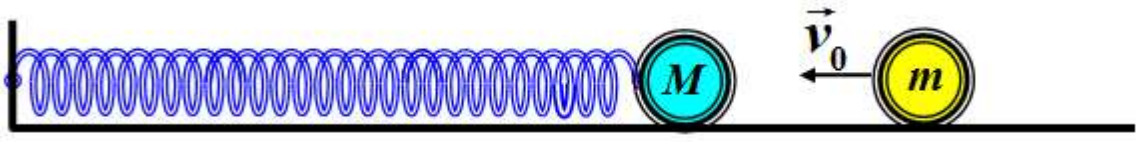
Lúc này khoảng cách hai vật:

$$\Delta x = S - A' = \frac{\pi A}{2}\sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} - A\sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} \approx 3,2(cm)$$

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng 300 N/m, một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ M = 3 kg. Vật M đang ở vị trí cân bằng thì vật nhỏ m = 1 kg chuyển động với vận tốc v_0 = 2 m/s đến va chạm mềm vào nó theo xu hướng làm cho lò xo nén. Biết rằng, khi trở lại vị trí va chạm thì hai vật tự tách ra. Tổng độ nén cực đại của lò xo và độ dãn cực đại của lò xo là

A. 10,8cm **B.** 11,6cm **C.** 5,0cm **D.** 10,0cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án A



Vận tốc của hệ ngay sau va chạm: $V=\frac{mv_0}{m+M}0,5\left(m/s\right)$ (đây chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa).

Sau đó cả hai vật chuyển động về bên trái làm cho lò xo nén cực đại:

$$A=\frac{V}{\omega}=V\sqrt{\frac{M+m}{k}}=0,5\sqrt{\frac{3+1}{300}}\approx 0,058\left(m\right)=5,8\left(cm\right)$$

Rồi tiếp đó cả hai vật chuyển động về bên phải, đúng lúc về vị trí cân bằng thì vật m tách ra chỉ còn M dao động điều hòa với tốc độ cực đại vẫn là V và độ dãn cực đại của lò xo:

$$A'=\frac{V}{\omega'}=V\sqrt{\frac{M}{k}}=0,5\sqrt{\frac{3}{300}}=0,05\left(m\right)=5\left(cm\right)$$

Tổng độ nén cực đại và độ dãn cực đại của lò xo là 5,8 + 5 = 10,8 (cm)

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng 300 N/m, một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ M = 3 kg. Vật M đang ở vị trí cân bằng thì vật nhỏ m = 1 kg chuyển động với vận tốc v_0 = 2 m/s đến va chạm mềm vào nó theo xu hướng làm cho lò xo nén. Biết rằng, khi trở lại vị trí va chạm thì hai vật tự tách ra. Lúc lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách M và m là

A. 2,85 cm. **B.** 5,8 cm. **C.** 7,85 cm. **D.** 10 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Vận tốc của hệ ngay sau va chạm: $V=\frac{mv_0}{m+M}=0,5\left(m/s\right)$ (đây chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa). Sau đó cả hai cùng chuyển động về bên phải rồi về bên trái và đúng lúc trở về vị trí cân bằng với tốc độ V thì m tách ra tiếp theo thì:

* M dao động điều hòa với tần số góc $\omega'=\frac{k}{M}$ và biên độ $A'=\frac{V}{\omega'}=V\sqrt{\frac{M}{k}}=0,05\left(m\right)$ (vì tốc độ cực đại không đổi vẫn là V!).

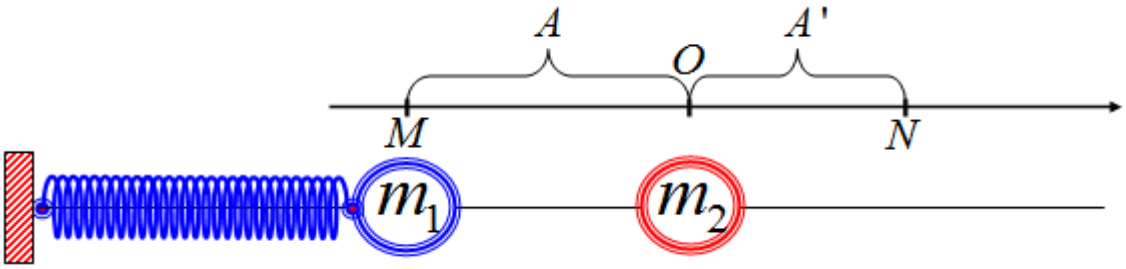
* m chuyển động thẳng đều với vận tốc V và khi M đến vị trí biên dương (lần 1) thì m đi được quãng đường $S=V\frac{T'}{4}=V.\frac{1}{4}2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}\approx 0,0785\left(m\right)$

Lúc này khoảng cách hai vật: $\Delta S = S - A' = 0,0285(m)$

Ví dụ 4: Con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng k = 100 N/m gắn với vật m_1 = 100 g. Ban đầu vật m_1 được giữ tại vị trí lò xo bị nén 4 cm, đặt vật m_2 = 300 g tại vị trí cân bằng O của m_1. Buông nhẹ m_1 để nó đến va chạm mềm với m_2, hai vật dính vào nhau, coi các vật là chất điểm, bỏ qua mọi ma sát, lấy $\pi^2=10$. Quãng đường vật m_1 đi được sau 121/60 s kể từ khi buông m_1 là

A. 40,58 cm. **B.** 42,58 cm. **C.** 38,58 cm. **D.** 43,00 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D



Từ M đến O chỉ mình m1 dao động điều hòa với biên độ A = 4 cm và chu kì

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,2(s)$ Đúng lúc đến O tốc độ của m1 là $v_{max} = \omega A$, ngay sau va chạm hai vật dính vào nhau và có cùng tốc độ: $v'_{max} = \frac{m_1 v_{max}}{m_1 + m_2}$ và đây cũng chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa của cả hai vật, biên độ dao động mới

$$A' = \frac{v'_{max}}{\omega} = \frac{\frac{m_1 \omega A}{m_1 + m_2}}{\omega'} = A\sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} = 2(cm)$$

Và chu kì dao động mới $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 0,4(s)$

Ta phân tích thời gian: $t = \frac{121}{60}s = 0,05 + 1,9 + \frac{1}{5} = \underbrace{\frac{T_1}{4}}_{A} + \underbrace{19\frac{T_2}{4}}_{19A'} + \underbrace{\frac{T_2}{6}}_{0,5A}$

$\Rightarrow S = A + 19A' + 0,5A' = 43,00(cm)$

Ví dụ 5: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm vật M = 400 g có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng vật m = 100 g bắn vào M theo phương ngang với tốc độ 1 m/s, va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm vật M dao động điều hoà, chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là 28 cm và 20 cm. Khoảng cách giữa 2 vật sau 1,57 s từ lúc bắt đầu va chạm là

A. 90cm **B.** 92cm **C.** 94cm **D.** 96cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Ngay sau va chạm, vận tốc của m và M lần lượt là v và V:

$$\begin{cases} V = \dfrac{2mv_0}{m+M} = 0,4 = 40\left(cm/s\right) \\ v = \dfrac{m-M}{m+M}v_0 = -0,6 = -60\left(cm/s\right) \end{cases}$$

M dao động điều hòa với tốc độ cực đại V và biên độ

$$A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = 4\left(cm\right) \text{ nên } \omega = \frac{V}{A} = 10\left(rad/s\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}\left(s\right)$$

$$t = 1,57s \approx 2,5T \begin{cases} M & \text{ôû VTCB} \\ m & \text{ñi ñöôïc quaõng ñöôøng } S = vt = 60.1,57 = 94,2(cm) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ khoảng cách hai vật: 94,2 (cm)

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng k và vật có khối lượng m_1, dao động điều hòa trên mặt ngang. Khi li độ m1 là 2,5 cm thì vận tốc của nó là 25 3 cm/s. Khi li độ là 2,5 3 cm thì vận tốc là 25 cm/s. Đúng lúc m_1 qua vị trí cân bằng thì vật m_2 cùng khối lượng chuyển động ngược chiều với vận tốc 1m/s đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với m_1. Chọn gốc thời gian là lúc va chạm, vào thời điểm mà độ lớn vận tốc của m_1 và m_2 bằng nhau lần thứ nhất thì hai vật cách nhau bao nhiêu?

A. 13,9 cm. **B.** 3,4 cm. **C.** $10\sqrt{3}\left(cm\right)$ **D.** $5\sqrt{3}\left(cm\right)$

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2} \Rightarrow A = 5\left(cm\right); \omega = 10\left(rad/s\right) \Rightarrow v_{01} = \omega A = 50\left(cm/s\right)$$

$$\begin{cases} -mv_{01} + mv_{02} = mv_1 + mv_2 \\ \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 100\left(cm/s\right) > 0 \\ v_2 = -50\left(cm/s\right) < 0 \end{cases}$$

Tính từ lúc va chạm, để vận tốc vật 1 giảm 50 cm/s = $v_1/2$ (li độ lúc này $x = -\dfrac{A'\sqrt{3}}{2} = -\dfrac{\frac{v_1}{\omega}\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\left(cm\right)$) cần thời gian ngắn nhất là T/6.

Còn vật 2 chuyển động thẳng đều (ngược lại) với tốc độ 50 cm/s và sau thời gian T/6 đi được quãng đường: $S_2 = v_2\dfrac{T}{6} = \dfrac{5\pi}{3}\left(cm\right)$

Lúc này hai vật cách nhau: $\Delta S = \left|x\right| + S_2 = 5\sqrt{3} + \dfrac{5\pi}{3} \approx 13,9\left(cm\right)$

Ví dụ 7: Một con lắc lò xo gồm lò xo và quả cầu nhỏ m dao động điều hòa trên mặt ngang với biên độ 5 cm và tần số góc 10 rad/s. Đúng lúc quả cầu qua vị trí cân bằng thì một quả cầu nhỏ cùng khối lượng chuyển động ngược chiều với vận tốc 1 m/s đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với quả cầu con lắc. Vào thời điểm mà vận tốc của m bằng 0 lần thứ nhất thì hai quả cầu cách nhau bao nhiêu?

A. 13,9 cm. **B.** 17,85 cm. **C.** $10\sqrt{3}(cm)$ **D.** 2,1cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

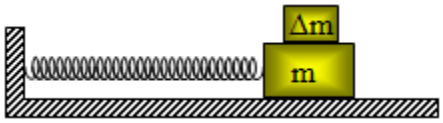
$$v_{01}=\omega A=50(cm/s)\begin{cases}-mv_{01}+mv_{02}=mv_1+mv_2\\ \frac{1}{2}mv_{01}^2+\frac{1}{2}mv_{02}^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v_1=100(cm/s)>0\\ v_2=-50(cm/s)<0\end{cases}$$

Thời gian để vận tốc vật 1 = 0 (li độ x = -A' với $A'=\frac{v_1}{\omega}=10(cm)$ là T/4

Còn vật 2 chuyển động thẳng đều sau thời gian T/4 đi được: $S_2=v_2\frac{T}{4}=\frac{5\pi}{2}(cm)$

$$\Rightarrow \Delta S=|x|+S_2=10+\frac{5\pi}{2}\approx 17,85(cm)$$

b. Cất bớt vật (đặt thêm vật)



Phương pháp giải

+ Cất bớt vật (đặt thêm vật) lúc tốc độ dao động bằng 0 sao cho không làm thay đổi biên độ:

$$A'=A\Rightarrow\frac{v'_{max}}{v_{max}}=\frac{\omega' A'}{\omega A}=\frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{\frac{k}{m+\Delta m}}}=\sqrt{\frac{m+\Delta m}{m}}$$

+ Cất bớt vật (đặt thêm vật) lúc tốc độ dao động cực đại sao cho không làm thay đổi tốc độ cực đại:

$$v'_{max}=v_{max}\Rightarrow\frac{A'}{A}=\frac{\frac{v'_{max}}{\omega'}}{\frac{v_{max}}{\omega}}=\frac{\sqrt{\frac{k}{m+\Delta m}}}{\sqrt{\frac{k}{m}}}=\sqrt{\frac{m}{m+\Delta m}}$$

+ Cất bớt vật (đặt thêm vật) lúc hệ có li độ x1 (vận tốc v1) sao cho không làm thay đổi vận tốc tức thời:

Ngay trước lúc tác động: $A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2\frac{m+\Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \frac{k}{m+\Delta m}\left(A^2 - x_1^2\right)$

Ngay sau lúc tác động: $A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2}} = \sqrt{x_1^2 + \frac{k}{m}\left(A^2 - x_1^2\right)\frac{m}{k}} = \boxed{\sqrt{x_1^2 + \left(A^2 - x_1^2\right)\frac{m}{m+\Delta m}}}$

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo, vật dao động gồm vật nhỏ có khối lượng m = 100 (g) gắn với lò xo và vật Δm = 300 g đặt trên m, hệ dao động điều hòa theo phương ngang. Lúc t = 0 hai vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 5 (m/s). Sau khi dao động được 1,25 chu kì, vật Δm được lấy ra khỏi hệ. Tốc độ dao động cực đại lúc này là

A. 5m/s **B.** 0,5m/s **C.** 2,5m/s **D.** 10m/s

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Sau khi dao động được 1,25 chu kì, hai vật ở vị trí biên nên biên độ không thay đổi A' = A.

$$\frac{v'_{max}}{v_{max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{\frac{k}{m+\Delta m}}} = \sqrt{\frac{m+\Delta m}{m}} = \sqrt{4} \Rightarrow v'_{max} = 10(m/s)$$

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng m = 100 (g) dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ 5 cm. Lúc m qua vị trí cân bằng, một vật có khối lượng 800 (g) đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

A. 15cm **B.** 3cm **C.** 2,5cm **D.** 12cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Tốc độ cực đại không đổi:

$$1 = \frac{v'_{max}}{v_{max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m+\Delta m}}.A'}{\sqrt{\frac{k}{m}}.A} = \sqrt{\frac{m+\Delta m}{m}}.\frac{A'}{A} = \sqrt{\frac{1}{9}}.\frac{A'}{5} \Rightarrow A' = 15(cm)$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo, vật dao động gồm hai vật nhỏ có khối lượng bằng nhau đặt chồng lên nhau cùng dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ 5cm. Lúc hai vật cách vị trí cân bằng 1 cm, một vật được cất đi chỉ còn một vật dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

A. 5cm **B.** 7cm **C.** 10cm **D.** $4\sqrt{3}$ cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Ngay trước lúc tác động: $A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2\frac{m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \frac{k}{m}\left(A^2 - x_1^2\right)$

Ngay sau lúc tác động: $A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2}} = \sqrt{x_1^2 + v_1^2\frac{m+\Delta m}{k}}$

$\Rightarrow A' = \sqrt{x_1^2 + \left(A^2 - x_1^2\right)\frac{m+\Delta m}{m}} = \sqrt{1^2 + \left(5^2 - 1^2\right)2} = 4\sqrt{3}(cm)$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng m = 100 (g) dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ 2 7 cm. Lúc m cách vị trí cân bằng 2 cm, một vật có khối lượng 300 (g) nó đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

A. 15cm **B.** 3cm **C.** 10cm **D.** 12cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Ngay trước lúc tác động: $A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} \Rightarrow v_1^2 = \omega^2\left(A^2 - x_1^2\right) = \frac{k}{m}\left(A^2 - x_1^2\right)$

Ngay sau lúc tác động: $A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2}} = \sqrt{x_1^2 + \left(A^2 - x_1^2\right)\frac{m+\Delta m}{k}}$

$= \sqrt{2^2 + \left(4.7 - 2^2\right)\frac{0,4}{0,1}} = 10(cm)$

Chú ý: Nếu khi vật m có li độ x_1 và vận tốc v_1, vật m_0 rơi xuống dính chặt vào nhau thì xem như va chạm mềm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm:

$V_1 = \frac{mv_1}{m+m_0}$. *Cơ năng của hệ sau đó:*

$W' = \frac{kA'^2}{2} = \frac{(m+m_0)v_{max}^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{(m+m_0)V_1^2}{2}$

Ví dụ 5: Một con lắc gồm lò xo có độ cứng k = 100 N/m và vật nặng khối lượng m = 5/9 kg đang dao động điều hòa với biên độ A = 2,0 cm trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn. Tại thời điểm vật m qua vị trí mà động năng bằng thế năng, một vật nhỏ khối lượng m_0 = m/2 rơi thẳng đứng và dính vào m. Khi qua vị trí cân bằng, hệ (m + m_0) có tốc độ

A. $5\sqrt{12}$ cm/s **B.** $30\sqrt{4}$ cm/s **C.** $\sqrt{10/3}$ cm/s **D.** 20 cm/s

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Li độ và tốc độ của hệ trước lúc tác động: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{A}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,(cm) \\ v_1 = \dfrac{\omega A}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{10}\,(cm/s) \end{cases}$

Tốc độ của hệ sau lúc tác động: $V_1 = \dfrac{mv_1}{m+m_0} = 4\sqrt{10}\,(cm/s)$

Cơ năng của hệ sau lúc tác động: $W' = \dfrac{(m+m_0)v_{max}^2}{2} = \dfrac{kx_1^2}{2} + \dfrac{(m+m_0)V_1^2}{2}$

$\Rightarrow v_{max} = 20(cm/s)$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm vật M có khối lượng 400 g và lò xo có độ cứng 40 N/m đang dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng với biên độ 5 cm. Khi M qua vị trí cân bằng người ta thả nhẹ vật m có khối lượng 100 g lên M (m dính chặt ngay vào M), sau đó hệ m và M dao động với biên độ

A. $2\sqrt{5}$ cm **B.** 4,25cm **C.** $3\sqrt{2}$ **cm** **D.** $2,5\sqrt{5}$ **cm**

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Cách 1: Li độ và tốc độ của hệ trước lúc tác động: $v_{max} = \omega A = A\sqrt{\dfrac{k}{M}}$

Tốc độ của hệ sau lúc tác động: $V_{max} = \dfrac{Mv_{max}}{M+m}\dfrac{MA\sqrt{\dfrac{k}{M}}}{M+m}$

Cơ năng của hệ sau lúc tác động: $W' = \dfrac{kA'^2}{2} = \dfrac{(M+m)V_{max}^2}{2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{kA^{2M}}{M+m}$

$\Rightarrow A' = A\sqrt{\dfrac{M}{M+m}} = 2\sqrt{5}\,(cm)$

Cách 2: $Mv_{max} = (m+M)v_{max} \Rightarrow M\omega A = (m+M)\omega' A'$

$\Rightarrow M\sqrt{\dfrac{k}{M}}A = (m+M)\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}A' \Rightarrow A' = A\sqrt{\dfrac{M}{m+M}} = 2\sqrt{5}\,(cm)$

Ví dụ 7: Con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng k = 100 N/m gắn với vật m_1 = 100 g. Ban đầu vật m_1 được giữ tại vị trí lò xo bị nén 4 cm, đặt vật m_2 = 300 g tại vị trí cân bằng O của m_1. Buông nhẹ m_1 để nó đến va chạm mềm với m_2, hai vật dính vào nhau, coi các vật là chất điểm, bỏ qua mọi ma sát, lấy $\pi^2 = 10$. Quãng đường hai vật đi được sau 1,9 s kể từ khi va chạm là

A. 40,58 cm **B.** 42,00 cm. **C.** 38,58 cm **D.** 38,00 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$v_{max} = \omega A \Rightarrow v'_{max} = \frac{m_1 v_{max}}{m_1 + m_2} \Rightarrow A'\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{m_1 A\sqrt{\frac{k}{m_1}}}{m_1 + m_2} \Rightarrow A' = 2(cm)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 0,4(s)$$

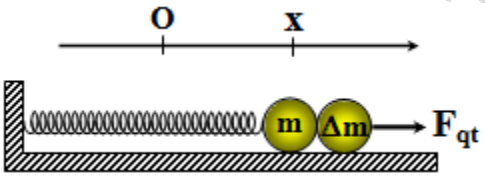
$$t = 1,9(s) = 19\frac{T_2}{4} \Rightarrow S = 19A' = 38(cm)$$

$19A'$

c. Liên kết giữa hai vật

+ Để hai vật cùng dao động thì lực liên kết không nhỏ hơn lực quán tính cực đại:

$$F_{lk} \geq F_{qt\,max} = \Delta m\omega^2 A = \Delta m\frac{k}{m + \Delta m}A$$



Ví dụ 1: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m) quả cầu nhỏ bằng sắt có khối lượng m = 100 (g) có thể dao động không ma sát theo phương ngang Ox trùng với trục của lò xo. Gắn vật m với một nam châm nhỏ có khối lượng Δm = 300 (g) để hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa với biên độ 10 cm. Để Δm luôn gắn với m thì lực hút (theo phương Ox) giữa chúng không nhỏ hơn

A. 2,5N **B.** 4N **C.** 10N **D.** 7,5N

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Để hai vật cùng dao động thì lực liên kết không nhỏ hơn lực quán tính cực đại:

$$F_{lk} \geq \Delta m\omega^2 A = \Delta m\frac{k}{m + \Delta m}A = \frac{0,3.100}{0,1 + 0,3}.0,1 = 7,5(N)$$

Chú ý: Nếu điều kiện $F_{lk} \geq F_{qt\,max} = \Delta m\frac{k}{m + \Delta m}A$ *không được thỏa mãn thì vật Δm sẽ tách ra ở vị trí lần đầu tiên lực quán tính có xu hướng kéo rời (lò xo dãn)và lớn hơn hoặc bằng lực liên kết* $F_{qt} = \Delta m\omega^2 x = \Delta m\frac{k}{m + \Delta m}x \geq F_{lk}$. *Như vậy, vị trí tách rời chỉ có thể hoặc là vị trí ban đầu hoặc vị trí biên (lò xo đang dãn!).*

Ví dụ 2: Một lò xo nhẹ, hệ số đàn hồi 100 (N/m) đặt nằm ngang, một đầu gắn cố định, đầu còn lại gắn với quả cầu nhỏ có khối lượng m = 0,5 (kg) và m được gắn với một quả cầu giống

hệt nó.Hai vật cùng dao động điều hòa theo trục nằm ngang Ox với biên độ 4 (cm) (ban đầu lò xo nén cực đại). Chỗ gắn hai vật sẽ bị bong nếu lực kéo tại đó (hướng theo Ox) đạt đến giá trị 1 (N). Vật Δm có bị tách ra khỏi m không? Nếu có thì ở vị trí nào?

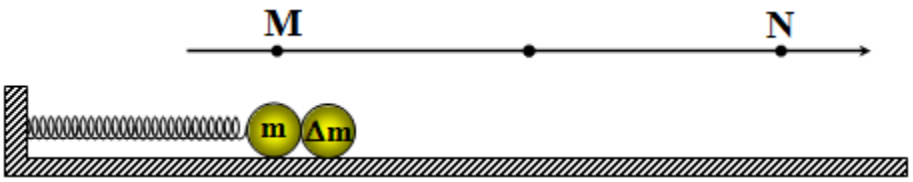
A. Vật Δm không bị tách ra khỏi m.

B. Vật Δm bị tách ra khỏi m ở vị trí lò xo dãn 4 cm.

C. Vật Δm bị tách ra khỏi m ở vị trí lò xo nén 4 cm.

D. Vật Δm bị tách ra khỏi m ở vị trí lò xo dãn 2 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B



Lúc đầu lò xo nén cực đại, vật m đẩy Δm chuyển động theo chiều dương và hai vật lần đầu tiên dừng lại ở tại N (biên dương, lò xo dãn 4 cm). Sau đó vật m đổi chiều chuyển động, lò xo kéo m, vật m kéo Δm. Lúc này, lực quán tính kéo Δm một lực có độ lớn:

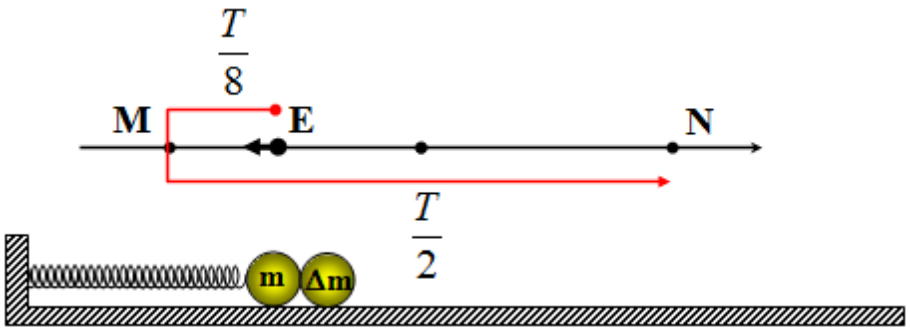
$$F_{qt\max} = \Delta m\omega^2 A = \Delta m\frac{k}{m+\Delta m}A = \frac{0,5.100}{0,5+0,5}.0,04 = 2N > 1N$$

nên Δm bị tách ra tại vị trí này

Ví dụ 3: Một lò xo có độ cứng 200 N/m được đặt nằm ngang, một đầu được giữ cố định, đầu còn lại được gắn với chất điểm m = 1 kg. Chất điểm được gắn với chất điểm thứ hai Δm = 1 kg. Các chất điểm đó có thể dao động không ma sát trên trục Ox nằm ngang. Tại thời điểm ban đầu giữ hai vật ở vị trí lò xo nén 2cm rồi truyền cho hai chất điểm một vận tốc có độ lớn 20 cm/s có phương trùng với Ox và có chiều làm cho lò xo bị nén thêm. Chỗ gắn hai chất điểm bị bong ra nếu lực kéo tại đó đạt đến 2 N. Chất điểm m_2 bị tách khỏi m_1 ở thời điểm

A. π/30 s **B.** π/8 s **C.** π/10 s **D.** π/15 s

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

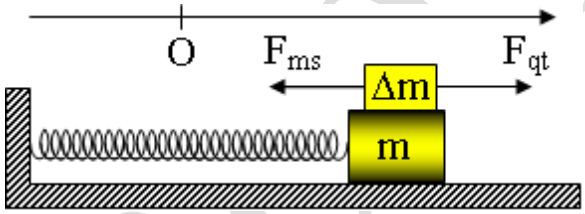


Biên độ dao động: $A=\sqrt{x_E^2+\frac{v_E^2}{\omega^2}}=\sqrt{x_E^2+v_E^2\frac{m+\Delta m}{k}}=2\sqrt{2}\,(cm)\left(\Rightarrow x_E=\frac{A}{\sqrt{2}}\right)$

Lúc đầu hai vật cùng chuyển động theo chiều âm từ E đến M mất một thời gian T/8. Khi đến M, hai vật dừng lại lần 1 và lò xo nén cực đại, vật m đẩy Δm chuyển động theo chiều dương và hai vật dừng lại lần 2 ở tại N (biên dương, lò xo dãn $2\sqrt{2}$ cm). Sau đó vật m đổi chiều chuyển động, lò xo kéo m, vật m kéo Δm. Lúc này, lực quán tính kéo Δm một lực có độ lớn $F_{qt\max}=\Delta m\omega^2A=\Delta m\frac{k}{m+\Delta m}A=\frac{1200}{1+1}.0,02\sqrt{2}=2\sqrt{2}\,(N)>2N$ nên Δm bị tách ra tại vị trí này.

Thời gian đi từ E đến M rồi đến N là: $t=\frac{T}{8}+\frac{T}{2}=\frac{5}{8}.2\pi\sqrt{\frac{m+\Delta m}{k}}=\frac{\pi}{8}(s)$

Chú ý: Khi Δm đặt trên m muốn cho Δm không trượt trên m thì lực ma sát trượt không nhỏ hơn lực quán tính cực đại tác dụng lên Δm:



$F_{msT}\geq F_{qt\max}=\Delta m\omega^2A=\Delta m\frac{k}{m+\Delta m}A\Rightarrow\mu\Delta mg\geq\Delta m\frac{k}{m+\Delta m}A$

$\Rightarrow A\geq\frac{\mu g(m+\Delta m)}{k}$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 50 (N/m) vật nhỏ khối lượng m = 1 (kg) đang dao động điều hòa theo phương ngang trùng với trục của lò xo. Đặt nhẹ lên vật m một vật nhỏ có khối lượng Δm = 0,25 (kg) sao cho mặt tiếp xúc giữa chúng là mặt phẳng nằm ngang với hệ số ma sát trượt μ = 0,2 thì chúng không trượt trên nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ A. Lấy gia tốc trọng trường 10 (m/s2). Giá trị của A nhỏ hơn

A. 3cm **B.** 4cm **C.** 5cm **D.** 6cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lực ma sát trượt không nhỏ hơn lực quán tính cực đại: $F_{ms}\geq F_{qt\max}=\Delta m\omega^2A$

$\mu\Delta mg\geq\Delta m\frac{k}{m+\Delta m}A\Rightarrow A\leq\frac{\mu(m+\Delta m)g}{k}=\frac{0,2(0,25+1)10}{50}=0,05(m)$

Ví dụ 5: Một tấm ván nằm ngang trên đó có một vật tiếp xúc phẳng. Tấm ván dao động điều hòa theo phương nằm ngang với biên độ 10 cm. Vật trượt trên tấm ván chỉ khi chu kì dao động T < 1 s. Lấy $\pi^2 = 10$ và g = 10 m/s^2. Hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm ván không vượt quá.

A. 0,3 **B.** 0,4 **C.** 0,2 **D.** 0,1

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lực ma sát trượt không nhỏ hơn lực quán tính cực đại: $F_{msT} \le F_{qt\max}$

$$\Rightarrow \mu\Delta mg \le \Delta m\omega^2 A = \Delta m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \Rightarrow \mu \le \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{A}{g} = \left(\frac{2\pi}{1}\right)^2 \frac{0,1}{10} = 0,4$$

Chú ý: Khi hai vật không trượt trên nhau thì độ lớn lực ma sát nghỉ đúng bằng độ lớn lực tiếp tuyến mà lực tiếp tuyến ở đây chính là lực quán tính $F_{qt} = \Delta m\omega^2 x$

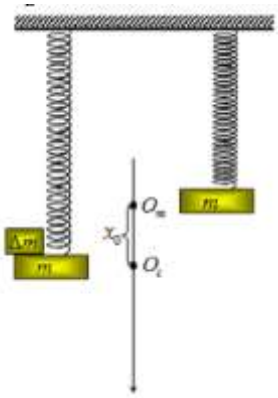
Ví dụ 6: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 10 (N/m) vật nhỏ khối lượng m = 100 (g) đang dao động điều hòa phương ngang trùng với trục của lò xo. Đặt nhẹ lên vật m một vật nhỏ có khối lượng $\Delta m = 300(g)$ sao cho mặt tiếp xúc giữa chúng là mặt phẳng nằm ngang với hệ số ma sát trượt $\mu = 0,1$ thì m dao động điều hòa với biên độ 3 cm. Lấy gia tốc trọng trường 10 (m/s2). Khi hệ cách vị trí cân bằng 2 cm, độ lớn lực ma sát tác dụng lên Δm bằng

A. 0,3 **B.** 1,5 **C.** 0,15 **D.** 0,4

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$F_{ms} = \mu\Delta mg = 0,1.0,3.10 = 0,3N$$

$$\left|F_{msN}\right| = \Delta m\frac{k}{m+\Delta m}|x| = 0,3.\frac{10}{0,1+0,3}.0,02 = 0,15(N)$$



2. Các vật cùng dao động theo phương thẳng đứng

a. Cất bớt vật

Giả sử lúc đầu hai vật $(m+\Delta m)$ gắn vào lò xo cùng dao động theo phương thẳng đứng xung quanh vị trí cân bằng cũ O_c với biên độ A_0 và với tần số góc $\omega^2 = \frac{k}{m+\Delta m}$, sau đó người ta cất vật Δm thì hệ dao động xung quanh vị trí cân bằng mới O_m với biên độ A và tần số góc $\omega'^2 = \frac{k}{m}$. Vị trí cân bằng mới cao hơn vị trí cân bằng cũ một đoạn: $x_0 = \frac{\Delta mg}{k}$.

+ Nếu ngay trước khi cất vật Δm hệ ở dưới vị trí cân bằng cũ một đoạn x_1 (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn $x_1 + x_0$) thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2\dfrac{m+\Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{k}{m+\Delta m} \\ A'^2 = \left(x_1 + x_0\right)^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega'^2} = \left(x_1 + x_0\right)^2 + v_1^2\dfrac{m}{k} \end{cases}$$

$\Rightarrow A' = \sqrt{\left(x_1 + x_0\right)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{m}{m+\Delta m}}$. Đặc biệt, nếu $x_1 = A$ thì $A' = A + x_0$

+ Nếu ngay trước khi cất vật Δm hệ ở trên vị trí cân bằng cũ một đoạn x_1 (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn $|x_1 - x_0|$) thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2\dfrac{m+\Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{k}{m+\Delta m} \\ A'^2 = \left(x_1 - x_0\right)^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega'^2} = \left(x_1 - x_0\right)^2 + v_1^2\dfrac{m}{k} \end{cases}$$

$\Rightarrow A' = \sqrt{\left(x_1 - x_0\right)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{m}{m+\Delta m}}$. Đặc biệt, nếu $x_1 = A$ thì $A' = |A - x_0|$

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 4 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng m = 0,3 (kg) gắn với lò xo và vật nhỏ có khối lượng Δm = 0,1 (kg) được đặt trên m. Lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Lúc hệ hai vật (m + □m) ở dưới vị trí cân bằng 2 (cm) thì vật Δm được cất đi (sao cho không làm thay đổi vận tốc tức thời) và sau đó chỉ mình m dao động điều hòa với biên độ A'. Tính A'.

A. 5 cm. **B.** 4,1 cm. **C.** $3\sqrt{2}$ cm. **D.** 3,2 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$A' = \sqrt{\left(x_1 + x_0\right)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\frac{m}{m+\Delta m}} = \sqrt{(2+1)^2 + \left[4^2 - 2^2\right]\frac{0,3}{0,4}} = 3\sqrt{2}(cm)$$

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 4 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng m = 0,3 (kg) gắn với lò xo và vật nhỏ có khối lượng Δm = 0,1 (kg) được đặt trên m. Lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Lúc hệ hai vật (m + Δm) ở trên vị trí cân bằng 2 (cm) thì vật Δm được cất đi (sao cho không làm thay đổi vận tốc tức thời) và sau đó chỉ mình m dao động điều hòa với biên độ A'. Tính A'.

A. 5 cm. **B.** 4,1 cm. **C.** $3\sqrt{2}$ cm. **D.** 3,2 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$A' = \sqrt{(x_1 + x_0)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\frac{m}{m+\Delta m}} = \sqrt{(2-1)^2 + \left[4^2 - 2^2\right]\frac{0,3}{0,4}} \approx 3,2(cm)$$

Ví dụ 3: Hai vật A, B dán liền nhau $m_B = 2m_A = 200$ gam, treo vào một lò xo có độ cứng $k = 50$ N/m, có chiều dài tự nhiên 30 cm. Nâng vật theo phương thẳng đứng lên đến đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên rồi buông nhẹ. Vật dao động điều hoà đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn lớn nhất, vật B bị tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo.

A. 26 cm. **B.** 24 cm. **C.** 30 cm. **D.** 22 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

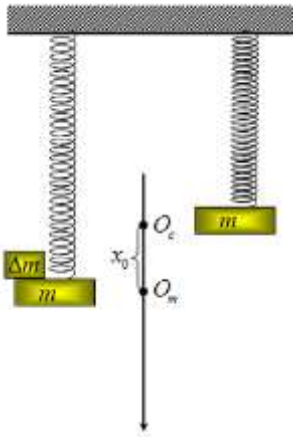
$$A = \Delta l_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 6(cm);\ x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = \frac{m_B g}{k} = 4(cm)$$

$$A' = \sqrt{(x_1 + x_0)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\frac{m}{m+\Delta m}} = A + x_0 = 10(cm)$$

Ở vị trí cân bằng O_m lò xo dãn 2 cm nên lúc này lò xo dài $l_{cb} = 30 + 2 = 32$ cm.

Chiều dài cực tiểu của lò xo: $l_{min} = l_{cb} - A' = 22(cm)$.

b. Đặt thêm vật



Giả sử lúc đầu chỉ m gắn vào lò xo dao động theo phương thẳng đứng xung quanh vị trí cân bằng cũ O_c với biên độ A_0 và với tần số góc $\omega^2 = \frac{k}{m}$, sau đó người ta đặt thêm vật Δm (có cùng tốc độ tức thời) thì hệ dao động xung quanh vị trí cân bằng mới O_m với biên độ A và tần số góc $\omega'^2 = \frac{k}{m+\Delta m}$. Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ một đoạn: $x_0 = \frac{\Delta mg}{k}$. Ta xét các trường hợp có thể xảy ra:

+ Nếu ngay trước khi đặt vật Δm hệ ở dưới vị trí cân bằng cũ một đoạn x_1 (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn $|x_1 - x_0|$) thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2\frac{m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \left[A^2 - x_1^2\right]\frac{k}{m} \\ A'^2 = (x_1 - x_0)^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2} = (x_1 - x_0)^2 + v_1^2\frac{m+\Delta m}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\frac{m+\Delta m}{m}}$$. Đặc biệt, nếu $x_1 = A$ thì $A' = |A - x_0|$

+ Nếu ngay trước khi đặt vật Δm hệ ở trên vị trí cân bằng cũ một đoạn x_1 (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn $x_1 + x_0$) thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \dfrac{m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{k}{m} \\ A'^2 = \left(x_1 + x_0\right)^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega'^2} = \left(x_1 + x_0\right)^2 + v_1^2 \dfrac{m + \Delta m}{k} \end{cases}$$

$\Rightarrow A' = \sqrt{\left(x_1 + x_0\right)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{m + \Delta m}{m}}$. Đặc biệt, nếu $x_1 = A$ thì $A' = A + x_0$

+ Nếu ngay trước khi cất vật Δm hệ ở trên vị trí cân bằng cũ một đoạn x_1 thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \dfrac{m + \Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{k}{m + \Delta m} \\ A'^2 = \left(x_1 - x_0\right)^2 + \dfrac{v_1^2}{\omega'^2} = \left(x_1 - x_0\right)^2 + v_1^2 \dfrac{m}{k} \end{cases}$$

$\Rightarrow A' = \sqrt{\left(x_1 - x_0\right)^2 + \left[A^2 - x_1^2\right]\dfrac{m}{m + \Delta m}}$. Đặc biệt, nếu $x_1 = A$ thì $A' = \left|A - x_0\right|$

Ví dụ 1: Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 4 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng m = 0,3 (kg) và lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Lúc m ở trên vị trí cân bằng 2 (cm), một vật có khối lượng Δm = 0,1 (kg) đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa với biên độ A'. Tính A'.

A. 5 cm. **B.** 4,1 cm. **C.** $3\sqrt{2}$ cm. **D.** 3,2 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$A' = \sqrt{\left(x_1 + x_0\right)^2 + \left(A^2 - x_1^2\right)\frac{m + \Delta m}{m}} = \sqrt{(2+1)^2 + \left(4^2 - 2^2\right)\frac{0,3 + 0,1}{0,3}} = 5(cm)$$

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 5 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng m = 0,1 (kg) và lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Lúc m ở dưới vị trí cân bằng 4 (cm), một vật có khối lượng Δm = 0,1 (kg) đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

A. 5 cm. **B.** 6 cm. **C.** $3\sqrt{2}$ cm. **D.** $3\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01(m) = 1(cm)$

$A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (A^2 - x_1^2)\frac{m + \Delta m}{m}} = \sqrt{(4-1)^2 + (5^2 - 4^2)\frac{0,1+0,1}{0,1}} = 3\sqrt{3}(cm)$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m) có chiều dài tự nhiên 30 cm, vật dao động có khối lượng 100 g và lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Khi lò xo có chiều dài 29 cm thì vật có tốc độ $20\pi\sqrt{3}$ cm/s. Khi vật đến vị trí cao nhất, ta đặt nhẹ nhàng lên nó một gia trọng $\Delta m = 300(g)$ thì cả hai cùng dao động điều hoà. Viết phương trình dao động, chọn trục tọa độ Ox hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc O trùng với vị trí cân bằng sau khi đặt thêm gia trọng và gốc thời gian là lúc đặt thêm gia trọng.

A. $x = 7\cos(10\pi t + \pi)(cm)$.

B. $x = 4\cos(10\pi t + \pi)(cm)$.

C. $x = 4\cos(5\pi t + \pi)(cm)$.

D. $x = 7\cos(5\pi t + \pi)(cm)$.

Hướng dẫn: **Chọn đáp án D**

Khi ở vị trí cân bằng cũ lò xo dài: $l_{cb} = l_0 + \Delta l_{01} = l_0 + \frac{mg}{k} = 31(cm)$

$\Rightarrow x = l - l_{cb} = 2(cm)$

Biên độ dao động lúc đầu:

$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{x^2 + \frac{v^2.m}{k}} = \sqrt{2^2 + \frac{(20\pi\sqrt{3})^2.0,1}{100}} = 4(cm)$

Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ: $x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = 3(cm)$

Biên độ dao động: $A' = A + x_0 = A + \frac{\Delta mg}{k} = 7(cm)$.

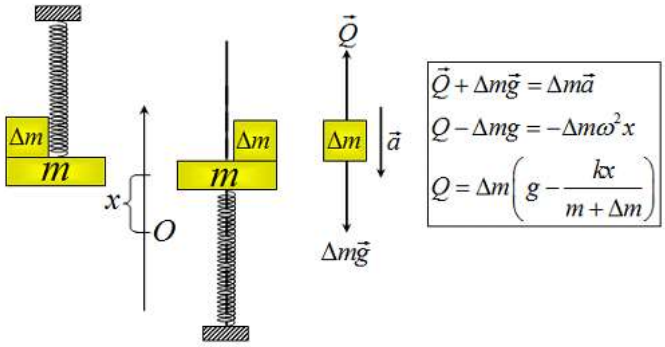
Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1+0,3}} = 5\pi(rad/s)$

Chọn $t = 0$ khi $x = -A$ nên: $x = A\cos(\omega t + \pi) = 7\cos(5\pi t + \pi)(cm)$.

Chú ý:

1) Để Δm *luôn nằm trên m thì khi ở vị trí cao nhất độ lớn gia tốc của hệ không vượt quá:*

$g \geq \omega^2 A = \frac{k}{m + \Delta m} A$.



$$\vec{Q}+\Delta m\vec{g}=\Delta m\vec{a}$$
$$Q-\Delta mg=-\Delta m\omega^2 x$$
$$Q=\Delta m\left(g-\frac{kx}{m+\Delta m}\right)$$

2) Khi điều kiện trên được thỏa mãn và khi vật có li độ x thì Δm *tác dụng lên m một áp lực* $\vec{N}$ *đồng thời m tác dụng* Δm *một phản lực* $\vec{Q}$ *sao cho* $N=Q$. *Viết phương trình định luật II Niutơn cho vật* Δm *thì ta tìm được:* $Q=\Delta m\left(g-\frac{kx}{m+\Delta m}\right)$.

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng 50 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng m = 0,4 (kg) và lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Người ta đặt nhẹ nhàng lên m một gia trọng Δm = 0,05 (kg) thì cả hai cùng dao động điều hoà với biên độ A. Giá trị A không vượt quá

A. 9 cm. **B.** 8 cm. **C.** $6\sqrt{2}$ cm. **D.** $3\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Tại vị trí cao nhất, gia tốc có độ lớn không lớn hơn g: $g\geq\omega^2A=\frac{k}{m+\Delta m}A$

$$\Rightarrow A\leq g.\frac{m+\Delta m}{k}=10.\frac{0,4+0,05}{50}=0,09(m)$$

Ví dụ 5: Một lò xo có độ cứng 10 N/m đặt thẳng đứng có đầu dưới gắn cố định, đầu trên gắn vật có khối lượng m_1 = 800 g. Đặt vật có khối lượng m_2 = 100 g nằm trên vật m_1. Từ vị trí cân bằng cung cấp cho 2 vật vận tốc v_0 để cho hai vật dao động. Cho g = 10 m/s^2. Giá trị lớn nhất của v_0 để vật m_2 luôn nằm yên trên vật m_1 trong quá trình dao động là:

A. 200 cm/s. **B.** $300\sqrt{2}$ cm/s. **C.** 300 cm/s. **D.** $500\sqrt{2}$ cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Tại vị trí cao nhất, gia tốc có độ lớn không lớn hơn g:

$$g\geq a_{max}=\omega^2A=v_0\omega=v_0\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}$$

$$\Rightarrow v_0\leq g\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}=10\sqrt{\frac{0,8+0,1}{10}}=3(m/s).$$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng 50 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng m = 0,4 (kg) và lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Người ta đặt nhẹ nhàng lên m một gia trọng Δm = 0,05 (kg) thì cả hai cùng dao động điều hoà với biên độ 5 cm. Khi vật ở trên vị trí cân bằng 4,5 cm, áp lực của Δm lên m là

A. 0,4 N. **B.** 0,5 N. **C.** 0,25 N. **D.** 0,8 N.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$Q = \Delta m\left(g - \omega^2 x\right) = \Delta m\left(g - \frac{kx}{m+\Delta m}\right) = 0,05\left(10 - \frac{50.0,045}{0,4+0,05}\right) = 0,25(N)$$

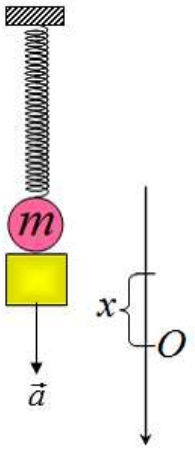
Ví dụ 7: Một lò xo nhẹ có độ cứng 50 N/m, đầu trên gắn cố định đầu dưới treo quả cầu nhỏ có khối lượng m = 1 kg sao cho vật có thể dao động không ma sát theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Lúc đầu dùng bàn tay đỡ m để lò xo dãn 1 cm. Sau đó cho bàn tay chuyển động thẳng đứng xuống dưới nhanh dần đều với gia tốc 1 m/s^2. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Khi m rời khỏi tay, nó dao động điều hòa. Biên độ dao động điều hòa là

A. 8,485 cm. **B.** 8,544 cm. **C.** 8,557 cm. **D.** 1,000 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

+ Ban đầu lò xo dãn $S_0 = 1cm$, sau đó hệ bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a và khi m bắt đầu rời giá đỡ thì hệ đã đi được quãng đường $S = \frac{at^2}{2}$, vận tốc của hệ là $v = at$ (t là thời gian chuyển động).

Khi vừa rời giá đỡ, m chịu tác dụng của hai lực: trọng lực có độ lớn mg có hướng xuống và lực đàn hồi có độ lớn $k\left(S+S_0\right)$ có hướng lên.



Gia tốc tốc của vật ngay lúc này vẫn là a: $a = \frac{mg - k\left(S+S_0\right)}{m}$

Từ đó suy ra: $\begin{cases} S = \frac{m(g-a)}{k} - S_0 = \frac{1(10-1)}{50} - 0,01 = 0,17(m) \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2.0,17}{1}} = \sqrt{0,34}(s) \end{cases}$

+ Tốc độ và li độ của m khi vừa rời giá đỡ:

$$\begin{cases} v_1 = at = \sqrt{0,34}(m/s) \\ x_1 = S + S_0 - \Delta l_0 = S + S_0 - \frac{mg}{k} = 0,02(m) \end{cases}$$

Biên độ dao động:

$$A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_1^2 + v_1^2 \frac{m}{k}} = \sqrt{0,02^2 + 0,34.\frac{1}{50}} \approx 0,08485(m)$$

hoc360.net