

CHƯƠNG 4: DAO ĐỘNG TẮT DẦN. DAO ĐỘNG DUY TRÌ. DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC. CỘNG HƯỞNG.

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG TẮT DẦN CỦA CON LẮC Lò XO

Phương pháp giải:

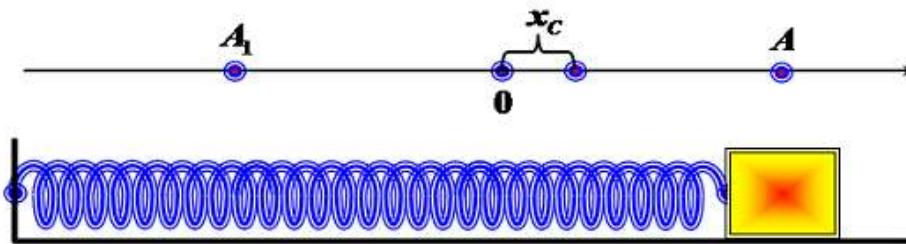
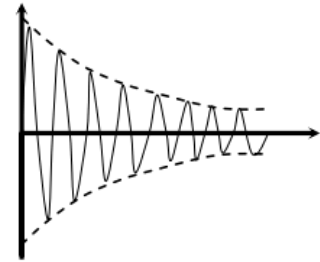
Ta chỉ xét trường hợp ma sát nhỏ (dao động tắt dần chậm). Ta xét bài toán dưới hai góc độ: Khảo sát gần đúng và khảo sát chi tiết.

I. KHẢO SÁT GẦN ĐÚNG

Lúc đầu cơ năng dao động là $W \left(W = \frac{kA^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} \right)$, do ma

sát nên cơ năng giảm dần và cuối cùng nó dừng lại ở li độ x_C rất

gần vị trí cân bằng $\left(W_C = \frac{kx_C^2}{2} = 0 \right)$



Gọi S là tổng quãng đường đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn, theo định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng thì độ giảm cơ năng $(W - W_C)$ đúng bằng công của lực ma sát $(A_{ms} = F_{ms} \cdot S)$

$$W - W_C = F_{ms} S \Rightarrow S = \frac{W}{F_{ms}}$$

($F_{ms} = \mu mg$ (nếu dao động phương ngang), $F_{ms} = \mu mg \cos \alpha$ (nếu dao động phương xiên góc α) với μ là hệ số ma sát).

Ví dụ 1: Một vật khối lượng 100 (g) gắn với một lò xo có độ cứng 100 N/m, vật chỉ dao động được trên trục Ox nằm ngang trùng với trục của lò xo. Ban đầu, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 8 (cm) rồi truyền cho vật vận tốc 60 cm/s hướng theo phương Ox. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng một lực cản không đổi 0,02 N. Tổng chiều dài quãng đường mà vật đi được từ lúc bắt đầu dao động cho tới lúc dừng lại.

A. 15,6 m.

B. 9,16 m.

C. 16,9 m.

D. 15 m.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{\frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2}}{F_C} = \frac{100 \cdot 0,08^2 + 0,1 \cdot 0,6^2}{2 \cdot 0,02} = 16,9(m)$$

Ví dụ 2: Một vật nhỏ đang dao động điều hòa dọc theo một trục nằm trên mặt phẳng ngang trên đệm không khí có li độ $x = 2\sqrt{2} \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm (t đo bằng giây). Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Nếu tại thời điểm $t = 0$, đệm không khí ngừng hoạt động, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng là 0,1 thì vật sẽ đi thêm được tổng quãng đường là bao nhiêu?

- A. 15 cm. B. 16 cm. C. 18 cm. D. 40 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{\frac{m\omega^2 A^2}{2}}{\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu \cdot g} = \frac{(10\pi)^2 (0,02\sqrt{2})^2}{2 \cdot 0,1 \cdot \pi^2} = 0,4(m)$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo có độ cứng 62,5 N/m, vật nặng có khối lượng $m = 100 \text{ g}$ dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,1$; lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Kéo vật khỏi vị trí cân bằng một đoạn A rồi thả nhẹ. Quãng đường mà vật đã đi cho đến khi dừng hẳn là 2,4 m. Giá trị của A là

- A. 8 cm. B. 10 cm. C. 8,8 cm. D. 7,6 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$W = F_{ms} S \Leftrightarrow \frac{kA^2}{2} = \mu mg S \Leftrightarrow \frac{62,5A^2}{2} = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 2,4 \Leftrightarrow A = 0,088(m)$$

Chú ý:

+ Phần trăm cơ năng của con lắc bị mất đi trong một dao động toàn phần:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W - W'}{W} = \frac{\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2}}{\frac{kA^2}{2}} = \frac{(A + A')(A - A')}{A^2} = \frac{2A \cdot \Delta A}{A^2} = 2 \cdot \frac{\Delta A}{A}$$

(với $\frac{\Delta A}{A}$ là phần trăm biên độ bị giảm sau một dao động toàn phần).

+ Phần trăm biên độ bị giảm sau n chu kì: $h_{na} = \frac{A - A_n}{A}$

+ Phần trăm biên độ còn lại sau n chu kì: $\frac{A_n}{A} = 1 - h_{na}$

+ Phần trăm cơ năng còn lại sau n chu kì: $h_{nv} = \frac{W_n}{W} = \left(\frac{A_n}{A}\right)^2$

+ Phần trăm cơ năng bị mất (chuyển thành nhiệt) sau n chu kì: $\frac{W - W_n}{W} = 1 - h_{nv}$

+ Phần cơ năng còn lại sau n chu kì: $W_n = h_{nv}W$ và phần đã bị mất tương ứng $\Delta W_n = (1 - h_{nv})W$.

Ví dụ 4: Một con lắc dao động tắt dần trong môi trường với lực ma sát rất nhỏ. Cứ sau mỗi chu kì, phần năng lượng của con lắc bị mất đi 8%. Trong một dao động toàn phần biên độ giảm đi bao nhiêu phần trăm?

- A. $2\sqrt{2}\%$ B. 4% C. 6% D. 1,6%

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W - W'}{W} = \frac{\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2}}{\frac{kA^2}{2}} = \frac{(A + A')(A - A')}{A^2} = \frac{2A \cdot \Delta A}{A^2} = \frac{2 \cdot \Delta A}{A} = 8\%$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = 4\%$$

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần, sau ba chu kì đầu tiên biên độ của nó giảm đi 10%. Phần trăm cơ năng còn lại sau khoảng thời gian đó là:

- A. 6,3%. B. 81%. C. 19%. D. 27%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\begin{cases} \frac{A - A_3}{A} = 10\% \Rightarrow \frac{A_3}{A} = 90\% \\ \frac{W_3}{W} = \left(\frac{A_3}{A}\right)^2 = 0,9^2 = 0,81 = 81\% \end{cases}$$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần, cơ năng ban đầu của nó là 5 J. Sau ba chu kì kể từ lúc bắt đầu dao động thì biên độ của nó giảm đi 18%. Phần cơ năng của con lắc chuyển hoá thành nhiệt năng tính trung bình trong mỗi chu kì dao động của nó là:

- A. 0,365 J. B. 0,546 J. C. 0,600 J. D. 0,445 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\begin{cases} \frac{W'}{W} = \left(\frac{A'}{A}\right)^2 = (100\% - 18\%)^2 = 0,82^2 \Rightarrow W' = 3,362(J) \\ \frac{\Delta W}{3} = \frac{5 - 3,362}{3} = 0,546(J) \end{cases}$$

Chú ý:

+ Ta chỉ xét dao động tắt dần chậm nên độ giảm biên độ sau một chu kỳ rất nhỏ:

$$\Delta A = A - A' \Rightarrow A + A' \approx 2A$$

+ Độ giảm cơ năng sau một chu kỳ bằng công của lực ma sát thực hiện trong chu kỳ đó:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_{ms} \cdot 4A \Leftrightarrow \frac{k}{2}(A + A')(A - A') = F_{ms} \cdot 4A \Rightarrow \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k}$$

+ Độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ: $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{l}$

+ Độ giảm biên độ sau nửa chu kỳ: $\frac{\Delta A}{2} = \frac{2F_{ms}}{k}$

+ Biên độ dao động còn lại sau n chu kỳ: $A_n = A - n\Delta A$

+ Tổng số dao động thực hiện được: $N = \frac{A}{\Delta A}$

+ Thời gian dao động: $\Delta t = N.T$

Ví dụ 7: Con lắc lò xo dao động theo phương ngang, lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, vật nhỏ dao động có khối lượng 100 g, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,01. Tính độ giảm biên độ mỗi lần vật qua vị trí cân bằng.

- A. 0,04 mm. B. 0,02 mm. C. 0,4 mm. D. 0,2 mm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Độ giảm cơ năng sau một chu kỳ bằng công của lực ma sát thực hiện trong chu kỳ đó:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_{ms} \cdot 4A \Leftrightarrow \frac{k}{2}(A + A')(A - A') = F_{ms} \cdot 4A \Rightarrow \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k}$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB là:

$$\frac{\Delta A}{2} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,01 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,2 \cdot 10^{-3} (m)$$

Ví dụ 8: Một vật khối lượng 100 (g) nối với một lò xo có độ cứng 80 (N/m). Đầu còn lại của lò xo gắn cố định, sao cho vật có thể dao động trên mặt phẳng nằm ngang. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng đoạn 3 cm và truyền cho nó vận tốc $80\sqrt{2}$ cm/s. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s^2 . Khi hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là 0,05. Biên độ dao động của vật sau 5 chu kỳ dao động là

- A. 2 cm. B. 2,75 cm. C. 4,5 cm. D. 3,75 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Biên độ dao động lúc đầu: $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0^2}{k}} = 0,05 (m)$

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:

$$\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4.0,05.0,1.10}{80} = 0,0025(m) = 0,25(cm)$$

Biên độ dao động của vật sau 5 chu kì dao động là :

$$A_5 = A - 5.\Delta A = 5 - 5.0,25 = 3,75(cm)$$

Ví dụ 9: Một con lắc lò xo, vật nặng có khối lượng 100 (g), lò xo có độ cứng 100 N/m, dao động trên mặt phẳng ngang với biên độ ban đầu 10 (cm). Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s². Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,1. Số dao động thực hiện được kể từ lúc dao động cho đến lúc dừng lại là

- A. 25 B. 50 C. 30 D. 20

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì: $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được: $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg} = \frac{100.0,1}{4.0,1.0,1.10} = 25$

Ví dụ 10: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng 200 g, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 80 N/m; đặt trên mặt sàn nằm ngang. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng đoạn 3 cm và truyền cho nó vận tốc 80 cm/s. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$. Do có lực ma sát nên vật dao động tắt dần, sau khi thực hiện được 10 dao động vật dừng lại. Hệ số ma sát giữa vật và sàn là

- A. 0,04. B. 0,15. C. 0,10. D. 0,05.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Biên độ dao động lúc đầu: $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0^2}{k}} = 0,05(m)$

Tổng số dao động thực hiện được: $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg} \Rightarrow m = \frac{kA}{4N\mu g} = \frac{80.0,05}{4.10.0,2.10} = 0,05$

Ví dụ 11: Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$, một đầu cố định, một đầu gắn vật nặng khối lượng $m = 0,5 \text{ kg}$. Ban đầu kéo vật theo phương thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng 5 cm rồi buông nhẹ cho vật dao động. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng 1/100 trọng lực tác dụng lên vật. Coi biên độ của vật giảm đều trong từng chu kì, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Số lần vật qua vị trí cân bằng kể từ khi thả vật đến khi nó dừng hẳn là bao nhiêu?

- A. 25 B. 50 C. 30 D. 20

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\text{Độ giảm biên độ sau một chu kì: } \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4.0,01.mg}{k}$$

$$\text{Tổng số dao động thực hiện được: } N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4F_{ms}} = \frac{100.0,05}{4.0,01.0,5.10} = 25$$

Tổng số lần đi qua vị trí cân bằng: $25.2 = 50$

Ví dụ 12: Một con lắc lò xo, vật nặng có khối lượng 100 (g), lò xo có độ cứng 100 N/m, dao động trên mặt phẳng ngang với biên độ ban đầu 10 (cm). Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s². Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,1. Tìm thời gian từ lúc dao động cho đến lúc dừng lại.

- A. 5 s. B. 3 s. C. 6 s. D. 4 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\text{Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì: } \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4.\mu.mg}{k}$$

$$\text{Tổng số dao động thực hiện được: } N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg}$$

Thời gian dao động:

$$\Delta t = NT = \frac{kA}{4\mu mg} . 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi A}{2\mu g} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\pi.0,1}{2.0,1.10} \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 5(s)$$

Ví dụ 13: Một con lắc lò xo gồm lò xo có hệ số đàn hồi 60 (N/m) và quả cầu có khối lượng 60 (g), dao động trong một chất lỏng với biên độ ban đầu 12 (cm). Trong quá trình dao động con lắc luôn chịu tác dụng của một lực cản có độ lớn không đổi. Khoảng thời gian từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn là 20 s. Độ lớn lực cản là

- A. 0,002 N. B. 0,003 N. C. 0,018 N. D. 0,005 N.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\text{Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì: } \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k}$$

$$\text{Tổng số dao động thực hiện được: } N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4F_{ms}}$$

$$\text{Thời gian dao động: } \Delta t = NT = \frac{kA}{4F_{ms}} . 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$F_{ms} = \frac{kA}{4\Delta t} . 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{60.0,12}{4.20} . 2\pi . \sqrt{\frac{0,06}{60}} = 0,018(N)$$

Chú ý: Tổng quãng đường và tổng thời gian từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn lần

$$\text{lượt là: } \begin{cases} S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{kA^2}{2 \cdot F_{ms}} \\ \Delta t = NT = \frac{A}{\Delta A} \cdot T = \frac{kA}{4F_{ms}} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$$

Do đó, tốc độ trung bình trong cả quá trình dao động là: $|\vec{v}| = \frac{S}{\Delta t} = \frac{\omega A}{\pi}$

Ví dụ 14: Một vật nhỏ nối với một lò xo nhẹ, hệ dao động trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng truyền cho vật vận tốc ban đầu 2 (m/s) theo phương ngang thì vật dao động tắt dần. Tốc độ trung bình trong suốt quá trình vật dao động là

- A. 72,8 m/s. B. 54,3 m/s. C. 63,7 cm/s. D. 34,6 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Tốc độ trung bình trong cả quá trình dao động tắt dần:

$$|\vec{v}| = \frac{\omega A}{\pi} = \frac{200}{\pi} = 63,7 \text{ (cm/s)}$$

Ví dụ 15: Một vật nhỏ dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tốc độ trung bình trong một chu kì là v. Đúng thời điểm $t = 0$, tốc độ của vật bằng 0 thì đệm từ trường bị mất do ma sát trượt nhỏ nên vật dao động tắt dần chậm cho đến khi dừng hẳn. Tốc độ trung bình của vật từ lúc $t = 0$ đến khi dừng hẳn là 100 (cm/s). Giá trị v bằng

- A. 0,25 m/s. B. 200 cm/s. C. 100 cm/s. D. 0,5 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Tốc TB sau một chu kì của dao động điều hòa là: $\vec{v}_T = \frac{2}{\pi} \omega A$.

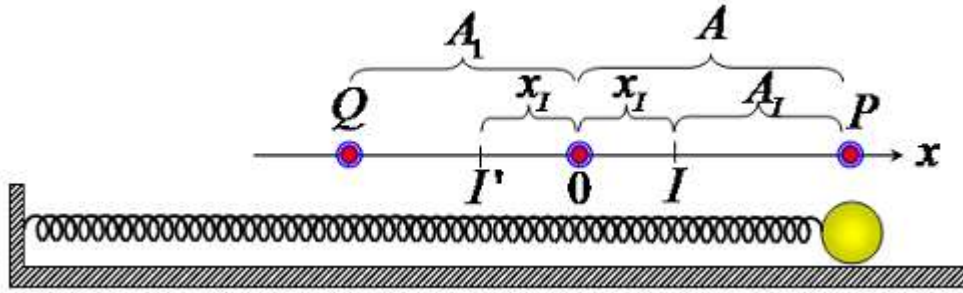
Tốc TB trong cả quá trình của dao động tắt dần là: $\vec{v}_{td} = \frac{1}{\pi} \omega A$

$$\Rightarrow \vec{v}_T = 2\vec{v}_{td} = 200 \text{ (cm/s)}$$

II. KHẢO SÁT CHI TIẾT

1) DAO ĐỘNG THEO PHƯƠNG NGANG

Bài toán tổng quát: Cho cơ hệ như hình vẽ, lúc đầu giữ vật ở P rồi thả nhẹ thì vật dao động tắt dần. Tìm vị trí vật đạt tốc độ cực đại và giá trị vận tốc cực đại.



Cách 1:

Ngay sau khi bắt đầu dao động lực kéo về có độ lớn cực đại ($F_{\max} = kA$) lớn hơn lực ma sát trượt ($F_{ms} = \mu mg$) nên hợp lực ($\vec{F}_{ht} = \vec{F}_{kv} - \vec{F}_{ms}$) hướng về O làm cho vật chuyển động nhanh dần về O. Trong quá trình này, độ lớn lực kéo về giảm dần trong khi độ lớn lực ma sát trượt không thay đổi nên độ lớn hợp lực giảm dần. Đến vị trí I, lực kéo về cân bằng với lực ma sát trượt nên và vật đạt tốc độ cực đại tại điểm này.

$$\text{Ta có: } kx_I = F_{ms} \Rightarrow x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k}$$

$$\text{Quãng đường đi được: } A_I = A - x_I.$$

Để tìm tốc độ cực đại tại I, ta áp dụng định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng. Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:

$$W_p - W_Q = F_{ms} \cdot A_I$$

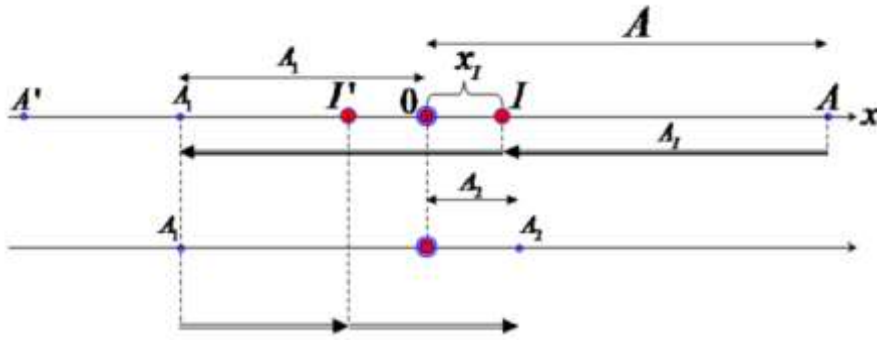
$$\Leftrightarrow \frac{kA^2}{2} - \frac{kx_I^2}{2} - \frac{mv_I^2}{2} = kx_I(A - x_I) \Leftrightarrow \frac{k}{m}(A^2 - 2Ax_I + x_I^2) = v_I^2$$

$$\Rightarrow v_I = \sqrt{\frac{k}{m}}(A - x_I) = \omega A_I$$

“Meo” nhớ nhanh, khi vật bắt đầu xuất phát từ P thì có thể xem I là tâm dao động tức thời và biên độ là AI nên tốc độ cực đại: $v_I = \omega A_I$. Tương tự, khi vật xuất phát từ Q thì I' là tâm dao động tức thời. Để tính x_I ta nhớ: “Độ lớn lực kéo về = Độ lớn lực ma sát trượt”.

Cách 2:

Khi không có ma sát, vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng O. Khi có thêm lực ma sát thì có thể xem lực ma sát làm thay đổi vị trí cân bằng.



Xét quá trình chuyển động từ A sang A', lực ma sát có hướng ngược lại nên nó làm dịch vị trí cân bằng đến I sao cho: $x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k}$, biên độ $A_I = A - x_I$ nên tốc độ cực đại tại I là $v_I = \omega A_I$. Sau đó nó chuyển động chậm dần và dừng lại ở điểm A_1 đối xứng với A qua I. Do đó, li độ cực đại so với O là $A_1 = A_I - x_I = A - 2x_I$.

Quá trình chuyển động từ A_1 sang A thì vị trí cân bằng dịch đến I', biên độ $A_I' = A_I - x_I$ và tốc độ cực đại tại I' là $v_{I'} = \omega A_I'$. Sau đó nó chuyển động chậm dần và dừng lại ở điểm A_2 đối xứng với A_1 qua I'. Do đó, li độ cực đại so với O là $A_2 = A_I' - x_I = A_I - 2x_I = A - 2.2x_I$. Khảo sát quá trình tiếp theo hoàn toàn tương tự.

Như vậy, cứ sau mỗi nửa chu kỳ (sau mỗi lần qua O) biên độ so với O giảm đi một lượng

$$\Delta A_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k} : \begin{cases} A_1 = A - \Delta A_{1/2} \\ A_2 = A - 2.\Delta A_{1/2} \\ A_3 = A - 3.\Delta A_{1/2} \\ \dots \\ A_n = A - n.\Delta A_{1/2} \end{cases}$$

Quãng đường đi được sau thời gian $\frac{T}{2}, 2.\frac{T}{2}, \dots, N.\frac{T}{2}$ lần lượt là:

$$t = \frac{T}{2} \text{ là: } S = A + A_1$$

$$t = 2.\frac{T}{2} \text{ là: } S = A + 2A_1 + A_2$$

$$t = 3.\frac{T}{2} \text{ là: } S = A + 2A_1 + 2A_2 + A_3.$$

...

$$t = n.\frac{T}{2} \text{ là: } S = A + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} + A_n$$

Chú ý: Ta có thể chứng minh khi có lực ma sát thì tâm dao động bị dịch chuyển theo hướng của lực ma sát một đoạn $\frac{F_{ms}}{k}$ như sau:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F} + \vec{F}_{ms}}{m} \Rightarrow x'' = -\frac{k}{m} \left(x - \frac{F_{ms}}{k} \right) \xrightarrow{y = x - \frac{F_{ms}}{k}} \xrightarrow{\omega^2 = \frac{k}{m}} y'' = -\omega^2 y$$

$$\Rightarrow \boxed{y = A_t \cos(\omega t + \varphi)}$$

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo có độ cứng $k = 2 \text{ N/m}$, khối lượng $m = 80 \text{ g}$ dao động tắt dần trên mặt phẳng nằm ngang do ma sát, hệ số ma sát $\mu = 0,1$. Ban đầu kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Cho gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Thế năng của vật ở vị trí mà tại đó vật có vận tốc lớn nhất là

- A.** 0,16 mJ. **B.** 0,16 J. **C.** 1,6 J. **D.** 1,6 mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$kx_t = \mu mg \Rightarrow x_t = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,08 \cdot 10}{2} = 0,04 \text{ (m)}$$

$$\text{Thế năng đàn hồi của lò xo ở I: } W_t = \frac{kx_t^2}{2} = \frac{2 \cdot 0,04^2}{2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

Ví dụ 2: (ĐH–2010) Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng $0,02 \text{ kg}$ và lò xo có độ cứng 1 N/m . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là $0,1$. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A.** $10\sqrt{30} \text{ cm/s}$. **B.** $20\sqrt{6} \text{ cm/s}$. **C.** $40\sqrt{2} \text{ cm/s}$. **D.** $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$kx_t = F_{ms} \Rightarrow x_t = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,02 \text{ (m)} = 2 \text{ (cm)}$$

$$A_t = A - x_t = 10 - 2 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{0,02}} = 5\sqrt{2} \text{ (rad / s)} \Rightarrow v_t = \omega A_t = 40\sqrt{2} \text{ (cm / s)}$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng $0,1 \text{ kg}$ và lò xo có độ cứng 10 N/m . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là $0,1$. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén một đoạn A rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là 60 cm/s . Tính A .

A. $4\sqrt{3}$ cm.

B. $4\sqrt{6}$ cm.

C. 7 cm.

D. 6 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10(rad/s)$$

$$v_I = \omega A_I \Rightarrow A_I = \frac{v_I}{\omega} = 6(cm) \Rightarrow A = x_I + A_I = 7(cm)$$

Chú ý:

Tại I thì lực hồi phục cân bằng với lực cản: $kx_I = F_C \Rightarrow x_I = \frac{F_C}{k}$

Gọi A_1 là li độ cực đại sau khi qua VTCB lần 1: $\frac{kA_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - F_C(A + A_1)$

$$(A + A_1)(A - A_1) - \frac{2F_C}{k}(A + A_1) = 0 \Rightarrow (A - A_1) - \frac{2F_C}{k} = 0$$

$$\Rightarrow A_1 = A - \frac{2F_C}{k} = A - 2x_I$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB: $\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = 2x_I$

Li độ cực đại sau khi qua VTCB lần n: $A_n = A - \Delta A_{1/2}$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị giãn 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s². Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1 là

A. 2 cm.

B. 6 cm.

C. $4\sqrt{2}$ cm.

D. $4\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,04(m) = 4(cm)$$

Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1:

$$A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 10 - 4 = 6(cm)$$

Ví dụ 5: Lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và chiều dài tự nhiên 30cm, một đầu cố định, một đầu gắn với một khúc gỗ nhỏ nặng 1 kg. Hệ được đặt trên mặt bàn nằm ngang, hệ số ma sát giữa

khúc gỗ và mặt bàn là 0,1. Gia tốc trọng trường lấy bằng 10 m/s^2 . Kéo khúc gỗ trên mặt bàn để lò xo dài 40 cm rồi thả nhẹ cho khúc gỗ dao động. Chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình khúc gỗ dao động là

- A. 22 cm. B. 26 cm. C. 27,6 cm. D. 26,5 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Biên độ dao động lúc đầu: $A = l_{\max} - l_0 = 10(\text{cm}) = 0,1(\text{m})$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 10}{100} = 0,02(\text{m}) = 2(\text{cm})$$

Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1:

$$A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 10 - 2 = 8(\text{cm})$$

Chiều dài cực tiểu của lò xo: $l_{\min} = l_{cb} - A' = 30 - 8 = 22(\text{cm})$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng ngang, gồm vật nhỏ khối lượng 40 (g) và lò xo có độ cứng 20 (N/m). Vật chỉ có thể dao động theo phương Ox nằm ngang trùng với trục của lò xo. Khi vật ở O lò xo không biến dạng. Hệ số ma sát trượt giữa mặt phẳng ngang và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật để lò xo bị nén 8 cm rồi buông nhẹ. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ (m/s}^2)$. Li độ cực đại của vật sau lần thứ 3 vật đi qua O là

- A. 7,6 cm. B. 8 cm. C. 7,2 cm. D. 6,8 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,04 \cdot 10}{20} = 0,004(\text{m}) = 0,4(\text{cm})$$

Li độ cực đại sau khi qua O lần 1: $A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 7,6(\text{cm})$

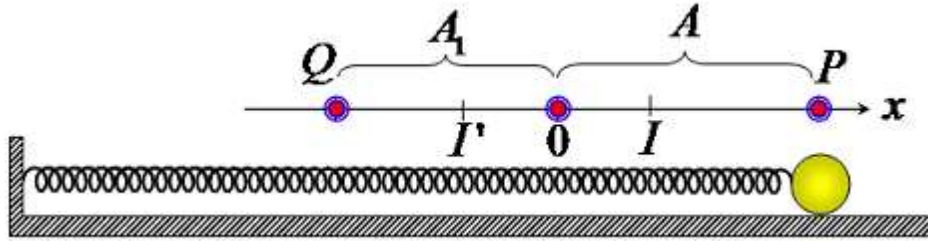
Li độ cực đại sau khi qua O lần 2: $A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 7,2(\text{cm})$

Li độ cực đại sau khi qua O lần 3: $A_3 = A - 3 \cdot \Delta A_{1/2} = 6,8(\text{cm})$

Chú ý: Nếu lúc đầu vật ở P thì quãng đường đi được sau thời gian:

$$t = \frac{T}{2} \text{ là: } S = A + A_1$$

$$t = 2 \cdot \frac{T}{2} \text{ là: } S = A + 2A_1 + A_2$$



$$t = 3 \cdot \frac{T}{2} \text{ là: } S = A + 2A_1 + 2A_2 + A_3$$

....

$$t = n \cdot \frac{T}{2} \text{ là: } S = A + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} + A_n$$

Ví dụ 7: Con lắc lò xo nằm ngang có độ cứng 100 N/m, vật dao động có khối lượng 400 g. Kéo để lò xo dãn một đoạn 4 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa vật và sàn là $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$. Xem chu kì dao động không thay đổi và vật chỉ dao động theo phương ngang trùng với trục của lò xo, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Quãng đường vật đi được trong 2 chu kì đầu tiên là

- A. 31,36 cm. B. 23,64 cm. C. 20,4 cm. D. 23,28 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\text{Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: } \Delta A_{1/2} = \frac{2F_c}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = 0,04 \text{ (cm)}$$

Biên độ còn lại sau lần 1, 2, 3, 4 đi qua VTCB:

$$\begin{cases} A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 3,96 \text{ (cm)} \\ A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 3,92 \text{ (cm)} \\ A_3 = A - 3\Delta A_{1/2} = 3,88 \text{ (cm)} \\ A_4 = A - 4\Delta A_{1/2} = 3,84 \text{ (cm)} \end{cases}$$

Vì lúc đầu vật ở vị trí biên thì quãng đường đi được sau thời gian $t = 4 \cdot T/2$ là:

$$S = A + 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + A_4 = 31,36 \text{ (cm)}$$

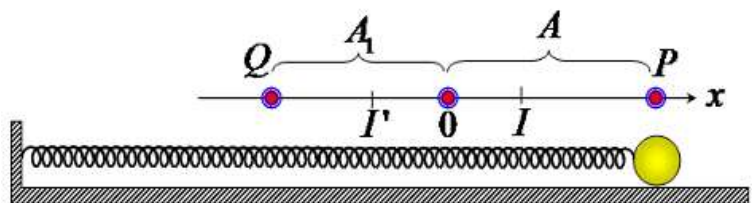
Chú ý: Lúc đầu vật ở P đến I gia tốc đổi chiều lần thứ 1, sau đó đến Q rồi quay lại I' gia tốc đổi chiều lần thứ 2... Do đó, quãng đường đi được sau khi gia tốc đổi chiều lần thứ 1, thứ 2, thứ 3, ... thứ n lần lượt là:

$$S_1 = A - x_I$$

$$S_2 = A + 2A_1 - x_I$$

$$S_3 = A + 2A_1 + 2A_2 - x_I$$

...



$$S_n = A + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} - x_f$$

Ví dụ 8: Con lắc lò xo nằm ngang có độ cứng 100 N/m, vật dao động có khối lượng 400 g. Kéo để lò xo dãn một đoạn 4 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa vật và sàn là $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$. Xem chu kì dao động không thay đổi và vật chỉ dao động theo phương ngang trùng với trục của lò xo, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính quãng đường đi được từ lúc thả vật đến lúc vectơ gia tốc của vật đổi chiều lần thứ 5.

- A.** 31,36 cm. **B.** 23,64 cm. **C.** 35,18 cm. **D.** 23,28 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\left. \begin{array}{l} x_f = \frac{F_C}{k} = \frac{\mu mg}{k} = 0,02 \text{ (cm)} \\ \Delta A_{1/2} = 2 \cdot \frac{F_C}{k} = 2 \cdot \frac{\mu mg}{k} = 0,04 \text{ (cm)} \\ \text{Ta thực hiện các phép tính cơ bản} \end{array} \right\} \begin{array}{l} A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 3,96 \text{ (cm)} \\ A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 3,92 \text{ (cm)} \\ A_3 = A - 3\Delta A_{1/2} = 3,88 \text{ (cm)} \\ A_4 = A - 4\Delta A_{1/2} = 3,84 \text{ (cm)} \end{array}$$

Lúc đầu vật ở P đến I gia tốc đổi chiều lần thứ 1, đến Q rồi quay lại I' gia tốc đổi chiều lần thứ 2, đến P rồi quay về I gia tốc đổi chiều lần 3, đến Q rồi quay lại I' gia tốc đổi chiều lần thứ 4, đến P rồi quay về I gia tốc đổi chiều lần 5:

$$S_5 = A + 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + A_4 - x_f = 35,18 \text{ (cm)}$$

Chú ý: Gọi $n_0, n, \Delta t$ và x_c lần lượt tổng số lần đi qua O, tổng số nửa chu kì thực hiện được, tổng thời gian từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn và khoảng cách từ vị trí dừng lại đến O. Giả sử lúc đầu vật ở vị trí biên dương +A (lò xo dãn cực đại) mà cứ mỗi lần đi qua VTCB biên độ giảm một lượng $\Delta A_{1/2}$ nên muốn xác định n_0, n và Δt ta dựa vào tỉ số

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = p, q.$$

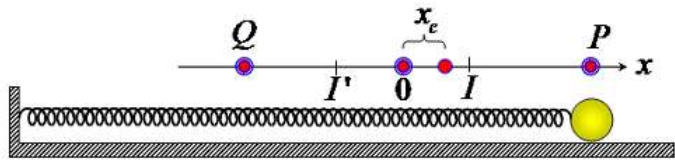
1) $n_0 = p$. Vì lúc đầu lò xo dãn nên

+ Nếu n_0 là số nguyên lẻ \Rightarrow Lần cuối qua O lò xo nén

+ Nếu n_0 là số nguyên chẵn \Rightarrow lần cuối qua O lò xo dãn.

2) Để tìm n ta xét các trường hợp có thể xảy ra:

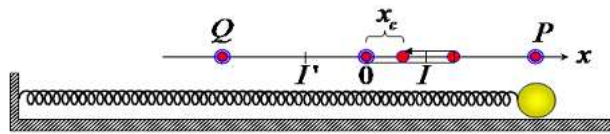
* nếu $q \leq 5$ thì lần cuối đi qua O vật ở trong đoạn $I'I$ và dừng luôn tại đó nên $n = p$.



$$\begin{cases} \Delta t = n \frac{T}{2} \\ x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| \end{cases}$$

* nếu $q > 5$ thì lần cuối đi qua O vật ở ngoài đoạn $I'I$ và vật chuyển động quay ngược lại thêm thời gian $T/2$ lại rồi mới dừng nên $n = p + 1$.

$$\begin{cases} \Delta t = n \frac{T}{2} \\ x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| \end{cases}$$



Ví dụ 9: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng $0,1$ kg và lò xo có độ cứng 160 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là $0,01$. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn $4,99$ cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10$ m/s². Từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn vật qua vị trí mà lò xo không biến dạng là

- A. 198 lần. B. 199 lần. C. 398 lần. D. 399 lần.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,01 \cdot 0,1 \cdot 10}{160} = 1,25 \cdot 10^{-4} (m) = 0,0125 (cm)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{4,99}{0,0125} = 399,2 \Rightarrow \text{Tổng số lần qua O: } n_0 = 399$$

Ví dụ 10: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng $0,02$ kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là $0,1$. Khi lò xo không biến dạng vật ở O . Đưa vật đến vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10$ m/s². Vật nhỏ của con lắc sẽ dừng tại vị trí

- A. trùng với vị trí O . B. cách O đoạn $0,1$ cm.
C. cách O đoạn 1 cm. D. cách O đoạn 2 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \cdot \frac{0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,04 (m)$$

$$\text{Xét: } \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,1}{0,04} = 2,5 \Rightarrow n = n_0 = 2$$

Khi dừng lại vật cách O là: $x_c = A - n\Delta A_{1/2} = 0,1 - 2 \cdot 0,04 = 0,02(m)$

Ví dụ 11: Một con lắc lò xo có độ cứng 200 N/m, vật nặng có khối lượng $m = 200$ g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,02$, lấy $g = 10$ m/s². Kéo vật khỏi vị trí cân bằng dọc theo trục của lò xo để nó đi một đoạn 10,5 cm rồi thả nhẹ. Khi vật dừng lại lò xo

- A.** bị nén 0,2 mm. **B.** bị dãn 0,2 mm. **C.** bị nén 1 mm. **D.** bị dãn 1 mm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \cdot \frac{0,02 \cdot 0,2 \cdot 10}{10} = 0,0004(m) = 0,04(cm)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{10,5}{0,04} = 262,5 \Rightarrow \begin{cases} n_0 = 262 \text{ là số chẵn} \Rightarrow \text{là số qua O lò xo dãn} \\ (\text{vì luôn là số chẵn}) \\ n = 262 \end{cases}$$

$$x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| = |10,5 - 262 \cdot 0,04| = 0,02(cm)$$

Ví dụ 12: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 100 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị dãn 7,32 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10$ m/s². Khi vật dừng lại thì lò xo

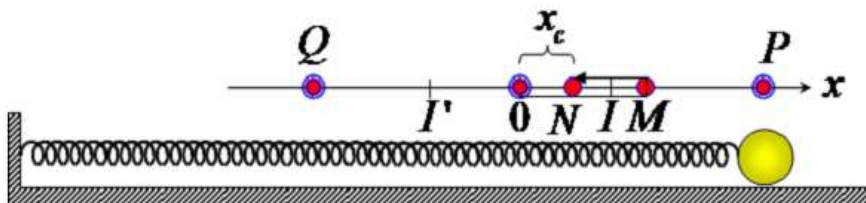
- A.** bị nén 0,1 cm. **B.** bị dãn 0,1 cm. **C.** bị nén 0,08 cm. **D.** bị dãn 0,08 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,002(m) = 0,2(cm)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{7,32}{0,2} = 36,6 \Rightarrow \begin{cases} n_0 = 36 \text{ là số chẵn} \Rightarrow \text{là số qua O lò xo nén} \\ (\text{vì luôn là số chẵn}) \\ n = 37 \end{cases}$$

$$x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| = |7,32 - 37 \cdot 0,2| = 0,08(cm)$$



Giải thích thêm:

Sau 36 lần qua O vật đến vị trí biên M cách O một đoạn

$A_{36} = A - 36 \cdot \Delta A_{1/2} = 7,32 - 36 \cdot 0,2 = 0,12 (cm)$, tức là cách tâm dao động I một đoạn $IM = OM - OI = 0,12 - 0,1 = 0,02 (cm)$. Sau đó nó chuyển động sang điểm N đối xứng với M qua điểm I, tức $IN = IM = 0,02 (cm)$ và dừng lại tại N. Do đó, $ON = OI - IN = 0,1 - 0,02 = 0,08 (cm)$, tức là khi dừng lại lò xo dãn $0,08 (cm)$ và lúc này vật cách vị trí ban đầu một đoạn $NP = OP - ON = 7,32 - 0,08 = 7,24 (cm)$.

Ví dụ 13: Khảo sát dao động tắt dần của một con lắc lò xo nằm ngang. Biết độ cứng của lò xo là 500 N/m và vật nhỏ có khối lượng 50 g . Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng ngang bằng $0,15$. Ban đầu kéo vật để lò xo dãn một đoạn $1,21 \text{ cm}$ so với độ dài tự nhiên rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Vị trí vật dừng hẳn cách vị trí ban đầu đoạn

- A.** 1,01 cm. **B.** 1,20 cm. **C.** 1,18 cm. **D.** 0,08 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,15 \cdot 0,05 \cdot 10}{500} = 0,0003 (m) = 0,03 (cm)$$

$$\text{Xét } \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{1,21}{0,03} = 40,33 \Rightarrow \begin{cases} n_0 = 40 \text{ là số chẵn} \Rightarrow \text{là cuốiqua O lò xo dãn} \\ (\text{vì lò xo nằm ngang}) \\ n = 40 \end{cases}$$

$x_c = |A - n \Delta A_{1/2}| = |1,21 - 40 \cdot 0,03| = 0,01 (cm)$, khi dừng lại lò xo dãn $0,01 (cm)$ tức là cách VT đầu: $1,21 - 0,01 = 1,2 (cm)$.

Ví dụ 14: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 260 g và lò xo có độ cứng $1,3 \text{ N/cm}$. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát giữa giá đỡ và vật nhỏ là $0,12$. Ban đầu kéo vật để lò xo nén một đoạn 120 mm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Vị trí vật dừng hẳn cách vị trí ban đầu đoạn

- A.** 117,696 mm. **B.** 122,304 mm. **C.** 122,400 mm. **D.** 117,600 mm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,12 \cdot 0,26 \cdot 9,8}{130} = 4,704 \cdot 10^{-3} (m) = 4,704 (mm)$$

$$\text{Xét : } \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{1,20}{4,704} = 25,51 \Rightarrow \begin{cases} n_0 = 25 \text{ là số lẻ} \Rightarrow \text{là cuốiqua O lò xo dãn} \\ (\text{vì lò xo nằm ngang}) \\ n = 26 \end{cases}$$

$x_c = |A - n \Delta A_{1/2}| = |120 - 26 \cdot 4,704| = 2,304 (mm)$, khi dừng lại lò xo dãn $2,304 (mm)$ tức cách VT đầu: $120 + 2,304 = 122,304 (mm)$.

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,002 (m) = 0,2 (cm)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{7,32}{0,2} = 36,6 \Rightarrow \begin{cases} n_0 = 36 \\ n = 37 \end{cases}$$

$$\text{Thời gian dao động: } \Delta t = n \frac{T}{2} = n \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 37 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,1}{100}} = 3,676 (s)$$

Cách 2: Khảo sát gần đúng.

$$\text{Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì: } \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,004 (m)$$

$$\text{Tổng số dao động thực hiện được: } N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{0,0732}{0,004} = 18,3$$

$$\text{Thời gian dao động: } \Delta t = NT = N \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 18,3 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,1}{100}} = 3,636 (s)$$

Bình luận: Giải theo cách 1 cho kết quả chính xác hơn cách 2. Kinh nghiệm khi gặp bài toán trắc nghiệm mà số liệu ở các phương án gần nhau thì phải giải theo cách 1, còn nếu số liệu đó lệch xa nhau thì có thể làm theo cả hai cách!

Ví dụ 18: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 100 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 7,32 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính thời gian dao động.

- A. 3,577 s. B. 3,676 s. C. 3,576 s. D. 3,636 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Vì số liệu ở các phương án gần nhau nên ta giải theo cách 1

Ví dụ 19: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 100 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 7,32 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính thời gian dao động.

- A. 8 s. B. 9 s. C. 4 s. D. 6 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Vì số liệu ở các phương án lệch xa nhau nên ta có thể giải theo cả hai cách

Chú ý: Để tìm chính xác tổng quãng đường đi được ta dựa vào định lí “Độ giảm cơ năng đúng

bằng công của lực ma sát” $\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_c S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_c^2}{\Delta A_{1/2}}$.

Ví dụ 20: Con lắc lò xo nằm ngang có $\frac{k}{m} = 100 (s^{-2})$, hệ số ma sát trượt bằng hệ số ma sát nghỉ và bằng 0,1. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 12 cm rồi buông nhẹ. Cho $g = 10 m/s^2$. Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 72 cm. B. 144 cm. C. 7,2 cm. D. 14,4 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\Delta A_{1/2} = 2x_l = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,1 \cdot 1 \cdot 10}{100} = 0,02 (m)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,12}{0,02} = 6 \Rightarrow n = 6$$

Khi dừng lại vật cách O: $x_{cc} = |A - n\Delta A_{1/2}| = |12 - 6 \cdot 2| = 0 (cm)$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_{cc}^2}{2} = F_c S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_{cc}^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,12^2 - 0}{0,02} = 0,72 (m)$$

Ví dụ 21: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 160 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 4,99 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 m/s^2$. Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 19,92 m. B. 20 m. C. 19,97 m. D. 14,4 m.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Cách 1: Giải chính xác.

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,01 \cdot 0,1 \cdot 10}{160} = 1,25 \cdot 10^{-4} (m)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,0499}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 399,2 \Rightarrow n = 399$$

Khi dừng lại vật cách O:

$$x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| = |0,0499 - 399 \cdot 1,25 \cdot 10^{-4}| = 2,5 \cdot 10^{-5} (m)$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_c S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_c^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,0499^2 - (2,5 \cdot 10^{-5})^2}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 19,92 (m)$$

Cách 2: Giải gần đúng.

Ở phần trước ta giải gần đúng (xem $x_c = 0$) nên:

$$\frac{kA^2}{2} - 0 = F_c S \Leftrightarrow S = \frac{\frac{kA^2}{2}}{\mu mg} = \frac{160.0,0499^2}{0,01.0,1.10} = 19,92(m)$$

Kết quả này trùng với cách 1! Từ đó có thể rút ra kinh nghiệm, đối với bài toán trắc nghiệm mà số liệu ở các phương án gần nhau thì phải giải theo cách 1, còn nếu số liệu đó lệch xa nhau thì nên làm theo cách 2 (vì nó đơn giản hơn cách 1).

Ví dụ 22: Một con lắc lò xo mà vật nhỏ dao động được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật dao động là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn một đoạn A rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần và vật đạt tốc độ cực đại $40\sqrt{2}$ (cm/s) lần 1 khi lò xo dãn 2 (cm). Lấy $g = 10m/s^2$. Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A.** 25 cm. **B.** 24 cm. **C.** 23 cm. **D.** 24,4 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$x_l = \frac{\mu mg}{k} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\mu g}{x_l}} = \sqrt{\frac{0,1.10}{0,02}} = 5\sqrt{2} (rad/s)$$

$$v_l = \omega A_l \Leftrightarrow A_l = \frac{v_l}{\omega} = 8(cm) \Rightarrow A = x_l + A_l = 10(cm)$$

Vì số liệu ở các phương án gần nhau nên ta giải theo cách 1.

$$\Delta A_{1/2} = 2x_l = 4(cm)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{10}{4} = 2,5 \Rightarrow n = 2$$

$$\text{Khi vật dừng lại cách O: } x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| = |10 - 2.4| = 2(cm)$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_c S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_c^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{10^2 - 2^2}{4} = 24(m)$$

Ví dụ 23: Một con lắc lò xo mà vật nhỏ dao động được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn một đoạn 18 (cm) rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần và vận tốc của vật đổi chiều lần đầu tiên sau khi nó đi được quãng đường 35,7 (cm). Lấy $g = 10 m/s^2$. Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A.** 1225 cm. **B.** 1620 cm. **C.** 1190 cm. **D.** 1080 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$S = A + A_l = A + A - \Delta A_{1/2} \Rightarrow \Delta A_{1/2} = 2A - S = 0,3(cm)$$

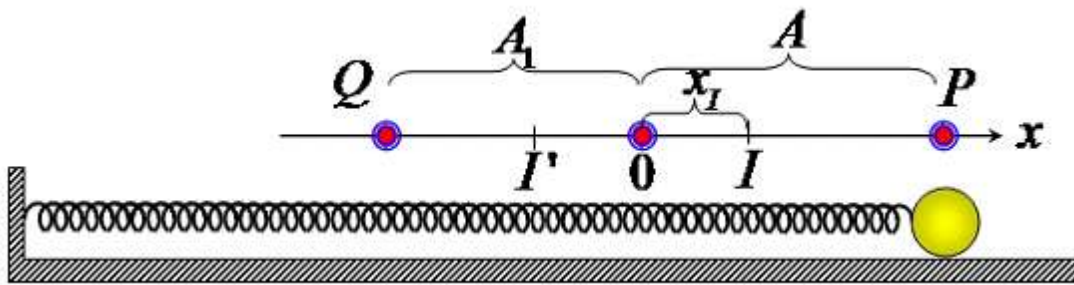
Vì số liệu ở các phương án lệch xa nhau nên ta có thể giải nhanh theo cách 2 (xem $x_c \approx 0$).

$$\frac{kA^2}{2} - 0 = F_C S \Leftrightarrow S = \frac{A^2}{\frac{2F_C}{k}} = \frac{A^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{18^2}{0,3} = 1080(\text{cm})$$

Chú ý: Giả sử lúc đầu vật ở P, để tính tốc độ tại O thì có thể làm theo các cách sau:

Cách 1: Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát: $W_P - W_O = A_{ms}$ hay

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = F_{ms} A$$



Cách 2: Xem I là tâm dao động và biên độ $A_1 = A - x_1$ nên tốc độ tại O: $v_0 = \omega \sqrt{A_1^2 - x_1^2}$.

Tương tự, ta sẽ tìm được tốc độ tại các điểm khác.

Ví dụ 24: Một con lắc lò xo có độ cứng 100 N/m, vật nặng có khối lượng $m = 400$ g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,1$; lấy $g = 10$ m/s². Kéo vật khỏi vị trí cân bằng O dọc theo trục của lò xo để nó dẫn một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi nó đi qua O lần thứ nhất tính từ lúc buông vật.

- A. 95 (cm/s). B. 139 (cm/s). C. 152 (cm/s). D. 145 (cm/s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Cách 1: Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát: $W_P - W_O = A_{ms}$ hay:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = F_{ms} A \Leftrightarrow \frac{100 \cdot 0,1^2}{2} - \frac{0,4 \cdot v_0^2}{2} = 0,1 \cdot 0,4 \cdot 10 \cdot 0,1 \Rightarrow v_0 = 1,52(\text{m/s})$$

Cách 2: Xem I là tâm dao động và biên độ $A_1 = A - x_1$, tốc độ tại O:

$$v_0 = \omega \sqrt{A_1^2 - x_1^2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,4 \cdot 10}{100} = 4 \cdot 10^{-3}(\text{m}) = 0,4(\text{cm}) \\ A_1 = A - x_1 = 10 - 0,4 = 9,6(\text{cm}) \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 5\sqrt{10}(\text{rad/s}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 = 5\sqrt{10}\sqrt{9,6^2 - 0,4^2} = 152(\text{cm/s})$$

Ví dụ 25: Một con lắc lò xo có độ cứng 100 N/m, vật nặng có khối lượng $m = 400$ g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,1$; lấy $g = 10$ m/s². Kéo vật khỏi vị trí cân bằng O dọc theo trục của lò xo để nó dẫn một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi nó đi qua O lần thứ 4 tính từ lúc buông vật.

- A. 114 (cm/s). B. 139 (cm/s). C. 152 (cm/s). D. 126 (cm/s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,4 \cdot 10}{100} = 0,008(m) = 0,8(\text{cm})$$

Sau khi qua O lần 3, biên độ còn lại: $A_3 = A - 3\Delta A_{1/2} = 10 - 3 \cdot 0,8 = 7,6(\text{cm})$

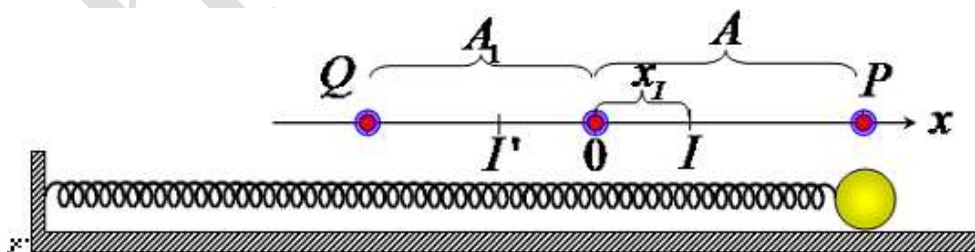
Khi qua O lần 4 cơ năng còn lại:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kA_3^2}{2} - \mu mgA_3 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{k}{m} \sqrt{A_3^2 - \Delta A_{1/2} \cdot A_3}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{100}{0,4}} \sqrt{7,6^2 - 0,8 \cdot 7,6} = 114(\text{cm/s})$$

Bình luận: Đến đây, các bạn tự mình rút ra quy trình giải nhanh và công thức giải nhanh với loại bài toán tìm tốc độ khi đi qua O lần thứ n! Với bài toán tìm tốc độ ở các điểm khác điểm O thì nên giải theo cách 2 và chú ý rằng, khi đi từ P đến Q thì I là tâm dao động còn khi đi từ Q đến P thì I' là tâm dao động.

Ví dụ 26: Một con lắc lò xo có độ cứng 10 N/m, vật nặng có khối lượng 100 g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,1$; lấy $g = 10$ m/s². Khi lò xo không biến dạng vật ở điểm O. Kéo vật khỏi O dọc theo trục của lò xo để nó dẫn một đoạn A rồi thả nhẹ, lần đầu tiên đến điểm I tốc độ của vật đạt cực đại và giá trị đó bằng 60 (cm/s). Tốc độ của vật khi nó đi qua I lần thứ 2 và thứ 3 lần lượt là



- A. $20\sqrt{3}$ cm/s và 20 cm/s. B. $20\sqrt{2}$ cm/s và 20 cm/s.
C. 20 cm/s và 10 cm/s. D. 40 cm/s và 20 cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01(m) = 1(cm) \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10(rad/s) \end{cases}$$

Lần 1 qua I thì I là tâm dao động với biên độ so với I: $A_{I1} = \frac{v_1}{\omega} = \frac{60}{10} = 6(cm)$

$$\Rightarrow A = A_{I1} + x_I = 7(cm)$$

Khi đến Q thì biên độ so với O là $A_I = A - 2x_I = 5(cm)$

Tiếp theo thì I' là tâm dao động và biên độ so với I' là $A_{I'} = A_I - x_I = 4(cm)$ nên lần 2 đi qua I, tốc độ của vật:

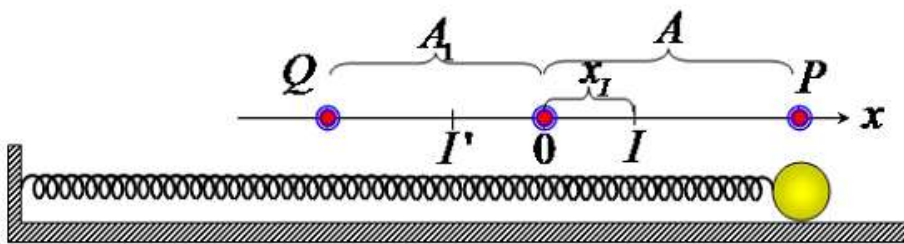
$$v_2 = \omega \sqrt{A_{I'}^2 - II'^2} = 10 \sqrt{4^2 - 2^2} = 20\sqrt{3}(cm/s)$$

Tiếp đến vật dừng lại ở điểm cách O một khoảng $A_2 = A - 2 \cdot 2x_I = 3(cm)$, tức là cách I một khoảng $A_{I2} = A_2 - x_I = 2(cm)$ và lúc này I là tâm dao động nên lần thứ 3 đi qua I nó có tốc độ:

$$v_3 = \omega A_{I2} = 10 \cdot 2 = 20(cm/s)$$

Chú ý: Giả sử lúc đầu vật ở O ta truyền cho nó một vận tốc để đến được tới đa là điểm. Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát: $W_O - W_P = A_{ms}$ hay: $\frac{mv_0^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = F_{ms}A$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{k}{m} \left(A^2 + \frac{2F_{ms}}{k} A \right) = \omega^2 (A^2 + \Delta A_{1/2} A) \Leftrightarrow A^2 + \Delta A_{1/2} A - \frac{v_0^2}{\omega^2} = 0$$



Ví dụ 27: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,2 kg và lò xo có độ cứng 40 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1 m/s thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy $g = 10 m/s^2$. Độ biến dạng cực đại của lò xo trong quá trình dao động bằng

- A. 9,9 cm. B. 10,0 cm C. 8,8 cm. D. 7,0 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Tại vị trí có li độ cực đại lần 1, tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA \Leftrightarrow 20A^2 + 0,02A - 0,1 = 0 \Leftrightarrow A = 0,07(m)$$

Ví dụ 28: Một lò xo có độ cứng 20 N/m, một đầu gắn vào điểm J cố định, đầu còn lại gắn vào vật nhỏ khối lượng 0,2 kg sao cho nó có thể dao động trên giá đỡ nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1 m/s (theo hướng làm cho lò xo nén) thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lực đẩy cực đại và lực kéo cực đại của lò xo tác dụng lên điểm J trong quá trình dao động lần lượt là

- A. 1,98 N và 1,94 N. B. 1,98 N và 1,94 N. C. 1,5 N và 2,98 N. D. 2,98 N và 1,5 N.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Tại vị trí lò xo nén cực đại lần 1, tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA \Leftrightarrow 10A^2 + 0,02A - 0,1 = 0 \Leftrightarrow A = 0,099(m)$$

$$\Rightarrow F_{\text{nén max}} = kA = 1,98(N)$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua O là:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,01 \cdot 0,2 \cdot 10}{20} = 0,002(m)$$

Độ giãn cực đại của lò xo là:

$$A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 0,099 - 0,002 = 0,097(m) \Rightarrow F_{\text{kéo max}} = kA_1 = 1,94(N)$$

Ví dụ 29: Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm lò xo có hệ số cứng 40 N/m và quả cầu nhỏ A có khối lượng 100 g đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Dùng một quả cầu B (giống hệt quả cầu A) bắn vào quả cầu A với vận tốc có độ lớn 1 m/s dọc theo trục lò xo, va chạm giữa hai quả cầu là đàn hồi xuyên tâm. Hệ số ma sát trượt giữa A và mặt phẳng đỡ là $\mu = 0,1$; lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Sau va chạm thì quả cầu A có biên độ dao động lớn nhất là

- A. 5 cm. B. 4,756 cm. C. 4,525 cm. D. 3,759 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Vì va chạm đàn hồi và $m = M$ nên: $V = v_0$

$$\frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA = \frac{kA^2}{2} \Leftrightarrow \frac{0,1 \cdot 1^2}{2} - 0,1 \cdot 0,1 \cdot 10A = \frac{40 \cdot A^2}{2} \Rightarrow A = 0,04756(m)$$

Ví dụ 30: Con lắc lò xo đặt nằm ngang, ban đầu là xo chưa bị biến dạng, vật có khối lượng $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ lò xo có độ cứng $k = 20 \text{ N/m}$. Một vật có khối lượng $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ chuyển động dọc theo trục của lò xo với tốc độ $0,2\sqrt{22} \text{ m/s}$ đến va chạm mềm với vật m_1 , sau va chạm lò xo bị

nép lại. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là 0,1 lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ cực đại của vật sau lần nén thứ nhất là

- A.** 0,071 m/s. **B.** $10\sqrt{30}$ cm/s. **C.** $10\sqrt{3}$ cm/s. **D.** 30 cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Vì va chạm mềm nên tốc độ của hai vật ngay sau va chạm:

$$V = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2} = 0,1\sqrt{22} \text{ (m/s)}$$

$$\frac{(m_1 + m_2)V^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = m(m_1 + m_2)gA \Leftrightarrow \frac{1,0,1^2 \cdot 22}{2} - \frac{20 \cdot A^2}{2} = 0,1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot A$$

$$\Rightarrow A = 0,066 \text{ (m)}$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{0,1 \cdot 1 \cdot 10}{20} = 0,05 \text{ (m)}$$

$$v_I = \omega A_I = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} (A - x_I) = 0,071 \text{ (m/s)}$$

Ví dụ 31: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$ và quả cầu nhỏ A có khối lượng 200 g đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Quả cầu B có khối lượng 50 g bắn vào quả cầu A dọc theo trục lò xo với tốc độ 4 m/s lúc $t = 0$; va chạm giữa hai quả cầu là va chạm mềm và dính chặt vào nhau. Hệ số ma sát giữa vật và mặt ngang là 0,01; lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ của hệ lúc gia tốc đổi chiều lần 3 kể từ $t = 0$ là

- A.** 75 cm/s. **B.** 80 cm/s. **C.** 77 cm/s. **D.** 79 cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Vì va chạm mềm nên tốc độ của hai vật ngay sau va chạm:

$$V = \frac{m_B v_0}{m_A + m_B} = 0,8 \text{ (m/s)}$$

$$\frac{(m_A + m_B)V^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = m(m_A + m_B)gA$$

$$\Rightarrow \frac{0,25 \cdot 0,8^2}{2} - \frac{100 \cdot A^2}{2} = 0,01 \cdot 0,25 \cdot 10 \cdot A \Rightarrow A = 0,03975 \text{ (m)}$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m(m_A + m_B)g}{k} = \frac{0,01 \cdot 0,25 \cdot 10}{100} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow A_2 = A - 2 \cdot 2x_I = 0,03875 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow v_I = \omega A_I = \sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}} (A_2 - x_I) = 0,77 \text{ (m/s)}$$

Chú ý: Giả sử lúc đầu vật ở vị trí biên, muốn tìm tốc độ hoặc tốc độ cực đại sau thời điểm t_0 thì ta phân tích $t_0 = n\frac{T}{2} + \Delta t$ hoặc $t_0 = n\frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \Delta t$. Từ đó tìm biên độ so với tâm dao động ở lần cuối đi qua O và tốc độ ở điểm cần tìm.

Ví dụ 32: Một con lắc lò xo có độ cứng π^2 N/m, vật nặng 1 kg dao động tắt dần chậm từ thời điểm $t = 0$ đúng lúc vật có li độ cực đại là 10 cm. Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi $0,001\pi^2$ N. Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm $t = 21,4$ s.

- A. $8,1\pi$ cm/s. B. $5,7\pi$ cm/s. C. $5,6\pi$ cm/s. D. $5,5\pi$ cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\text{Tần số góc và chu kì: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \pi \text{ (rad / s); } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \text{ (s)}$$

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2 \cdot 0,001\pi^2}{\pi^2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,2 \text{ (cm)}$$

Phân tích: $t = 21,4 \text{ (s)} = 21 + 0,4 = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{5}$. Sau $21 \cdot \frac{T}{2}$ vật đến điểm biên với tâm dao động

I' và cách O là $A_{21} = A - 21\Delta A_{1/2} = 10 - 21 \cdot 0,2 = 5,8 \text{ cm}$, tức là biên độ so với I' là

$$A_I = A_{21} - x_I = 5,8 - 0,1 = 5,7 \text{ cm}. \text{ Thời gian } \frac{T}{5} < \frac{T}{4} \text{ nên vật chưa vượt qua tâm dao động } I'$$

nên tốc độ cực đại sau thời điểm 21,4 s chính là tốc độ qua I' ở thời điểm $t = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$

$$v_{\max} = \omega(A_{21} - x_I) = \pi(5,8 - 0,1) = 5,7\pi \text{ (cm / s)}.$$

Bình luận: Tốc độ cực đại sau thời điểm $t = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$ thì phải tính ở nửa chu kì tiếp theo:

$$v_{\max} = \omega(A_{22} - x_I) = \pi(5,6 - 0,1) = 5,5\pi \text{ (cm / s)}$$

Ví dụ 33: Một con lắc lò xo có độ cứng 1 N/m, vật nặng dao động tắt dần chậm với chu kì 2 (s) từ thời điểm $t = 0$ đúng lúc vật có li độ cực đại là 10 cm. Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi 0,001 N. Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm $t = 9,2$ s.

- A. $8,1\pi$ cm/s. B. $5,5\pi$ cm/s. C. $5,6\pi$ cm/s. D. $7,8\pi$ cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} x_I = \frac{F_C}{k} = \frac{0,001}{1} = 10^{-3} (m) = 0,1 (cm) \\ \Delta A_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_C}{k} = 2 \cdot 10^{-3} (m) = 0,2 (cm) \end{cases}$$

$$t = 9,2 (s) = 9 + 0,2 = 9 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{10}$$

Lúc này vật qua VTCB 9 lần và đang chuyển động đến tâm dao động I' .

Li độ cực đại sau khi qua VTCB lần $n=9$: $A_9 = 10 - 9 \cdot 0,2 = 8,2 (cm)$.

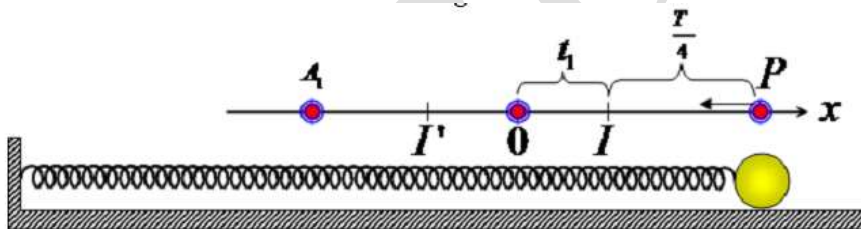
$$\text{Tốc độ cực đại: } v_{\max} = \frac{2\pi}{T} (A_9 - x_I) = \frac{2\pi}{2} (8,2 - 0,1) = 8,1\pi (m/s)$$

Chú ý: Để tìm li độ hoặc thời gian chuyển động ta phải xác định được tâm dao động tức thời và biên độ so với tâm dao động.

Ví dụ 34: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng $m = 100$ g, lò xo có độ cứng $k = 10$ N/m, hệ số ma sát giữa vật m và mặt phẳng ngang là $0,1$. Kéo dài con lắc đến vị trí dẫn 5 cm rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian từ lúc dao động đến khi lò xo không biến dạng lần đầu tiên. Lấy $g = 10$ m/s².

- A. 0,1571 s. B. 10,4476 s. C. 0,1835 s. D. 0,1823 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D



Khi vật đi từ P về O, lực ma sát hướng ngược lại nên tâm dao động dịch chuyển từ O đến I sao

$$\text{cho: } OI = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01 (m) = 1 (cm)$$

Biên độ so với I là $A_I = OP - OI = 4 (cm)$

$$\text{Chu kỳ và tần số góc: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} (s); \omega = \frac{2\pi}{T} = 10 (rad/s)$$

$$\text{Thời gian đi từ P đến O: } t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{IO}{IP} = \frac{\pi}{20} + \frac{1}{10} \arcsin \frac{1}{4} = 0,1823 (s)$$

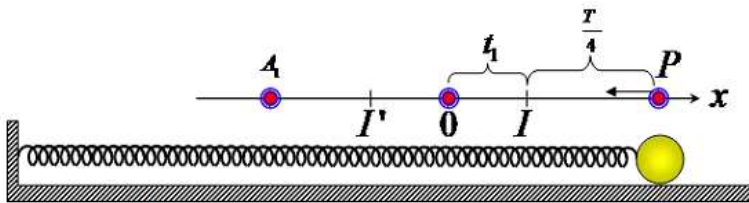
Bình luận: Với phương pháp này ta có thể tính được các khoảng thời gian khác, chẳng hạn

$$\text{thời gian đi từ P đến điểm } I' \text{ là: } t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{I'I}{IP}$$

Ví dụ 35: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng $m = 100 \text{ g}$, lò xo có độ cứng $k = 10 \text{ N/m}$, hệ số ma sát giữa vật m và mặt phẳng ngang là $0,1$. Kéo dài con lắc đến vị trí dẫn 5 cm rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian từ lúc dao động đến khi lò xo nén 1 cm lần đầu tiên. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A. $0,1571 \text{ s}$. B. $0,2094 \text{ s}$. C. $0,1835 \text{ s}$. D. $0,1823 \text{ s}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B



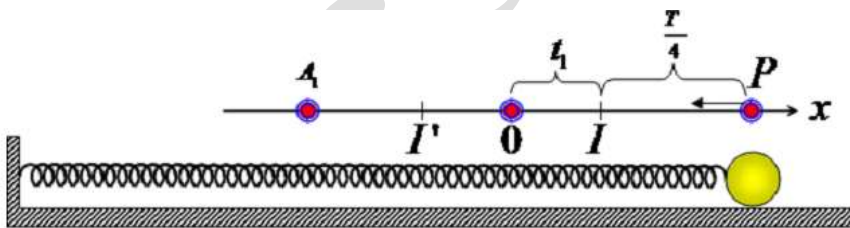
Thời gian đi từ P đến điểm I' là:

$$t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{II'}{IP} = \frac{\pi}{20} + \frac{1}{10} \arcsin \frac{2}{4} = 0,2094 \text{ (s)}$$

Ví dụ 36: Một con lắc lò xo có độ cứng k dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tần số góc $10\pi \text{ rad/s}$ và biên độ $0,06 \text{ m}$. Đúng thời điểm $t = 0$, dẫn cực đại thì đệm từ trường bị mất và vật dao động tắt dần với độ giảm biên độ sau nửa chu kì là $0,02 \text{ m}$. Tìm tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ lúc $t = 0$ đến lúc lò xo không biến dạng lần thứ nhất

- A. 120 cm/s . B. $53,6 \text{ cm/s}$. C. 107 cm/s . D. $122,7 \text{ cm/s}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C



Khoảng cách: $OI = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\Delta A_{1/2}}{2} = 0,01 \text{ (m)}$

Thời gian ngắn nhất vật đi từ P đến điểm O là

$$t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{IO}{IP} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10\pi} \arcsin \frac{0,01}{0,06 - 0,01} = 0,056 \text{ (s)}$$

Tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó: $v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{OP}{t} = \frac{0,06}{0,056} = 1,07 \text{ (m/s)}$

Ví dụ 37: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng $0,1 \text{ kg}$ và lò xo có độ cứng 4 N/m . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ

và vật nhỏ là 0,1. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng (vật ở vị trí O), truyền cho vật vận tốc ban đầu $0,1\pi$ m/s theo chiều dương của trục tọa độ thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy $\pi^2 = 10$; $g = 10$ m/s². Tìm li độ của vật tại thời điểm $t = 1,4$ s.

- A. 1,454 cm. B. -1,454 cm. C. 3,5 cm. D. -3,5 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Tại vị trí có li độ cực đại lần 1 tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại:

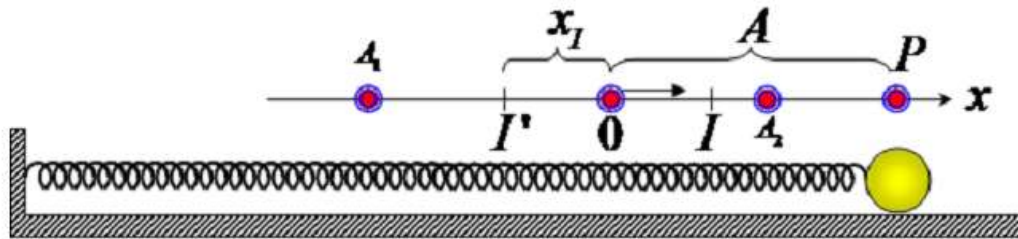
$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA \Leftrightarrow 2A^2 + 0,1A - 0,05 = 0 \Leftrightarrow A = 0,135(m) = 13,5(cm)$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{\mu mg}{k} = 0,025(m) = 2,5(cm) \Rightarrow \Delta A_{1/2} = 2x_I = 5(cm) \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 1(s) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi(rad/s) \end{cases}$$

Khi chuyển động từ O đến P thì I' là tâm dao động nên biên độ là I'P và thời gian đi từ O đến P tính theo công thức:

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{I'O}{I'P} = \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{2,5}{2,5+13,5} = 0,225(s)$$

Ta phân tích: $t = 1,4(s) = 0,225 + 2 \cdot 0,5 + 0,175 = t_{OP} + 2 \cdot \frac{T}{2} + 0,175(s)$



Ở thời điểm $t = t_{OP} + 2 \cdot \frac{T}{2}$ vật dừng lại tạm thời tại A_2 và biên độ còn lại so với O là

$A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 13,5 - 2 \cdot 2,5 = 3,5(cm)$, lúc này tâm dao động là I và biên độ so với I là

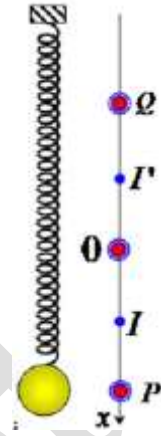
$A_{2I} = 3,5 - 2,5 = 1(cm)$. Từ điểm này sau thời gian 0,175 (s) vật có li độ so với I là

$A_{2I} \cos \frac{2\pi}{T} \cdot 0,175 = 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{1} \cdot 0,175 = 0,454(cm)$, tức là nó có li độ so với O là

$1 + 0,454 = 1,454(cm)$.

2) DAO ĐỘNG THEO PHƯƠNG THẲNG ĐỨNG

Bài toán tổng quát: Cho cơ hệ như hình vẽ, lúc đầu kéo vật ra khỏi vị trí O một đoạn A rồi thả nhẹ thì vật dao động tắt dần. Tìm vị trí vật đạt tốc độ cực đại và giá trị vận tốc cực đại. Lập luận tương tự như trường hợp vật dao động theo phương ngang. Nếu vật đi từ P về Q thì tâm dao động là I ngược lại thì tâm dao động là I' sao cho: $x_I = OI = OI' = \frac{F_C}{k}$



Để tìm tốc độ cực đại ta phải xác định lúc đó tâm dao động là I hay I' và biên độ so với tâm rồi áp dụng: $v_{\max} = \omega A_I$ hoặc $v_{\max} = \omega A_{I'}$.

Độ giảm biên độ so với O sau mỗi lần đi qua O là $\Delta A_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_C}{k}$ nên biên độ còn lại sau

lần 1, lần 2, ..., lần n lần lượt là:

$$\begin{cases} A_1 = A - \Delta A_{1/2} \\ A_2 = A - 2.\Delta A_{1/2} \\ A_3 = A - 3.\Delta A_{1/2} \\ \dots \\ A_n = A - n.\Delta A_{1/2} \end{cases}$$

Ví dụ 38: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng 50 N/m, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng $m = 100$ g. Gọi O là vị trí cân bằng của vật. Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc 20 cm/s hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc độ lớn $F_C = 0,005$ N. Vật có tốc độ lớn nhất ở vị trí

- A. trên O là 0,1 mm. B. dưới O là 0,1 mm. C. tại O. D. trên O là 0,05 mm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lúc đầu, vật chuyển động chậm dần lên trên và dừng lại tạm thời ở vị trí cao nhất Q. Sau đó vật chuyển động nhanh dần xuống dưới, lúc này I' là tâm dao động nên vật đạt tốc độ cực đại tại I' (trên O):

$$OI = OI' = \frac{F_C}{k} = \frac{0,005}{50} = 10^{-4} (m) = 0,1 (mm)$$

Ví dụ 39: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng $k = 10$ N/m, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng $m = 100$ g. Đưa vật tới vị trí lò xo nén 2 cm rồi thả nhẹ. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng $F_C = 0,01$ N. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s^2 . Vật có tốc độ lớn nhất là

- A. 990 cm/s. B. 119 cm/s. C. 120 cm/s. D. 100 cm/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{10} = 0,1(m) = 10(cm)$$

$$A = \Delta l_0 + 2 = 12(cm)$$

$$x_{r'} = \frac{F_C}{k} = \frac{0,01}{100} = 0,001(m) = 0,1(cm)$$

$$v_{\max} = \omega A_{r'} = \sqrt{\frac{k}{m}} (A - x_{r'}) = \sqrt{\frac{10}{0,1}} (12 - 0,1) = 11,9(cm/s)$$

Ví dụ 40: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng $k = 10 \text{ N/m}$, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng $m = 100 \text{ g}$. Đưa vật lên trên vị trí cân bằng O một đoạn 8 cm rồi thả nhẹ. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng $F_C = 0,01 \text{ N}$. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s^2 . Li độ cực đại của vật sau khi đi qua O lần 2 là

- A.** 9,8 cm. **B.** 7 cm. **C.** 7,8 cm. **D.** 7,6 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2 \cdot 0,01}{10} = 0,002(m) = 0,2(cm)$$

$$A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 8 - 2 \cdot 0,2 = 7,6(cm)$$

Ví dụ 41: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng 50 N/m , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng 100 g . Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc $20\sqrt{15} \text{ cm/s}$ hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng $F_C = 0,1 \text{ N}$. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s^2 . Li độ cực đại của vật là

- A.** 4,0 cm. **B.** 2,8 cm. **C.** 3,9 cm. **D.** 1,9 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Tại vị trí ban đầu E, vật có li độ và vận tốc:

$$\begin{cases} x_0 = \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02(m) \\ v_0 = 20\sqrt{15}(cm) = 0,2\sqrt{15}(m) \end{cases}$$

Vi độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát nên: $W_E - W_A = A_{ms}$ hay

$$\frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = F_C (A - x_0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{50 \cdot 0,02^2}{2} + \frac{0,1 \cdot (0,2\sqrt{15})^2}{2} - \frac{50 \cdot A^2}{2} = 0,1(A - 0,02)$$

$$\Rightarrow A = 0,039(m)$$

Ví dụ 42: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng 50 N/m, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng 100 g. Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc $20\sqrt{15}$ cm/s hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng $F_c = 0,1$ N. Lấy gia tốc rơi tự do 10 m/s^2 . Vật có tốc độ lớn nhất là

- A. 0,845 m/s. B. 0,805 m/s. C. 0,586 m/s. D. 0,827 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Từ ví dụ trên (41) tính được $A = 0,039 \text{ m}$

$$x_l = \frac{F_c}{k} = \frac{0,1}{50} = 0,003 \text{ (m)}$$

$$v_{\max} = \omega A_l = \sqrt{\frac{k}{m}} (A - x_l) = \sqrt{\frac{50}{0,1}} (0,039 - 0,003) = 0,805 \text{ (m/s)}$$