

CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG CON LẮC ĐƠN CÓ THÊM TRƯỜNG LỰC

Phương pháp giải

+ Khi chưa có \vec{F} dao động của con lắc đơn bị chi phối bởi trọng lực \vec{P}

- Tại VTCB, phương của dây treo song song với phương \vec{P} (hay \vec{g})

- Chu kì dao động: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

+ Khi có thêm \vec{F} dao động của con lắc đơn bị chi phối bởi trọng lực hiệu dụng (còn gọi là trọng lực biểu kiến): $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$. \vec{P}' có vai trò như \vec{P} . Gia tốc trọng trường hiệu dụng (biểu kiến): $\vec{g}' = \frac{\vec{P}'}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$. Lúc này:

- Tại VTCB, phương của dây treo song song với phương \vec{P}' (hay \vec{g}').

- Chu kì dao động: $T' = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g'}}$

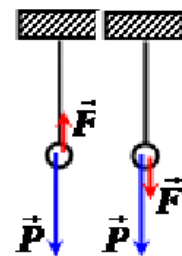
Vì \vec{P} (hay \vec{g}) có hướng thẳng đứng trên xuống nên để thực hiện các phép cộng các véc tơ

$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$ hay $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$ ta phân biệt các trường hợp: \vec{F} hướng thẳng đứng, hướng ngang

và hướng xiên. Cần lưu ý \vec{P}' (hay \vec{g}') có phương trùng với sợi dây và có chiều sao cho nó luôn có xu hướng kéo căng sợi dây!

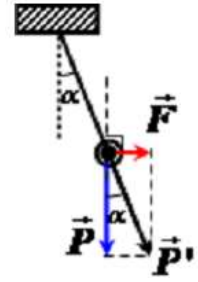
+ **Khi \vec{F} hướng thẳng đứng**

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F} \text{ hướng thẳng đứng}} \begin{cases} \text{xuống} \rightarrow g' = g + \frac{F}{m} \\ \text{lên} \text{ hoặc } \frac{F}{m} \rightarrow g' = g - \frac{F}{m} \end{cases}$$

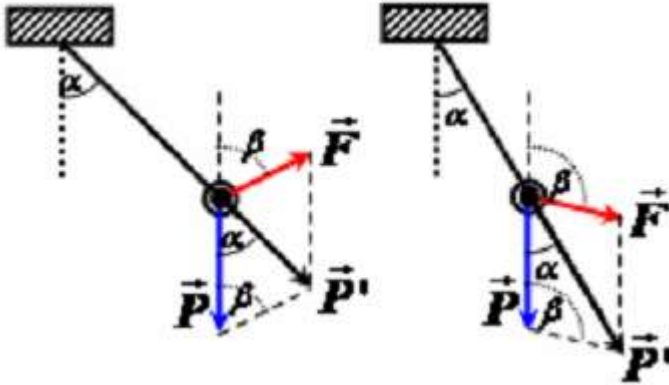


+ Khi \vec{F} hướng ngang

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \quad \vec{F} \text{ hướng ngang} \rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{F}{P} \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \frac{g}{\cos \alpha} \end{cases}$$



+ Khi \vec{F} hướng xiên



$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \quad \vec{F} \text{ hướng xiên} \rightarrow \begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos \beta} \\ \frac{P'}{\sin \beta} = \frac{F}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{mg'} \cdot \sin \beta \end{cases}$$

Ta xét các loại lực \vec{F} phổ biến:

* Lực điện trường: $\vec{F} = q\vec{E}$, độ lớn $F = |q| \cdot E$ (Nếu $q > 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E}$, còn nếu $q < 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E}$).

* Lực đẩy Ácsimét: \vec{F}_A luôn thẳng đứng hướng lên và có độ lớn $F_A = \rho g V$. Trong đó: ρ là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí, g là gia tốc rơi tự do và V là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó.

* Lực quán tính: $\vec{F} = -m\vec{a}$, độ lớn $F = ma$, ($\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}$)

Ta xét chi tiết các trường hợp nói trên

1) Khi \vec{F} hướng thẳng đứng xuống thì \vec{P}' cũng có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn

$P' = P + F$ nên $g' = g + \frac{F}{m}$. Khi \vec{F} hướng thẳng đứng lên mà $F < P$ thì \vec{P}' có hướng thẳng

đứng xuống và độ lớn $P' = P - F$ nên $g' = g - \frac{F}{m}$. Còn khi \vec{F} hướng thẳng đứng lên mà

$F > P$ thì \vec{P}' có hướng thẳng đứng lên và độ lớn $P' = F - P$ nên $g' = \frac{F}{m} - g$.

Ví dụ 1: Một con lắc đơn có vật nhỏ bằng sắt nặng $m = 10 \text{ g}$ đang dao động điều hòa. Đặt trên con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi. Biết lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là $0,02 \text{ N}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chu kỳ dao động bé tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm so với lúc đầu?

- A.** tăng 11,8%. **B.** giảm 11,8%. **C.** tăng 8,7%. **D.** giảm 8,7%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Vì nam châm luôn hút sắt nên \vec{F} hướng thẳng đứng lên mà $F < P$ thì \vec{P}' có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn $P' = P - F$ nên $g' = g - \frac{F}{m} = 8 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{10}{8}} = 1 + 0,118 = 100\% + 11,8\%$$

Ví dụ 2: Một con lắc đơn có vật nhỏ bằng sắt nặng $m = 10 \text{ g}$ đang dao động điều hòa. Đặt dưới con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi nhưng chu kỳ dao động bé của nó thay đổi 0,1% so với khi không có nam châm. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là

- A.** $2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. **B.** $2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$. **C.** 0,2 N. **D.** 0,02 N.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\vec{g}' = \frac{\vec{F} + m\vec{g}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F} \uparrow \uparrow m\vec{g}} g' = g + \frac{F}{m} \uparrow \Rightarrow T' \downarrow \Rightarrow T' = T - 0,1\%T = 0,99T$$

$$\frac{1}{0,99} = \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{1 + \frac{F}{mg}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{F}{0,01 \cdot 10} \Rightarrow F = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (N)}$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn dao động điều hòa tại một nơi nhất định với chu kỳ T . Nếu tại đó có thêm trường ngoại lực không đổi có hướng thẳng đứng từ trên xuống thì chu kỳ dao động nhỏ của con lắc là 1,15 s. Nếu đổi chiều ngoại lực thì chu kỳ dao động 1,99 s. Tính T .

- A.** 0,58 s. **B.** 1,41 s. **C.** 1,15 s. **D.** 1,99 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{F}{m}}}; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \frac{F}{m}}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = 1,41 \text{ (s)}$$

Ví dụ 4: (ĐH-2010) Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích $q = +5 \cdot 10^{-6} C$ được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hoà trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn $E = 10^4 V/m$ và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy $g = 10 m/s^2$, $\pi = 3,14$. Chu kì dao động điều hoà của con lắc là

- A.** 0,58 s. **B.** 1,40 s. **C.** 1,15 s. **D.** 1,99 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Vì $q > 0$ nên lực điện trường tác dụng lên vật: $\vec{F} = q\vec{E}$ cùng hướng với \vec{E} tức là \vec{F} cùng hướng với \vec{P} . Do đó, \vec{P}' cũng có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn $P' = P + F$ nên $g' = g + \frac{F}{m}$ hay

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (m/s^2) \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 1,15 (s)$$

Ví dụ 5: Có ba con lắc đơn cùng chiều dài cùng khối lượng cùng được treo trong điện trường đều có hướng thẳng đứng. Con lắc thứ nhất và thứ hai tích điện q_1 và q_2 , con lắc thứ ba không tích điện (sao cho $|qE| < mg$). Chu kì dao động nhỏ của chúng lần lượt là T_1, T_2, T_3 sao cho

$$T_1 = \frac{T_3}{3}, T_2 = \frac{5T_3}{3}. \text{ Tỉ số } \frac{q_1}{q_2} \text{ là:}$$

- A.** -12,5. **B.** -8. **C.** 12,5. **D.** 8

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Vì $T_1 < T_3$ nên gia tốc tăng và vì $T_2 > T_3$ nên gia tốc giảm !

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g + \frac{|q_1| \cdot E}{m}}} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g - \frac{|q_2| \cdot E}{m}}} \\ T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 = \frac{T_3}{T_1} = \sqrt{1 + \frac{|q_1| \cdot E}{mg}} \Rightarrow \frac{|q_1| \cdot E}{mg} = 8 \\ 0,6 = \frac{T_3}{T_2} = \sqrt{1 - \frac{|q_2| \cdot E}{mg}} \Rightarrow \frac{|q_2| \cdot E}{mg} = 0,64 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = 12,5 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -12,5$$

Ví dụ 6: Một con lắc đơn, khối lượng vật nặng tích điện Q, treo trong một điện trường đều có phương thẳng đứng. Tỉ số chu kì dao động nhỏ khi điện trường hướng lên và hướng xuống là 7/6. Điện tích Q là điện tích

A. dương.

B. âm.

C. dương hoặc âm.

D. có dấu không thể xác định được.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\text{Vì } \frac{T_{E\uparrow}^r}{T_{E\downarrow}^r} = \frac{7}{6} > 1 \Rightarrow T_{E\uparrow}^r > T_{E\downarrow}^r \Rightarrow g_{E\uparrow}^r < g_{E\downarrow}^r \Rightarrow \begin{cases} g_{E\uparrow}^r = g - \frac{QE}{m} \\ g_{E\downarrow}^r = g + \frac{QE}{m} \end{cases} \Rightarrow Q > 0$$

Ví dụ 16: Một con lắc đơn, khối lượng vật nặng $m = 100$ g, treo trong một điện trường đều hướng thẳng đứng xuống dưới, có độ lớn $E = 9800$ V/m. Khi chưa tích điện cho quả nặng, chu kỳ dao động nhỏ của con lắc là 2 s, tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8$ m/s². Truyền cho quả nặng điện tích $q > 0$ thì chu kỳ dao động nhỏ của nó thay đổi 0,002 s. Giá trị q bằng

A. 0,2 μ C.

B. 3 μ C.

C. 0,3 μ C.

D. 2 μ C.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\vec{g}' = \frac{\vec{F} + m\vec{g}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F}=qE\uparrow\uparrow m\vec{g}} \vec{g}' = g + \frac{F}{m} \uparrow \Rightarrow T' \downarrow \Rightarrow T' = T - 0,002 = 1,998 (s)$$

$$\frac{2}{1,998} = \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{1 + \frac{qE}{mg}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{qE}{mg} \Rightarrow q = 0,2 \cdot 10^{-6} (C)$$

Ví dụ 8: Một con lắc đơn quả cầu có khối lượng m , đang dao động điều hòa trên Trái Đất trong vùng không gian có thêm lực F có hướng thẳng đứng từ trên xuống. Nếu khối lượng m tăng thì chu kỳ dao động nhỏ

A. không thay đổi.

B. tăng.

C. giảm.

D. có thể tăng hoặc giảm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\vec{g}' = \frac{\vec{F} + m\vec{g}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F}\uparrow\uparrow m\vec{g}} \vec{g}' = g + \frac{F}{m} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{F}{m}}}$$

Từ công thức này ta nhận thấy khi m tăng thì T tăng

Ví dụ 9: Một con lắc đơn có chu kỳ dao động nhỏ 2 (s) khi dao động trong chân không. Quả lắc làm bằng hợp kim khối lượng riêng 8670 g/dm³. Tính chu kỳ dao động nhỏ của con lắc khi dao động trong không khí; khi quả lắc chịu tác dụng của sức đẩy Acsimet, khối lượng riêng của không khí là 1,3 g/dm³. Bỏ qua mọi ma sát.

A. 2,00024 s.

B. 2,00015 s.

C. 2,00012 s.

D. 2,00013 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Quả lắc chịu thêm lực đẩy Ácsimét \vec{F}_A có hướng thẳng đứng lên và có độ lớn $F_A = \rho g V$. Trong đó ρ là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí, g là gia tốc rơi tự do và V là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó. Lúc này, gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$g' = g - \frac{F_A}{m} = g - \frac{Vrg}{VD} = g - \frac{r}{D}g \quad (\text{với } D \text{ là khối lượng riêng của chất làm quả lắc})$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{r}{D}}} = 1 + \frac{r}{2D} \Rightarrow T' = T\left(1 + \frac{r}{2D}\right) = 2,00015(s)$$

Chú ý: Khi con lắc đơn đang dao động mà lực \vec{F} có hướng thẳng đứng bắt đầu tác dụng thì cơ năng thay đổi hay không còn phụ thuộc vào li độ lúc tác dụng:

+ Nếu lúc tác dụng con lắc qua VTCB ($\alpha = 0$) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ($v'_{\max} = v_{\max}$) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

+ Nếu lúc tác dụng con lắc qua VT biên ($\alpha = \pm\alpha_{\max}$) thì không làm thay đổi biên độ góc ($\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc.

+ Nếu lúc tác dụng con lắc qua li độ góc $\alpha = \frac{\pm\alpha_{\max}}{n}$ thì độ biến thiên thế năng lúc này đúng bằng độ biến thiên cơ năng.

$$\begin{aligned} & *a = 0 \Rightarrow \frac{W'}{W} = 1 \Rightarrow v'_{\max} = v_{\max} \\ & *a = \pm a_{\max} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} \Rightarrow a'_{\max} = a_{\max} \\ g' = g \pm \frac{F}{m} : & *a = \frac{a_{\max}}{n} \Rightarrow \Delta W_t = \frac{m(g'-g)l}{2} a^2 = \frac{m(g'-g)l}{2n^2} a_{\max}^2 = \frac{1}{n^2} \cdot \left(\frac{g'}{g} - 1\right) W \\ & W' = W + \Delta W_t \Rightarrow \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 + \frac{m(g'-g)l}{2n^2} a_{\max}^2 \\ & a_{\max} = ? \end{aligned}$$

Ví dụ 10: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích $q = 5\mu C$ được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường. Khi con lắc có li độ bằng 0, tác dụng điện trường đều mà vectơ cường độ điện

trường có độ lớn $10^4 (V/m)$ và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy $g = 10 (m/s^2)$. Biên độ góc của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 33,3%. B. tăng 33,3%. C. tăng 50%. D. giảm 50%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Khi con lắc đơn có thêm lực $\vec{F} = q\vec{E}$ có hướng thẳng đứng xuống dưới thì gia tốc trọng trường hiệu dụng cũng có hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn:

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (m/s^2)$$

Vì lúc tác động con lắc qua VT CB ($\alpha = 0$) nên không làm thay đổi tốc độ cực đại ($v'_{\max} = v_{\max}$) và không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

$$1 = \frac{W'}{W} = \frac{\frac{mg'l}{2} a_{\max}^2}{\frac{mgl}{2} a_{\max}^2} = \frac{15 a_{\max}^2}{10 a_{\max}^2} \Rightarrow \frac{a'_{\max}}{a_{\max}} = 1 - 0,333 = 100\% - 33,3\%$$

Ví dụ 11: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích $q = 5 \mu C$ được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường. Khi con lắc có vận tốc bằng 0, tác dụng điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn $10^4 (V/m)$ và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy $g = 10 (m/s^2)$. Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 20%. B. tăng 20%. C. tăng 50%. D. giảm 50%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Khi con lắc đơn có thêm lực $\vec{F} = q\vec{E}$ có hướng thẳng đứng xuống dưới thì gia tốc trọng trường hiệu dụng cũng có hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn:

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (m/s^2)$$

Vì lúc tác động con lắc qua VT biên ($\alpha = \pm \alpha_{\max}$) nên không làm thay đổi biên độ góc ($\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$) vì vậy tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc.

$$\frac{W'}{W} = \frac{W'_t}{W_t} = \frac{g'}{g} = \frac{g + \frac{qE}{m}}{g} = 100\% + 50\%$$

Ví dụ 12: Một con lắc đơn vật nhỏ có khối lượng m mang điện tích $q > 0$ được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc α_{\max} . Khi

con lắc có li độ góc $0,5\alpha_{\max}$, tác dụng điện trường đều mà vector cường độ điện trường có độ lớn E và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết $qE = mg$. Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A.** giảm 25%. **B.** tăng 25%. **C.** tăng 50%. **D.** giảm 50%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 2g \Rightarrow g' - g = g$$

$$W = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2$$

$$a = \frac{a_{\max}}{2} \Rightarrow \Delta W_t = \frac{m(g' - g)l}{2} a^2 = \frac{mgl}{2 \cdot 2^2} \cdot a_{\max}^2 = \frac{1}{4} W$$

$$W' = W + \Delta W_t = \frac{3}{4} W \Rightarrow \frac{W'}{W} = 1,25 = 100\% + 25\%$$

Chú ý: Trong công thức tính vận tốc:

$$\begin{cases} v^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v^2 = 2gl(a_{\max}^2 - a^2) \\ v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v_{\max} = \sqrt{gla_{\max}} \end{cases}$$

lúc này ta thay g bằng g' :

$$\begin{cases} v^2 = 2g'l(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v^2 = g'l(a_{\max}^2 - a^2) \\ v_{\max} = \sqrt{2g'l(1 - \cos \alpha_{\max})} \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v_{\max} = \sqrt{g'la_{\max}} \end{cases}$$

Ví dụ 13: Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy $g = 10$ (m/s²). Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc 54⁰ rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật.

- A.** 0,417 m/s. **B.** 0,496 m/s. **C.** 2,871 m/s. **D.** 0,248 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$g' = g + \frac{F}{m} = 20$$

$$v_{\max} = \sqrt{2g'.l(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 20 \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 54^\circ)} = 2,871 \text{ (m/s)}$$

Chú ý: Khi con lắc treo trên vật chuyển động biến đổi đều với gia tốc \vec{a} (Chuyển động nhanh dần đều $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$ và chuyển động chậm dần đều $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$) theo phương thẳng đứng thì nó chịu

thêm lực quán tính: $\vec{F} = -m\vec{a}$, độ lớn $F = ma$ ($\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}$) nên gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$$

$$\text{Xét } a < g \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} \text{ hướng xuống} \Rightarrow g' = g - a \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}} \\ \vec{a} \text{ hướng lên} \Rightarrow g' = g + a \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} \end{cases}$$

Ví dụ 14: Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì T. Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì T' bằng

- A. 2T B. $\frac{T}{2}$ C. $\frac{T}{\sqrt{2}}$ D. $T\sqrt{2}$

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\vec{a} \text{ hướng xuống} \Rightarrow g' = 0,5g \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{2} = T\sqrt{2}$$

Ví dụ 15: (ĐH-2011) Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2,52 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 3,15 s. Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 2,96 s. B. 2,84 s. C. 2,61 s. D. 2,78 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\text{Khi đứng yên: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\text{Đi lên nhanh dần đều } (\vec{a} \text{ hướng lên}): T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

$$\text{Đi lên chậm dần đều } (\vec{a} \text{ hướng xuống}): T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

$$\text{Ta rút ra hệ thức: } \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{2}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{2} \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = 2,78(s)$$

Ví dụ 16: Một con lắc đơn treo vào trần một thang máy, khi thang máy có gia tốc không đổi a thì chu kỳ con lắc tăng 8,46% so với chu kỳ của nó khi thang máy đứng yên, $g = 10 \text{ m/s}^2$. Xác định chiều và độ lớn gia tốc a .

- A.** hướng lên trên và độ lớn là $1,5 \text{ m/s}^2$. **B.** hướng lên trên và có độ lớn là 2 m/s^2 .
C. hướng xuống dưới và có độ lớn là 2 m/s^2 . **D.** hướng xuống dưới và có độ lớn là $1,5 \text{ m/s}^2$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Phương pháp chung, biểu diễn g' theo g :

+ Nếu $g' > g$ thì viết: $g' = g + \Delta g \Rightarrow \vec{a}$ hướng lên và $a = \Delta g$.

+ Nếu $g' < g$ thì viết $g' = g - \Delta g \Rightarrow \vec{a}$ hướng xuống và $a = \Delta g$.

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow 1,0846 = \sqrt{\frac{10}{g'}} \Rightarrow g' = 8,5 = g - 1,5 \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} \text{ hướng xuống} \\ a = 1,5 (\text{m/s}^2) \end{cases}$$

Chú ý: Khi con lắc đơn đang dao động mà thay máy bắt đầu chuyển động biến đổi đều theo phương thẳng đứng ($g' = g \pm a$) thì cơ năng thay đổi hay không còn phụ thuộc vào li độ lúc tác dụng:

+ Nếu lúc tác dụng con lắc qua VTCB ($\alpha = 0$) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ($v'_{\max} = v_{\max}$) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

+ Nếu lúc tác dụng con lắc qua VT biên ($\alpha = \pm \alpha_{\max}$) thì không làm thay đổi biên độ góc ($\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc.

+ Nếu lúc tác dụng con lắc qua li độ góc $\alpha = \frac{\pm \alpha_{\max}}{n}$ thì độ biến thiên thế năng lúc này đúng bằng độ biến thiên cơ năng.

$$\begin{cases} *a = 0 \Rightarrow \frac{W'}{W} = 1 \Rightarrow v'_{\max} = v_{\max} \\ *a = \pm a_{\max} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} \Rightarrow a'_{\max} = a_{\max} \\ *a = \frac{a_{\max}}{n} \Rightarrow \Delta W_t = \frac{m(g'-g)l}{2} a^2 = \frac{m(g'-g)l}{2n^2} a_{\max}^2 = \frac{1}{n^2} \cdot \left(\frac{g'}{g} - 1 \right) W \\ W' = W + \Delta W_t \Rightarrow \frac{mg'l}{2} a_{\max}^2 = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 + \frac{m(g'-g)l}{2n^2} a_{\max}^2 \Rightarrow a_{\max} = ? \end{cases}$$

Ví dụ 17: Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ với năng lượng dao động 150 mJ. Thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều

lên trên với gia tốc $2,5 \text{ m/s}^2$. Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng 0. Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

- A. 144 mJ. B. 188 mJ. C. 112 mJ. D. 150 mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lúc con lắc có $v = 0$ (ở vị trí biên), thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc $2,5 \text{ m/s}^2$ ($g' = g + a = 12,3 \text{ m/s}^2$) thì không làm thay đổi biên độ góc ($\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$\frac{W'}{W} = \frac{W'_t}{W_t} = \frac{g'}{g} \Rightarrow W' = 150 \cdot \frac{12,3}{9,8} = 188 \text{ (mJ)}$$

Ví dụ 18: Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ với năng lượng dao động 150 mJ. Thang máy bắt đầu chuyển động chậm dần đều lên trên với gia tốc $2,5 \text{ m/s}^2$. Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có li độ bằng nửa li độ cực đại. Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

- A. 140,4 mJ. B. 188 mJ. C. 112 mJ. D. 159,6 mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$g' = g - a = 7,3 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\Delta W_t = \frac{m\Delta g l}{2} a^2 = \frac{m(g' - g)l}{2} \frac{a_{\max}^2}{4} = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 \left(\frac{g'}{g} - 1 \right) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{25}{392}$$

$$W' = W + \Delta W_t = 150 - \frac{25}{392} \cdot 150 = 140,4 \text{ (mJ)}$$

Ví dụ 28: Con lắc đơn treo ở trần một thang máy, đang dao động điều hoà. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên thì

- A. biên độ dao động giảm. B. biên độ dao động không thay đổi.
C. lực căng dây giảm. D. biên độ dao động tăng.

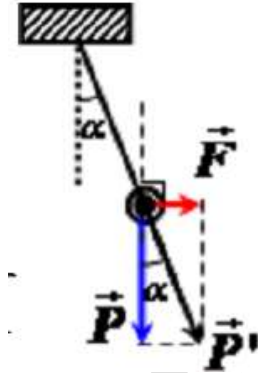
Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lúc con lắc qua VTCB ($\alpha = 0$) thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên ($g' = g + a > g$) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ($v'_{\max} = v_{\max}$) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

$$\frac{mg'l}{2} a_{\max}'^2 = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 \Rightarrow a_{\max}' = a_{\max} \sqrt{\frac{g}{g'}} < a_{\max}$$

2) Khi \vec{F} hướng ngang

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F} \text{ hướng ngang}} \begin{cases} \tan \alpha = \frac{F}{mg} \\ P' = \frac{P}{\cos \alpha} = \sqrt{P^2 + F^2} \\ g' = \frac{P'}{m} = \frac{g}{\cos \alpha} = \sqrt{g^2 + \frac{F^2}{m^2}} \end{cases}$$



Ví dụ 1: Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện buộc vào một sợi dây mảnh cách điện dài 1,4 (m). Con lắc được treo trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng, tại nơi có $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch 30° so với phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Xác định chu kì dao động bé của con lắc đơn.

- A. 2,24 s. B. 2,35 s. C. 2,21 s. D. 4,32 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$g' = \frac{g}{\cos \alpha} \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,4 \cdot \cos 30^\circ}{9,8}} = 2,21 \text{ (s)}$$

Ví dụ 2: Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện dương khối lượng $\sqrt{3} \text{ (g)}$ buộc vào một sợi dây mảnh cách điện. Con lắc được treo trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng với cường độ điện trường 10000 (V/m), tại nơi có $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch 30° so với phương thẳng đứng. Xác định điện tích của quả cầu.

- A. 0,98 μC B. 0,97 μC C. 0,89 μC D. 0,72 μC

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$F = P \tan \alpha \Rightarrow qE = mg \tan \alpha \Rightarrow q = \frac{mg \tan \alpha}{E} = 0,98 \cdot 10^{-6} \text{ (C)}$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ 2 s. Quả cầu của con lắc có khối lượng 100 g tích điện tích dương $\sqrt{3} \cdot 10^{-5} \text{ C}$. Người ta treo con lắc trong điện trường đều có cường độ 105 V/m và có phương nằm ngang. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chu kì dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A. 0,98 s. B. 1,00 s. C. 1,41 s. D. 2,12 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow T' = 1,41(s)$$

Ví dụ 4: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo l , quả nặng có khối lượng m và mang điện tích dương q dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g . Khi không có điện trường con lắc dao động điều hoà với chu kì T_0 . Nếu cho con lắc dao động điều hoà trong điện trường giữa hai bản tụ điện phẳng có véc tơ cường độ điện trường E ($qE \ll mg$) nằm ngang thì chu kì dao động của con lắc là

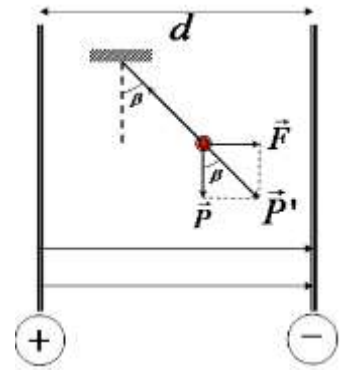
A. $T = T_0 \left(1 + \frac{qE}{mg}\right)$ **B.** $T = T_0 \left(1 + \frac{0,5qE}{mg}\right)$ **C.** $T = T_0 \left(1 - \frac{0,5qE}{mg}\right)$ **D.** $T = T_0 \left(1 - \frac{qE}{mg}\right)$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(1 + \frac{qE}{mg}\right)\left(1 - \frac{qE}{mg}\right)} = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{qE}{mg}\right)\left(1 - \frac{1}{2} \frac{qE}{mg}\right) = 1 - \frac{qE}{2mg}$$

Chú ý: Đối với trường hợp tụ điện phẳng, cường độ điện trường hướng từ bản dương sang bản âm và có độ lớn: $E = \frac{U}{d}$, với U là hiệu điện thế giữa hai bản tụ và d là khoảng cách giữa hai bản tụ.



Ví dụ 5: Một con lắc đơn dài 25 cm, hòn bi có nặng 10 g và mang điện tích $q = 10^{-4} C$. Treo con lắc vào giữa hai bản kim loại thẳng đứng, song song, cách nhau 22 cm. Đặt vào hai bản hiệu điện thế một chiều 88 V. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chu kì dao động nhỏ của nó là

A. $T = 0,983 \text{ s.}$ **B.** $T = 0,389 \text{ s.}$ **C.** $T = 0,659 \text{ s.}$ **D.** $T = 0,957 \text{ s.}$

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

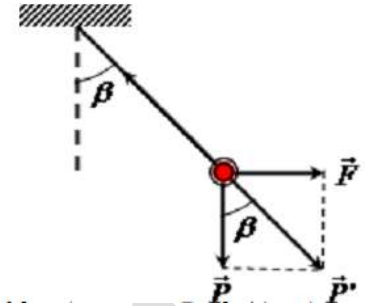
Lực tĩnh điện có phương ngang, có chiều từ bản âm sang bản dương và có độ lớn $F = qE = \frac{qU}{d}$

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qU}{md}\right)^2} = 2\sqrt{29} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 0,957(s)$$

Chú ý: Để tính vận tốc của vật, trước tiên xác định g' , xác định vị trí cân bằng, rồi từ đó xác định α, α_{\max} và áp dụng các công thức:

$$\begin{cases} v^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v^2 = gl(\alpha_{\max}^2 - \alpha^2) \\ v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \xrightarrow{\alpha_{\max} \ll 1} v_{\max} = \sqrt{gl} \alpha_{\max} \end{cases}$$

Ví dụ 6: Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng ngang từ trái sang phải. Lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2)$. Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc 54° rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật.



- A. 0,42 m/s. B. 0,35 m/s.
C. 2,03 m/s. D. 2,41 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{F}{P} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{0,1}\right)^2} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s}^2) \end{cases}$$

Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng một góc $\beta = 45^\circ$ nên biên độ góc: $\alpha_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$.

Vận tốc cực đại:

$$v_{\max} = \sqrt{2g' \cdot l \cdot (1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 9^\circ)} = 0,42 \text{ (m/s)}$$

Ví dụ 7: Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 (g), tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng ngang từ trái sang phải. Lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2)$. Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc 54° rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi sợi dây sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc 40° .

- A. 0,42 m/s. B. 0,35 m/s. C. 2,03 m/s D. 2,41 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Tính toán tương tự ví dụ trên. Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng một góc $\beta = 45^\circ$ nên biên độ góc: $\alpha_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$ và li độ góc $\alpha = 45^\circ - 40^\circ = 5^\circ$.

Tốc độ của vật khi sợi dây sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc 40° :

$$v = \sqrt{2g' \cdot l \cdot (\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 0,5 \cdot (\cos 5^\circ - \cos 9^\circ)} = 0,35 \text{ (m/s)}$$

Ví dụ 8: (ĐH-2012) Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1 m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích $2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$. Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vectơ cường độ

điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn $5 \cdot 10^4$ V/m. Trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo và song song với vectơ cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vectơ cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vectơ gia tốc trong trường một góc 54° rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy $g = 10$ m/s². Trong quá trình dao động, tốc độ cực đại của vật nhỏ là

- A.** 0,59 m/s. **B.** 3,41 m/s. **C.** 2,87 m/s. **D.** 0,50 m/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

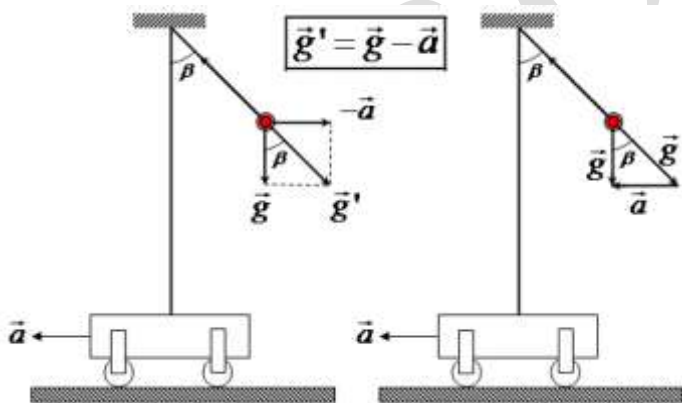
Lực tĩnh điện có phương ngang, có độ lớn $F = qE = 1(N)$

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{F}{P} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{0,1}\right)^2} = 10\sqrt{2} (m/s^2) \end{cases}$$

Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng một góc $\beta = 45^\circ$ nên biên độ góc: $\alpha_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$.

Tốc độ cực đại:

$$v_{\max} = \sqrt{2g'l \cdot (1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 1 \cdot (1 - \cos 9^\circ)} = 0,59 (m/s)$$



Chú ý: Khi con lắc treo trên vật chuyển động biến đổi đều với gia tốc \vec{a} (Chuyển động nhanh dần đều $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$ và chuyển động chậm dần đều $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$) theo phương thẳng đứng thì nó chịu thêm lực quán tính: $\vec{F} = -m\vec{a}$, độ lớn $F = ma$ ($\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}$) nên gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$. Khi ở VTCB, phương dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc β và độ lớn gia tốc trọng trường hiệu dụng $g' > g$.

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{a}{g} \\ g' = \sqrt{g^2 + a^2} = \frac{g}{\cos \beta} > g \end{cases}$$

Ví dụ 9: (CĐ-2010) Treo con lắc đơn vào trần một ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Khi ô tô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Nếu ô tô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với gia tốc 2 m/s^2 thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

- A. 2,02 s. B. 1,82 s. C. 1,98 s. D. 2,00 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{9,8}{\sqrt{9,8^2 + 2^2}}} \Rightarrow T = 1,98(s)$$

Ví dụ 10: Treo con lắc đơn vào trần một ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Khi ô tô chuyển động thẳng đều thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 1,5 s. Nếu ô tô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang thì khi ở vị trí cân bằng phương của dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc 15° . Gia tốc của xe và chu kì dao động điều hòa của con lắc khi xe chuyển động nhanh dần đều lần lượt bằng

- A. $2,6 \text{ m/s}^2$ và 1,47 s. B. $1,2 \text{ m/s}^2$ và 1,37 s. C. $1,5 \text{ m/s}^2$ và 1,27s D. $2,5 \text{ m/s}^2$ và 1,17s

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$a = g \tan \beta = 9,8 \cdot \tan 15^\circ = 2,6 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\cos 15^\circ} \Rightarrow T = 1,47(s)$$

Ví dụ 11: Một ô tô khởi hành trên đường nằm ngang đạt tốc độ 25 m/s sau khi chạy nhanh dần đều được quãng đường 125 m . Trần ô tô treo con lắc đơn dài $1,5 \text{ m}$. Cho gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 2,2 s. B. 1,6 s. C. 2,4 s. D. 2,8 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$v^2 - v_0^2 = 2aS \Rightarrow 25^2 - 0 = 2 \cdot a \cdot 125 \Rightarrow a = 2,5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{10^2 + 2,5^2}}} \Rightarrow T = 2,4(s)$$

Ví dụ 12: Một con lắc đơn được treo vào trần của một xe ô tô đang chuyển động theo phương ngang. Chu kì dao động điều hòa của con lắc đơn trong trường hợp xe chuyển thẳng đều là T_1 , khi xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a là T_2 và khi xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc a là T_3 . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A. $T_2 = T_1 = T_3$ B. $T_2 < T_1 < T_3$ C. $T_2 = T_3 < T_1$ D. $T_2 > T_1 > T_3$

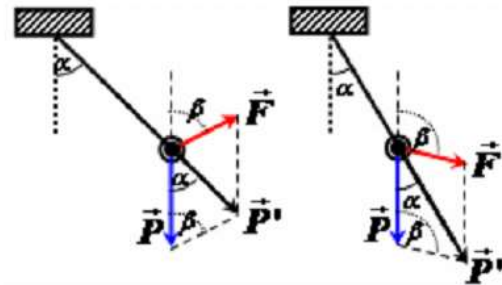
Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2 + a^2}}}; T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2 + a^2}}} \Rightarrow T_3 = T_2 < T_1$$

3) Khi \vec{F} hướng xiên

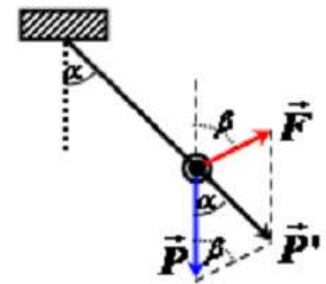
$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F} \text{ hướng xiên}}$$

$$\begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos \beta} \\ \frac{P'}{\sin \beta} = \frac{F}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{mg'} \sin \beta \end{cases}$$



Ví dụ 1: Một con lắc đơn gồm dây dài 1 m vật nặng 100 g dao động điều hòa tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng hợp với hướng của trọng lực một góc 120° . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Khi ở vị trí cân bằng sợi dây hợp với phương thẳng đứng một góc

- A. 30° và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,99 s.
 B. 60° và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,41 s.
 C. 30° và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,41 s.
 D. 60° và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,99 s.



Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\beta=60^\circ} \begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \cdot \frac{F}{m} \cos \beta} = 10(m/s^2) \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 1,99(s) \\ \frac{P'}{\sin \beta} = \frac{F}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{mg'} \sin \beta = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ \end{cases}$$

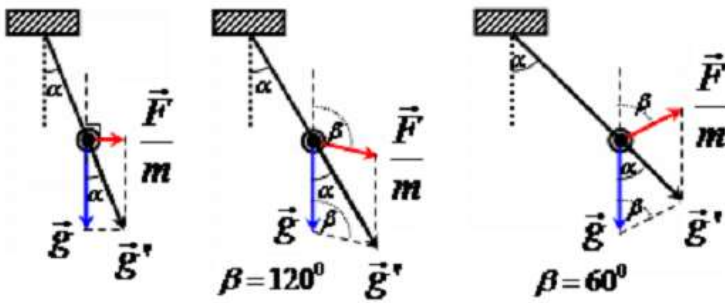
Ví dụ 2: Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì T tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn F có hướng ngang. Nếu quay phương ngoại lực một góc 30° thì chu kì dao động bằng 1,987 s hoặc 1,147 s. Tính T .

- A. 1,567 s. B. 1,405 s. C. 1,329 s. D. 1,510 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Khi \vec{F} có phương nằm ngang thì chu kì dao động:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}}}$$



Khi \vec{F} quay xuống một góc 30° , quay lên một góc 30° thì chu kì dao động lần lượt là:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos 120^\circ}}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos 60^\circ}}}$$

Từ đó rút ra hệ thức liên hệ:

$$\frac{1}{T_1^4} + \frac{1}{T_2^4} = 2 \frac{1}{T^4} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{T_1^4 + T_2^4}} = 1,329 (s)$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện dương $100 \mu C$, khối lượng 100 (g) buộc vào một sợi dây mảnh cách điện dài 1,5 m. Con lắc được treo trong điện trường đều 10 kV/m của một tụ điện phẳng có các bản đặt nghiêng so với phương thẳng đứng góc 30° (bản trên tích điện dương), tại nơi có $g = 9,8 (m/s^2)$. Chu kì dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A. 0,938 s. B. 1,99 s. C. 1,849 s. D. 1,51 s.

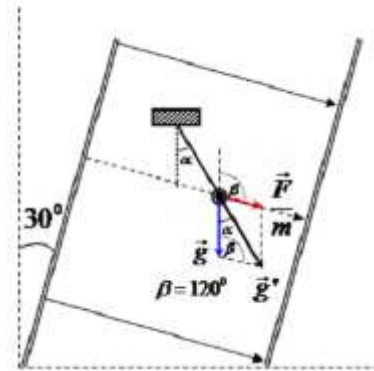
Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$F = qE = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^3 = 1(N)$$

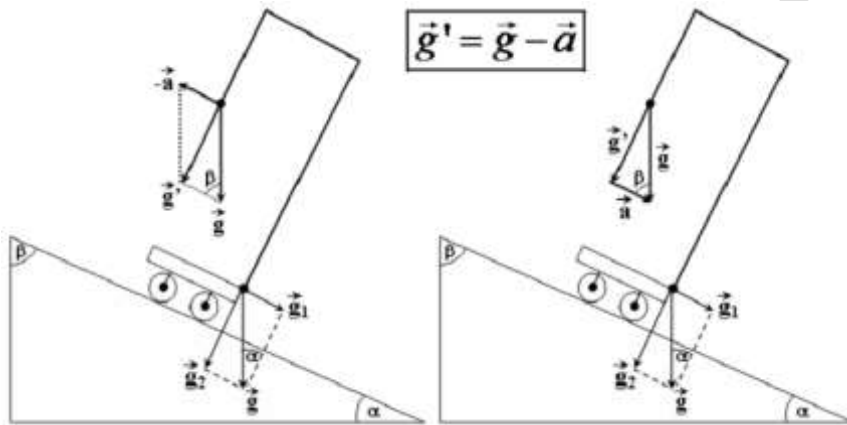
$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos \beta}$$

$$= \sqrt{10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10^2 \cdot \cos 120^\circ} = 10\sqrt{3} (m/s^2)$$

$$\Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 1,849(s)$$



Chú ý: Nếu vật trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng thì chuyển động của nó là chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = g_1 = g \sin \alpha$.



Khi con lắc đơn treo trên vật này thì tại vị trí cân bằng, phương của sợi dây vuông góc với mặt phẳng nghiêng và có độ lớn $g' = g_2 = g \cos \alpha$.

Ví dụ 4: Một toa xe trượt không ma sát trên một đường dốc xuống dưới, góc nghiêng của dốc so với mặt phẳng nằm ngang là 45° . Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Treo lên trần toa xe một con lắc đơn gồm dây treo chiều dài 1,5 (m) nối với một quả cầu nhỏ. Trong thời gian xe trượt xuống, chu kỳ dao động nhỏ của con lắc đơn là

A. 2,89 s.

B. 2,05 s.

C. 2,135 s.

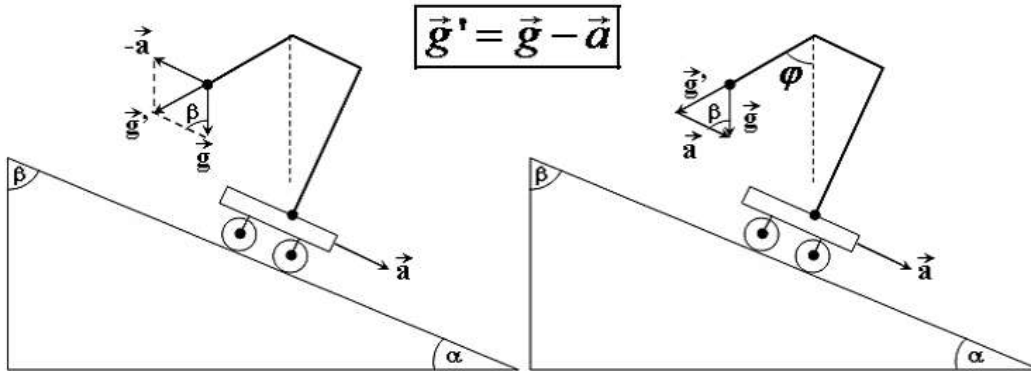
D. 1,61 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} a = g_1 \Rightarrow g' = g_2 = g \cos \alpha \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g \cos \alpha}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{10 \cdot \cos 45^\circ}} = 2,89(s) \end{cases}$$

Chú ý: Khi con lắc đơn treo trên vật chuyển động nhanh dần đều xuống dốc thì gia tốc trọng trường hiệu dụng $g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \cos \beta}$ và khi ở vị trí cân bằng sợi dây hợp với phương

thẳng đứng một góc φ sao cho: $\frac{a}{\sin \varphi} = \frac{g'}{\sin \beta}$



Ví dụ 5: Một xe xuống dốc nhanh dần đều gia tốc $a = 0,5 \text{ m/s}^2$, lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Trong xe có một con lắc đơn, khối lượng vật nặng là 200 g. Dây treo dài 1 m, dốc nghiêng 30° so với mặt phẳng nằm ngang. Tìm chu kì dao động nhỏ của con lắc?

- A. 1,6 s. B. 1,9 s. C. 2,03 s. D. 1,61 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \cos \beta} = \sqrt{9,8^2 + 0,5^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot \cos 60^\circ} = 9,56 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{9,56}} = 2,03 \text{ (s)} \end{cases}$$

Ví dụ 6: Một con lắc đơn treo vào trần toa xe, lúc xe đứng yên thì nó dao động nhỏ với chu kỳ T. Cho xe chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α : nếu xe đi xuống dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ T_1 và nếu xe đi lên dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ T_2 . Kết luận đúng?

- A. $T_1 = T_2 > T$ B. $T_1 = T_2 = T$ C. $T_1 < T < T_2$ D. $T_1 > T > T_2$

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Khi xe chuyển động thẳng đều lên trên hay xuống dưới thì $a = 0$ nên $g' = g$. Do đó: $T_1 = T_2 = T$.