

Chủ đề 2: CON LẮC Lò XO

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CƠ NĂNG, THỂ NĂNG VÀ ĐỘNG NĂNG

Ta xét các bài toán sau:

+ Vận dụng công thức tính cơ năng, thế năng, động năng

+ Khoảng thời gian liên quan đến cơ năng, thế năng, động năng

1) Vận dụng công thức tính cơ năng, thế năng, động năng

Phương pháp giải

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\left. \begin{aligned} W_t &= \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] \\ W_d &= \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)] \end{aligned} \right\} \begin{cases} \omega' = 2\omega \\ f' = 2f \\ T = \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$$\begin{cases} k = m\omega^2 \\ a = -\omega^2 x \Rightarrow x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{ma}{k} \Rightarrow W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} \end{cases}$$

Ví dụ 1: (CD-2011) Một con lắc lò xo gồm quả cầu nhỏ khối lượng 500 g và lò xo có độ cứng 50 N/m. Cho con lắc dao động điều hòa trên phương nằm ngang. Tại thời điểm vận tốc của quả cầu là 0,1 m/s thì gia tốc của nó là $-\sqrt{3} \text{ m/s}^2$. Cơ năng của con lắc là

A. 0,02 J.

B. 0,05 J.

C. 0,04 J.

D. 0,01 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \xrightarrow{x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{ma}{k}}$$

$$W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} = \frac{(-0,5 \cdot \sqrt{3})^2}{2,50} + \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{2} = 0,01(J) .$$

Ví dụ 2: Một vật nhỏ khối lượng 1 kg thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = A \cos 4t$ cm, với t tính bằng giây. Biết quãng đường vật đi được tối đa trong một phần tư chu kỳ là $0,1\sqrt{2}$ m. Cơ năng của vật bằng

- A. 0,16 J. B. 0,72 J. C. 0,045 J. D. 0,08 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Từ bài toán phụ “quãng đường đi vật được tối đa trong một phần tư chu kỳ là $0,1\sqrt{2}$ m” để tìm A:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \Rightarrow A = 0,1(m)$$

$0,1\sqrt{2}$ $A\sqrt{2}$

$$\text{Cơ năng: } W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{1,4^2 \cdot 0,1^2}{2} = 0,08(J).$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo gồm vật nặng 0,2 kg gắn vào đầu lò xo có độ cứng 20 N/m. Kéo quả nặng ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả nhẹ cho nó dao động, tốc độ trung bình trong 1 chu kỳ là $\frac{160}{\pi}$ cm/s. Cơ năng dao động của con lắc là

- A. 320 J. B. $6,4 \cdot 10^{-2}$ J. C. $3,2 \cdot 10^{-2}$ J. D. 3,2 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ s} \\ |\bar{v}| = \frac{4A}{T} \Rightarrow \frac{160}{\pi} = \frac{4A}{\frac{\pi}{5}} \Rightarrow A = 8(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow W = \frac{kA^2}{2} = \frac{20 \cdot 0,08^2}{2} = 0,064(J).$$

Ví dụ 4: CĐ-2010) Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, dao động điều hòa với biên độ 0,1 m. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi viên bi cách vị trí cân bằng 6 cm thì động năng của con lắc bằng

- A. 0,64 J. B. 3,2 mJ. C. 6,4 mJ. D. 0,32 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W_d = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{100}{2} (0,1^2 - 0,06^2) = 0,32(J).$$

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo mà lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ dao động điều hòa. Khi vật có động năng 0,01 J thì nó cách vị trí cân bằng 1 cm. Hỏi khi nó có động năng 0,005 J thì nó cách vị trí cân bằng bao nhiêu?

- A. 6 cm. B. 4,5 cm. C. $\sqrt{2}$ cm. D. 3 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$W=W_1 + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} W = 0,01 + \frac{100 \cdot 0,01^2}{2} \\ W = 0,005 + \frac{100 \cdot x_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow x_2 = 0,01\sqrt{2}(m) .$$

Ví dụ 6: Con lắc lò xo gồm vật khối lượng 1 kg, lò xo độ cứng 100 N/m đặt trên mặt phẳng nghiêng góc 30° . Kéo vật đến vị trí lò xo dãn 8 cm rồi buông tay nhẹ để vật dao động điều hòa. Tính động năng cực đại của vật. Lấy $g=10m/s^2$

- A. 0,45 J. B. 0,32 J. C. 0,05 J. D. 0,045 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$k\Delta l_0 = mg \sin \alpha \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = 0,05(m) \Rightarrow A = \Delta l_{max} - \Delta l_0 = 0,03(m)$$

$$W_{dmax} = W = \frac{kA^2}{2} = 0,045(J) .$$

Ví dụ 7: Một vật có khối lượng $m=100$ g dao động điều hòa với chu kì $T = \frac{\pi}{10}$ (s), biên độ 5 cm. Tại vị trí vật có gia tốc $a = 1200$ cm/s² thì động năng của vật bằng

- A. 320 J. B. 160 J. C. 32mJ. D. 16mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = 20(rad/s) \Rightarrow k = m\omega^2 = 40(N/m) \\ W_d = W - \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{40}{2} \left(0,05^2 - \frac{12^2}{20^4} \right) = 0,032(J) \end{cases}$$

Ví dụ 8: (CĐ-2010) Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Ở thời điểm độ lớn vận tốc của vật bằng 50% vận tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và cơ năng của vật là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\frac{W_d}{W} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{\frac{mv_{max}^2}{2}} = 0,5^2 = \frac{1}{4} .$$

Ví dụ 9: (CĐ-2010) Một vật dao động điều hòa với biên độ 6cm. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi vật có động năng bằng $\frac{3}{4}$ lần cơ năng thì vật cách vị trí cân bằng một đoạn

- A. 6 cm. B. 4,5 cm. C. 4 cm. D. 3 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W_d = \frac{3}{4}W \Rightarrow W_t = \frac{1}{4}W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} = \pm 3(\text{cm}) .$$

Ví dụ 10: (ĐH-2009) Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc 10 rad/s . Biết rằng khi động năng và thế năng (mốc ở vị trí cân bằng của vật) bằng nhau thì vận tốc của vật có độ lớn bằng $0,6 \text{ m/s}$. Biên độ dao động của con lắc là

- A. 6 cm. B. $6\sqrt{2}$ cm. C. 12 cm. D. $12\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$W_d = W_t = \frac{W}{2} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2.2} \Rightarrow A = 0,06\sqrt{2}(\text{m})$$

Ví dụ 11: Con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương thẳng đứng, mốc thế năng ở vị trí cân bằng, khi thế năng bằng $\frac{1}{8}$ động năng thì

- A. lực đàn hồi tác dụng lên vật có độ lớn bằng $\frac{1}{3}$ lực đàn hồi cực đại.
B. tốc độ của vật bằng $\frac{1}{3}$ tốc độ cực đại.
C. lực đàn hồi tác dụng lên vật có độ lớn bằng $\frac{1}{9}$ lực đàn hồi cực đại
D. vật cách vị trí tốc độ bằng 0 một khoảng gần nhất là $\frac{2}{3}$ biên độ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Toàn bộ có 9 phần: thế năng “chiếm 1 phần” và động năng “chiếm 8 phần”

$$W_t = \frac{1}{8} W_d \begin{cases} W_t = \frac{1}{9} W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{9} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow |x| = \frac{A}{3} \Rightarrow F = k|x| = \frac{F_{max}}{3} \neq \frac{F_{dh\ max}}{3} \\ W_d = \frac{8}{9} W \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{8}{9} \frac{mv_{max}^2}{2} \Rightarrow |v| = \sqrt{\frac{8}{9}} v_{max} \end{cases}$$

Vật cách VTCTB một khoảng $\frac{A}{3}$ tức là cách vị trí biên $\frac{2A}{3}$

Chú ý: Với bài toán cho biết W , v , x (hoặc a) yêu cầu tìm A thì trước tiên ta tính k trước (nếu chưa biết) rồi mới tính A .

$$\begin{cases} W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \\ W = \frac{m^2 a^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} \end{cases} \Rightarrow k = ? \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$$

Ví dụ 12: Con lắc lò xo mà vật dao động có khối lượng 1 kg, dao động điều hòa với cơ năng 125mJ. Tại thời điểm ban đầu vật có vận tốc 25cm/s và gia tốc $6,25\sqrt{3}m/s^2$. Biên độ của dao động là

- A. 2 cm. B. 3 cm. C. 4 cm. D. 5 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 125 \cdot 10^{-3} = \frac{(-6,25\sqrt{3})^2}{2k} + \frac{1 \cdot 0,25^2}{2} \Rightarrow k = 625 (N/m)$$

$$A = \sqrt{\frac{2W}{k}} = 0,02 (m)$$

Ví dụ 13: Con lắc lò xo mà vật dao động có khối lượng 100 g, dao động điều hòa với cơ năng 2 mJ. Biết gia tốc cực đại $80cm/s^2$. Biên độ và tần số góc của dao động là

- A. 4 cm và 5 rad/s. B. 0,005 cm và 40π rad/s.
C. 10 cm và 2 rad/s. D. 5 cm và 4 rad/s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \\ a_{max} = \omega^2 A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 10^{-3} = \frac{0,1\omega^2 A^2}{2} \\ 0,8 = \omega^2 A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 4 (rad/s) \\ A = 0,05 (m) \end{cases}$$

Chú ý: Với bài toán cho biết W , v_0 , a_0 yêu cầu tìm ω , φ thì trước tiên ta tính ωA

$$\begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = ? \\ \begin{cases} v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega\omega A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} v_{(0)} = -\omega A \sin \varphi \\ a_{(0)} = -\omega\omega A \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = ? \\ \varphi = ? \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ 14: Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ cm.

Vật có khối lượng 500 g, cơ năng của con lắc bằng 0,01 (J). Lấy mốc thời gian khi vật có vận tốc 0,1 m/s và gia tốc là -1 m/s^2 . Giá trị ω và φ lần lượt là

- A. $\frac{10}{\sqrt{3}}$ rad/s và $\frac{7\pi}{6}$. B. 10 rad/s và $-\frac{\pi}{3}$. C. 10 rad/s và $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{10}{\sqrt{3}}$ rad/s và $-\frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 0,2 \text{ (m/s)}$$

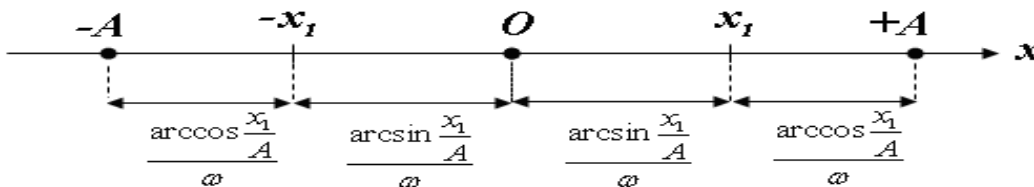
$$\begin{cases} v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega\omega A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} -0,2 \sin \varphi = 0,1 \\ -\omega 0,2 \cos \varphi = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{10}{\sqrt{3}} \\ \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

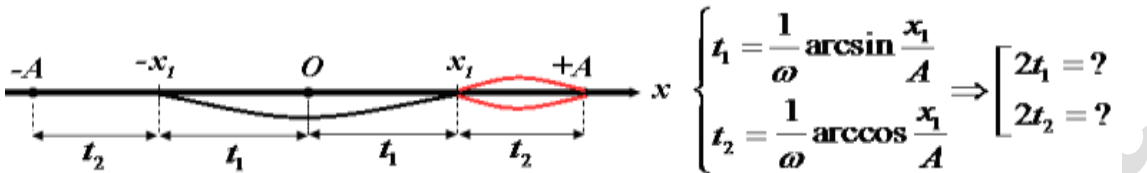
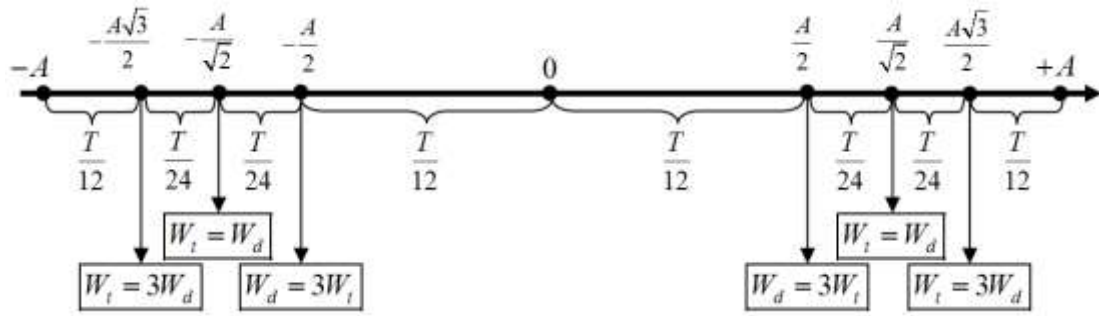
2) Khoảng thời gian liên quan đến cơ năng thế năng động năng

Phương pháp giải

Nếu $W_t = nW_d$ thì toàn bộ có $(n+1)$ phần: thế năng “chiếm n phần” và động năng “chiếm 1 phần”

$$W_t = nW_d \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{n}{n+1} W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{n}{n+1} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{n}{n+1}} \cdot A = \pm x_1 \\ W_d = \frac{1}{n+1} W \end{cases}$$





Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp $W_t = nW_d$ là $2t_1$ hoặc $2t_2$

* Nếu $n = 1$ ($\frac{x_1}{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$) thì $2t_1 = 2t_2 = \frac{T}{4}$

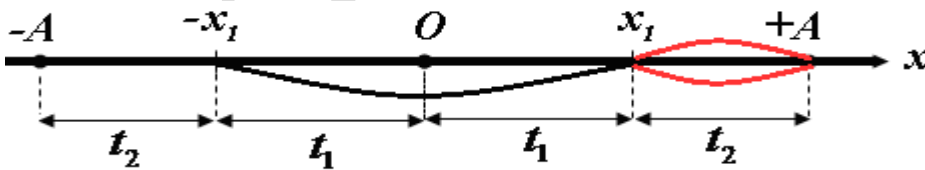
* Nếu $n > 1$ ($\frac{x_1}{A} > \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$) thì $2t_1 > \frac{T}{4}; 2t_2 < \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t_{\min} = 2t_2$

* Nếu $n < 1$ ($\frac{x_1}{A} < \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$) thì $2t_1 < \frac{T}{4}; 2t_2 > \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t_{\min} = 2t_1$.

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo dao động với tần số góc 20 (rad/s). Tại thời điểm t_1 và $t_2 = t_1 + \Delta t$, vật có thế năng (mốc ở vị trí cân bằng của vật) bằng bốn lần động năng. Giá trị nhỏ nhất của Δt là

- A. 0,111 s. B. 0,046 s. C. 0,500 s. D. 0,750 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B



$$W_t = 4W_d = \frac{4}{5}W \Rightarrow |x| = \sqrt{0,8}.A > \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{\min} = 2t_2 = 2 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = 2 \cdot \frac{1}{20} \arccos \sqrt{0,8} \approx 0,046(s).$$

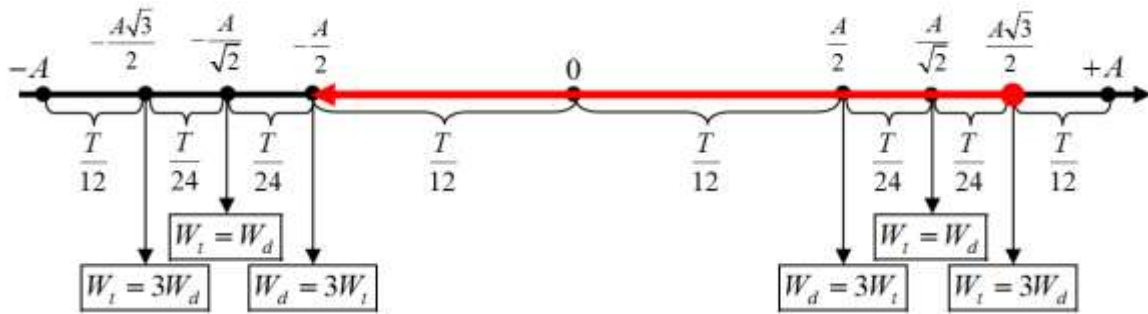
Ví dụ 2: Vật dao động điều hòa thực hiện 10 dao động trong 5 s, khi vật qua vị trí cân bằng nó có tốc độ 20π cm/s. Chọn gốc thời gian lúc vật qua vị trí có li độ $x = 2,5\sqrt{3}$ cm và đang

chuyển động về vị trí cân bằng. Vật có động năng bằng 3 lần thế năng lần thứ hai kể từ khi bắt đầu chuyển động tại thời điểm

- A. $t = 0,25$ s. B. $t = 1,25$ s. C. $t = 0,125$ s. D. $t = 2,5$ s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{5}{10} \text{ (s)} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 5 \text{ (cm)}.$$



$$t_2 = \frac{T}{24} + \frac{T}{24} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{4} = 0,125 \text{ (s)}$$

Ví dụ 3: Vật nhỏ của con lắc lò xo dao động điều hòa mỗi phút thực hiện được 30 dao động. Khoảng thời gian hai lần liên tiếp vật đi qua hai điểm trên quỹ đạo mà tại các điểm đó động năng của chất điểm bằng một phần ba thế năng là

- A. $\frac{7}{12}$ s. B. $\frac{2}{3}$ s. C. $\frac{1}{3}$ s. D. $\frac{10}{12}$ s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

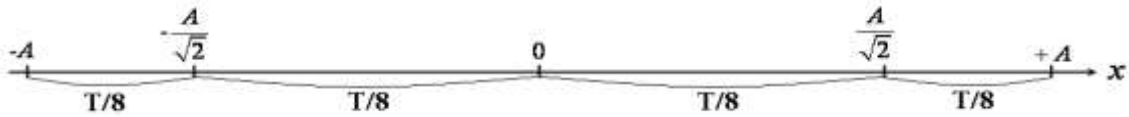
$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{\Delta t}{n} = 2 \text{ (s)} \\ W_d = \frac{1}{3} W_t = \frac{1}{4} W \Rightarrow W_t = \frac{3}{4} W \Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ \text{Thời gian ngắn nhất giữa hai lần } x = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ nếu } x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ là } \frac{T}{3} = \frac{2}{3} \text{ (s)} \end{array} \right.$$

Ví dụ 4: Vật dao động điều hòa với tần số 2,5 Hz. Tại một thời điểm vật có động năng bằng một nửa cơ năng thì sau thời điểm đó 0,05 (s) động năng của vật

- A. có thể bằng không hoặc bằng cơ năng.
 B. bằng hai lần thế năng.
 C. bằng thế năng.
 D. bằng một nửa thế năng

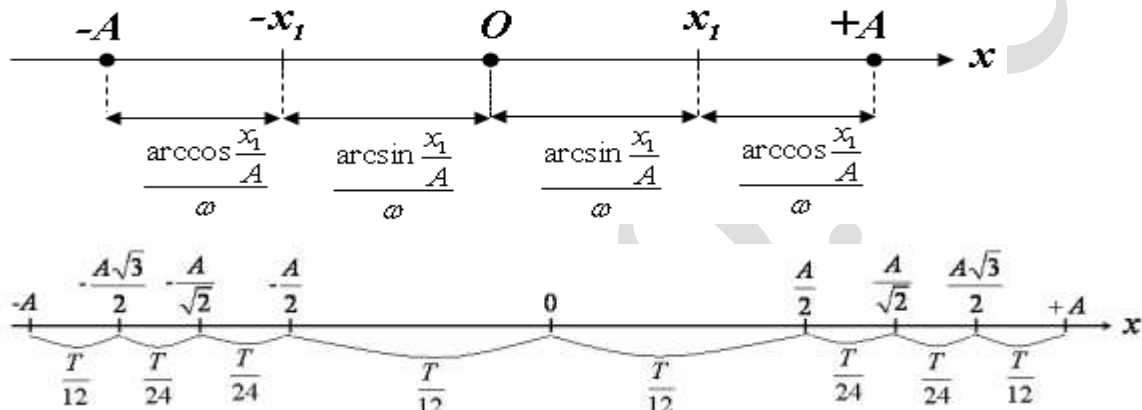
Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} T = \frac{1}{f} = 0,4(s) \Rightarrow \Delta t = 0,05 = \frac{T}{8} \\ W_d = \frac{1}{2} W = W_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{Sau } \frac{T}{8}} \begin{cases} x = 0 \Rightarrow W_d = W \\ x = \pm A \Rightarrow W_d = 0 \end{cases} \end{cases}$$



Chú ý: Với bài toán cho biết khoảng thời gian yêu cầu tìm W thì làm theo quy trình sau:

$$\Delta t = ? \Rightarrow T = ? \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$$

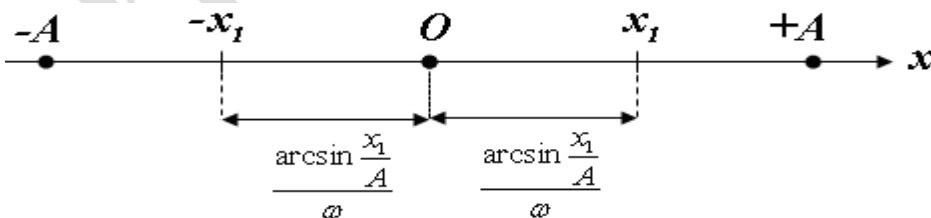


Ví dụ 5: Một vật có khối lượng 1 (kg) dao động điều hoà dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) với biên độ 10 cm. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí $x = -6$ cm đến vị trí $x = +6$ cm là 0,1 (s). Cơ năng dao động của vật là

- A. 0,5 J. B. 0,83 J. C. 0,43 J. D. 1,72 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$0,1 = 2 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{6}{10} \Rightarrow \omega \approx 18,546 (\text{rad/s}) \Rightarrow W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{1 \cdot 18,546^2 \cdot 0,1^2}{2} \approx 1,72 (\text{J}).$$



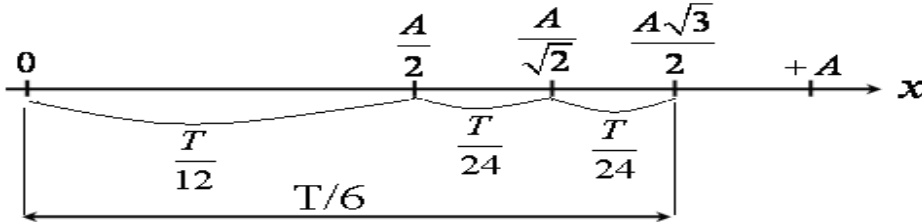
Ví dụ 6: Một vật dao động điều hoà với biên độ A dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng).

Thời gian ngắn nhất đi từ vị trí $x = 0$ đến vị trí $x = 0,5A\sqrt{3}$ là $\frac{\pi}{6}$ (s). Tại điểm cách vị

trị cân bằng 2 cm thì nó có vận tốc là $4\sqrt{3} \text{ cm/s}$. Khối lượng quả cầu là 100 g. Năng lượng dao động của nó là

- A. 0,32 mJ. B. 0,16 mJ. C. 0,26 mJ. D. 0,36 mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2 \text{ (rad/s)} \Rightarrow k = m\omega^2 = 0,1 \cdot 2^2 = 0,4 \text{ (N/m)} \\ W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{0,4 \cdot 0,02^2}{2} + \frac{0,1 \cdot (0,04\sqrt{3})^2}{2} = 0,32 \text{ (mJ)}. \end{array} \right.$$

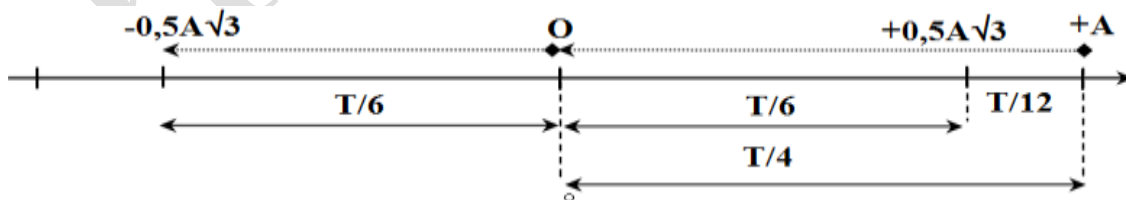
Ví dụ 7: Con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình: $x = A\cos\omega t$. Thời điểm lần thứ hai thế năng bằng 3 lần động năng là

- A. $\frac{\pi}{12\omega}$. B. $\frac{5\pi}{6\omega}$. C. $\frac{0,25\pi}{\omega}$. D. $\frac{\pi}{6\omega}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = A \\ W_t = 3W_d = \frac{3}{4}W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_2 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Lần đầu tiên } W_t = 3W_d \text{ khi } x = A \text{ nếu } x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{12} \cdot T = \frac{\pi}{6\omega} \\ \text{Lần thứ hai } W_t = 3W_d \text{ khi } x = -A \text{ nếu } x = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{5}{12} \cdot T = \frac{5\pi}{6\omega}. \end{array} \right.$$



Ví dụ 8: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật có khối lượng 1 kg và lò xo có độ cứng $100\pi^2 \text{ N/m}$. Từ vị trí cân bằng kéo vật theo phương ngang một đoạn A, rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Sau khoảng thời gian ngắn nhất bằng bao nhiêu, kể từ lúc thả vật thì động năng vật bằng 3 lần thế năng đàn hồi lò xo?

A. $\frac{1}{15}$ s.

B. $\frac{1}{30}$ s.

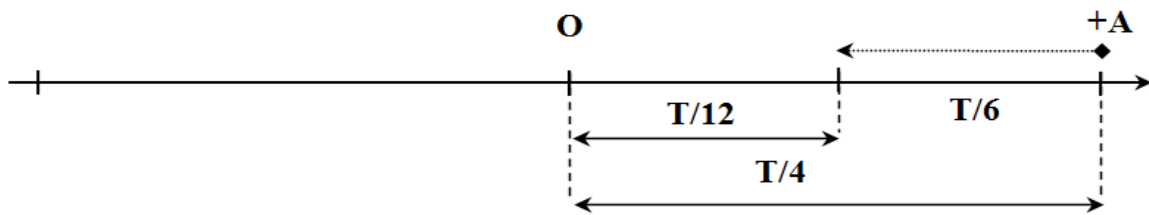
C. $\frac{1}{60}$ s.

D. $\frac{2}{15}$ s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\begin{cases} x_1 = A \\ W_t = \frac{1}{3} W_d = \frac{1}{4} W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_2 = \pm \frac{A}{2} \end{cases}$$

Lần đầu tiên $W_t = 3W_d$ là đi từ $x = A$ đến $x = \frac{A}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{6} T = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{30}$ (s).



Chú ý:

* Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp các đại lượng $x, v, a, F, \rho, W_t, W_d$ bằng 0 hoặc có độ lớn cực đại là $\frac{T}{2}$.

* Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp $W_t = W_d$ là $\frac{T}{4}$.

* Nếu lúc đầu vật ở vị trí biên hoặc vị trí cân bằng thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất $\frac{T}{2}$ vật lại các vị trí cân bằng một khoảng như cũ.

* Nếu lúc đầu vật cách vị trí cân bằng một khoảng x_0 mà cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất Δt ($\Delta t < T$) vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ thì $x_0 = \frac{A}{\sqrt{2}}$ và $\Delta t = \frac{T}{4}$.

Ví dụ 9: (Đại học-2009) Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là 50g. Con lắc dao động điều hòa theo một trục cố định nằm ngang với phương trình $x = A \cos \omega t$. Cứ sau những khoảng thời gian 0,05 s thì động năng và thế năng của vật lại bằng nhau. Lấy $\pi^2 = 10$. Lò xo của con lắc có độ cứng bằng

A. 50 N/m.

B. 100 N/m.

C. 25 N/m.

D. 200 N/m.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} \frac{T}{4} = 0,05(s) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10(rad/s) \\ k = m\omega^2 = 50(N/m). \end{cases}$$

Ví dụ 47: Một vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 4\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm); t tính bằng giây. Biết rằng cứ sau những khoảng thời gian $\frac{\pi}{40}$ (s) thì động năng lại bằng nửa cơ năng. Tại những thời điểm nào thì vật có vận tốc bằng 0 (k là số nguyên)?

- A. $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{40}$. B. $\frac{\pi}{40} + \frac{k\pi}{20}$. C. $-\frac{\pi}{40} + \frac{k\pi}{10}$. D. $\frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{20}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\begin{cases} \frac{T}{4} = \frac{\pi}{40} \text{ (s)} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ (s)} \\ v = x' = -4\omega \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) = 4\omega \cos\frac{2\pi t}{T} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi t}{T} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{40} + \frac{k\pi}{20} \end{cases}$$

Ví dụ 48: Một vật dao động điều hòa với biên độ 4 cm cứ sau một khoảng thời gian $\frac{1}{4}$ giây thì động năng bằng thế năng. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{1}{6}$ giây là

- A. 8 cm. B. 6 cm. C. 2 cm. D. 4 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\frac{T}{4} = 0,25 \text{ (s)} \Rightarrow T = 1 \text{ (s)}$$

Để đi được quãng đường lớn nhất trong thời gian $\frac{1}{6} \text{ (s)} = \frac{T}{6}$ thì vật phải đi xung quanh VTCB

$$\Rightarrow S = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} = A = 4 \text{ (cm)} .$$

