

### CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

#### BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC TÍNH $\omega, f, T$

Phương pháp giải

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\Delta t_1}{n_1} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l + \Delta l}{g}} = \frac{\Delta t_2}{n_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \\ T_+ = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}; T_- = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 - l_2}{g}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_+^2 = T_1^2 + T_2^2 \\ T_-^2 = T_1^2 - T_2^2 \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Khi chiều dài dây treo tăng 20% thì chu kì dao động điều hòa của con lắc đơn

- A. giảm 9,54%.      B. tăng 20%.      C. tăng 9,54%.      D. giảm 20%.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l+0,2l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{1,2} = 1,0954 = 1 + 0,0954 = 100\% + 9,54\%$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện 12 dao động. Khi giảm độ dài của nó bớt 16cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 20 dao động. Tính độ dài ban đầu.

- A. 60 cm.      B. 50 cm.      C. 40cm.      D. 25 cm.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án D

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\Delta t}{12} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l-0,16}{g}} = \frac{\Delta t}{20} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{l-0,16}{l}} = \frac{12}{20} \Rightarrow l = 0,25(m)$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t = 10$  phút nó thực hiện 299 dao động. Khi giảm độ dài của nó bớt 40 cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 386 dao động. Gia tốc rơi tự do tại nơi thí nghiệm là

- A. 9,80  $m/s^2$       B. 9,81  $m/s^2$       C. 9,82  $m/s^2$       D. 9,83  $m/s^2$

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{600}{299} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l-0,4}{g}} = \frac{600}{386} \end{cases}$$

$$T_1^2 - T_2^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{0,4}{g} = 600^2 (200^{-2} - 386^{-2}) \Rightarrow g \approx 9,8 (m/s^2)$$

Chú ý: Công thức độc lập với thời gian của con lắc đơn có thể suy ra từ công thức đối với con

$$\text{lắc đơn: } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \quad \begin{cases} A = l a_{\max} \\ x = s = l a \\ \omega^2 = \frac{g}{l} \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm sợi dây có chiều dài 20 cm treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc khỏi phương thẳng đứng một góc bằng 0,1 (rad) về phía bên phải, rồi truyền cho con lắc một tốc độ bằng  $14\sqrt{3}$  (cm/s) theo phương vuông góc với với dây. Coi con lắc dao động điều hoà. Cho gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>). Biên độ dài của con lắc là

- A. 3,2 cm.                      B. 2,8 cm.                      C. 4 cm.                      D. 6 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(la)^2 + \frac{v^2 l}{g}} = \sqrt{(0,2 \cdot 0,1)^2 + \frac{0,14^2 \cdot 3 \cdot 0,2}{9,8}} = 0,04 (m)$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc 0,1 rad ở một nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vào thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ dài 8 cm và có vận tốc  $20\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Tốc độ cực đại của vật dao động là:

- A. 0,8 m/s.                      B. 0,2 m/s.                      C. 0,4 m/s.                      D. 1 m/s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Leftrightarrow (l a_{\max})^2 = s^2 + \frac{l v^2}{g} \Leftrightarrow (l \cdot 0,1)^2 = 0,08^2 + \frac{l \cdot 0,04 \cdot 3}{10} \Rightarrow l = 1,6 (m)$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot l a_{\max} = 0,4 (m/s)$$

Chú ý:

1) Công thức độc lập với thời gian:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow 1 = \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 \xrightarrow{\left|\frac{x}{A}\right| = \left|\frac{s}{A}\right| = \frac{a}{a_{\max}} = q} |v| = \omega A \sqrt{1-q}$$

2) Với con lắc đơn lực kéo về cũng được tính  $F_{kv} = -m\omega^2 x$   $\left| \begin{array}{l} x = s = la \\ \omega^2 = \frac{g}{l} \end{array} \right.$

**Ví dụ 6:** Vật treo của con lắc đơn dao động điều hòa theo cung tròn  $MN$  quanh vị trí cân bằng  $O$ . Gọi  $P$  và  $Q$  lần lượt là trung điểm của  $MO$  và  $MP$ . Biết vật có tốc độ cực đại  $8 \text{ m/s}$ , tìm tốc độ của vật khi đi qua  $Q$ ?

- A.**  $6 \text{ m/s}$ .                      **B.**  $5,29 \text{ m/s}$ .                      **C.**  $3,46 \text{ m/s}$ .                      **D.**  $8 \text{ m/s}$ .

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án B

$$1 = \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 \xrightarrow{\left|\frac{x}{A}\right| = q = \frac{3}{4}} |v| = \omega A \sqrt{1-q} = \frac{\omega A \sqrt{7}}{4} = \frac{8\sqrt{7}}{4} \approx 5,29 \text{ (m/s)}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng  $100 \text{ (g)}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $0,1 \text{ rad}$  rồi thả nhẹ. Khi vật qua vị trí có tốc độ bằng nửa tốc độ cực đại thì lực kéo về có độ lớn là

- A.**  $0,087 \text{ N}$ .                      **B.**  $0,1 \text{ N}$ .                      **C.**  $0,025 \text{ N}$ .                      **D.**  $0,05 \text{ N}$ .

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

$$v = \frac{v_{\max}}{2} \Rightarrow a = \frac{a_{\max} \sqrt{3}}{2} \Rightarrow |F_{kv}| = m \frac{g}{l} a l = mg \cdot \frac{a_{\max} \sqrt{3}}{2} \approx 0,087 \text{ (N)}$$

**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn dao động nhỏ xung quanh vị trí cân bằng, chọn trục  $Ox$  nằm ngang gốc  $O$  trùng với vị trí cân bằng chiều dương hướng từ trái sang phải. Ở thời điểm ban đầu vật ở bên trái vị trí cân bằng và dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $0,01 \text{ rad}$ , vật được truyền tốc độ  $\pi \text{ cm/s}$  với chiều từ phải sang trái. Biết năng lượng dao động của con lắc là  $0,1 \text{ (mJ)}$ , khối lượng của vật là  $100 \text{ g}$ , lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của vật

- A.**  $s = \sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ cm}$                       **B.**  $s = \sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$   
**C.**  $s = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ cm}$                       **D.**  $s = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

$$W = \frac{mgl}{2} a^2 + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 1}{2} \cdot 0,01^2 + \frac{0,1 \cdot 0,0314^2}{2} \Rightarrow 1 \approx 1 \text{ (m)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \pi$$

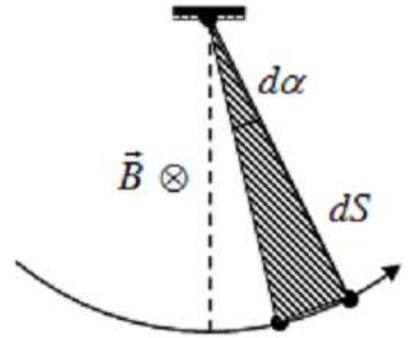
$$\begin{cases} s = A \cos(\pi t + \varphi) \\ v = s' = -\pi A \sin(\pi t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} s_{(0)} = A \cos \varphi = -la = -0,01(m) \\ v_{(0)} = -\pi A \sin \varphi = -3,14 \cdot 10^{-2} (m/s) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{3\pi}{4} \\ A = 0,01\sqrt{2} (m) \end{cases} \Rightarrow s = 0,01\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) (m)$$

Chú ý: Nếu con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ, dao động điều hoà trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc thì trong dây dẫn xuất hiện một suất điện cảm ứng:

$$e = -\frac{dF}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{B \frac{d\alpha}{dt} \pi l^2}{dt} = -\frac{Bl^2}{2} \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\xrightarrow{\alpha = a_{\max} \cos(\omega t + \varphi)} e = \frac{Bl^2 \omega a_{\max}}{2} \sin(\omega t + \varphi)$$



**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ dài 1 m, dao động điều hoà với biên độ góc 0,2 rad trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc và có độ lớn 1 T. lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Tính suất điện động cực đại xuất hiện trên thanh treo con lắc

- A. 0,45 V.                      B. 0,63 V.                      C. 0,32 V.                      D. 0,22 V.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C

$$E_0 = \frac{Bl^2 \omega a_{\max}}{2} = \frac{1}{2} Bl^2 \sqrt{\frac{g}{l}} a_{\max} \approx 0,32 (V)$$