

Chủ đề 2: CON LẮC Lò XO

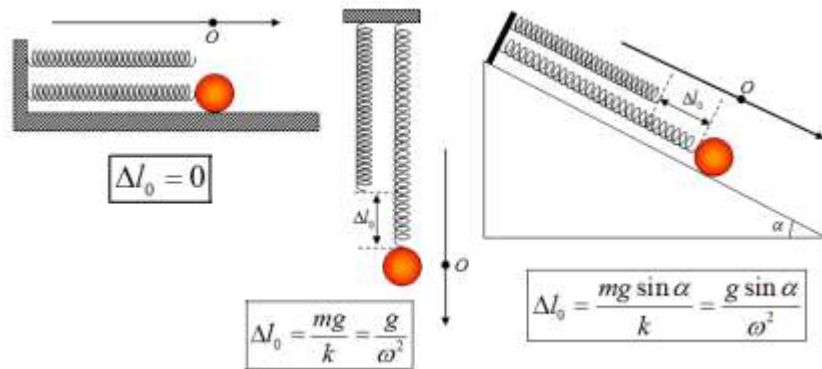
BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CHIỀU DÀI CỦA Lò XO VÀ THỜI GIAN Lò XO NÉN, DẪN

1. Bài toán liên quan đến chiều dài của lò xo

Phương pháp giải

Xét trường hợp vật ở dưới

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tại VTCB: } l_{CB} = l_0 + \Delta l_0 \\ \text{Tại VT li độ: } l = l_{CB} + x \begin{cases} l_{\max} = l_{CB} + A \\ l_{\min} = l_{CB} - A \end{cases} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} A \leq \Delta l_0 \Rightarrow \text{Khi dao động lò xo luôn bị dẫn} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{Dẫn ít nhất (khi vật cao nhất): } \Delta l_0 - A \\ \text{Dẫn nhiều nhất (khi vật thấp nhất): } \Delta l_0 + A \end{array} \right. \\ A > \Delta l_0 \Rightarrow \text{Khi dao động lò xo vừa dẫn vừa nén} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{Nén nhiều nhất (khi vật cao nhất): } A - \Delta l_0 \\ \text{Không biến dạng khi: } x = -\Delta l_0 \\ \text{Dẫn nhiều nhất (khi vật thấp nhất): } \Delta l_0 + A \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Ví dụ 1: Một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng k , một đầu gắn vật nhỏ có khối lượng m , đầu còn lại được gắn vào một điểm cố định J sao cho vật dao động điều hòa theo phương ngang. Trong quá trình dao động, chiều dài cực đại và chiều dài cực tiểu của lò xo lần lượt là 40 cm và 30 cm. Chọn phương án SAI.

- A. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 35 cm
- B. Biên độ dao động là 5 cm.
- C. Lực mà lò xo tác dụng lên điểm J luôn là lực kéo
- D. Độ biến dạng của lò xo luôn bằng độ lớn của li độ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lời giải

Vì khi ở vị trí cân bằng lò xo không biến dạng nên độ biến dạng của lò xo luôn bằng độ lớn của li độ \Rightarrow D đúng

Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là

$$\begin{cases} l_{\max} = l_{CB} + A = l_0 + A \\ l_{\min} = l_{CB} - A = l_0 - A \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} l_0 = \frac{l_{\max} + l_{\min}}{2} = 35(\text{cm}) \\ A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 5(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow \text{A, B đúng}$$

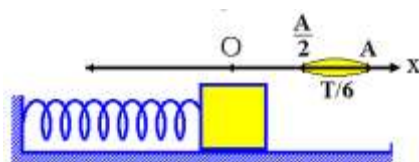
Trong một chu kì, một nửa thời gian lò xo nén (lực lò xo tác dụng lên J là lực đẩy) và một nửa thời gian lò xo giãn (lực lò xo tác dụng lên J là lực kéo) \Rightarrow C sai

Ví dụ 2: Con lắc lò xo đang dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ $A = 4\sqrt{2}(\text{cm})$. Biết lò xo có độ cứng $k = 50(\text{N/m})$, vật dao động có khối lượng $m = 200(\text{g})$, lấy $\pi^2 = 10$. Khoảng thời gian trong một chu kì để lò xo giãn một lượng lớn hơn $2\sqrt{2} \text{ cm}$ là

- A. 2/15s
- B. 1/15s
- C. 1/3s
- D. 0,1s

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải



Để giãn lớn hơn $2\sqrt{2} \text{ cm} = \frac{A}{2}$ thì vật có li độ nằm trong khoảng $x = \frac{A}{2}$ đến A

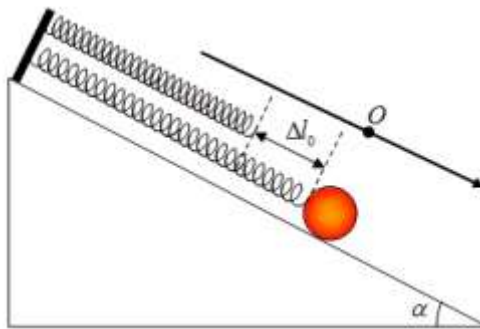
$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3} = \frac{1}{3} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{3} 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{50}} = \frac{2}{15} (\text{s})$$

Ví dụ 3: Một lò xo nhẹ có chiều dài tự nhiên 30 cm có độ cứng là k, đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật có khối lượng m sao cho vật dao động điều hoà trên mặt phẳng nghiêng so với mặt phẳng ngang một góc 30° với phương trình $x = 6\cos(10t + 5\pi/6)$ (cm) (t đo bằng giây) tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10(m/s^2)$. Trong quá trình dao động chiều dài cực tiểu của lò xo là

- A. 29 cm. B. 25 cm C. 31 cm D. 36 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải



Độ dãn của lò xo thẳng đứng khi vật ở VTCB:

$$\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} = 0,05(m)$$

Chiều dài lò xo tại VTCB: $l_{cb} = l_0 + \Delta l_0 = 35(cm)$ (l_0 là chiều dài tự nhiên).

Chiều dài cực tiểu (khi vật ở vị trí cao nhất): $l_{\min} = l_{cb} - A = 29(cm)$.

Chú ý: Khi lò xo có độ dãn Δl thì độ lớn li độ là $|x_0| = |\Delta l - \Delta l_0|$.

Ví dụ 4: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, gồm lò xo độ cứng 100 N/m và vật nặng khối lượng 100 (g). Giữ vật theo phương thẳng đứng làm lò xo dãn 3 (cm), rồi truyền cho nó vận tốc $20\pi\sqrt{3}(cm/s)$ hướng lên thì vật dao động điều hoà. Lấy $\pi^2 = 10$; gia tốc trọng trường $g = 10(m/s^2)$. Biên độ dao động là

- A. 5,46 cm. B. 4,00 cm. C. 4,58 cm D. . 2,54 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi \text{ (rad / s)}; \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 1 \text{ (cm)}$$

$$\left. \begin{array}{l} |x_{(0)}| = |\Delta l - \Delta l_0| = 2 \text{ (cm)} \\ |v_{(0)}| = 20\pi\sqrt{3} \text{ (cm / s)} \end{array} \right\} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 4 \text{ (cm)}$$

Ví dụ 5: Một lắc lò xo có độ cứng 100 (N/m) treo thẳng đứng, đầu dưới treo một vật có khối lượng 1 kg tại nơi có gia tốc trọng trường là $10 \text{ (m / s}^2\text{)}$. Giữ vật ở vị trí lò xo còn dãn 7 cm rồi cung cấp vật tốc 0,4 m/s theo phương thẳng đứng. Ở vị trí thấp nhất, độ dãn của lò xo dãn là

- A.** 5 cm **B.** 25 cm. **C.** 15 cm. **D.** 10 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lời giải

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{1 \cdot 10}{100} = 0,1 \text{ (m)} = 10 \text{ (cm)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 = \Delta l - \Delta l_0 = 7 - 10 = -3 \text{ (cm)} \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ (rad / s)} \end{array} \right. \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{9 + \frac{40^2}{10^2}} = 5 \text{ (cm)}$$

Khi ở vị trí thấp nhất độ dãn của lò xo: $\Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A = 15 \text{ (cm)}$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật treo có khối lượng m. Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng 3 cm rồi truyền cho nó vận tốc 40 cm/s thì nó dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo và khi vật đạt độ cao cực đại, lò xo dãn 5 cm. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m / s}^2$. Vận tốc cực đại của vật dao động là

- A.** 1,15 m/s **B.** 0,5 m/s **C.** 10 cm/s **D.** 2,5 cm/s

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

$$\text{Độ dãn của lò xo khi ở vị trí cân bằng: } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$$

Khi ở độ cao cực đại, độ dãn của lò xo:

$$\Delta l_{\min} = \Delta l_0 - A \Rightarrow 0,05 = \frac{10}{\omega^2} - A \Rightarrow \frac{1}{\omega^2} = 0,1A + 0,005$$

$$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \Rightarrow A^2 = 0,03^2 + 0,4^2 (0,1A + 0,005) \Rightarrow \begin{cases} A = 0,05m \\ A = -0,034m \end{cases}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{0,1A + 0,005}} = 10(\text{rad/s}) \Rightarrow v_{\max} = \omega A = 0,5(\text{m/s})$$

Ví dụ 7: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật treo có khối lượng m . Vật đang ở vị trí cân bằng, người ta truyền cho nó một vận tốc hướng xuống dưới thì sau thời gian $\pi/20(\text{s})$, vật dừng lại tức thời lần đầu và khi đó lò xo dãn 20 cm. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Biết vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biên độ dao động là

A. 5 cm.

B. 10 cm

C. 15 cm.

D. 20 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{20} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10(\text{rad/s})$$

$$\text{Độ dãn của lò xo ở vị trí cân bằng: } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,1(\text{m}) = 10(\text{cm})$$

$$\text{Độ dãn cực đại của lò xo: } \Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A \Rightarrow 20 = 10 + A \Rightarrow A = 10(\text{cm})$$

$$\text{Chú ý: Từ các công thức } x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2; a = -\omega^2 x \text{ suy ra } \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2.$$

Ví dụ 8: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lúc cân bằng lò xo dãn 3,5 cm. Kéo vật nặng xuống dưới vị trí cân bằng khoảng h , rồi thả nhẹ thấy con lắc đang dao động điều hòa. Gia tốc trọng trường $g = 9,8(\text{m/s}^2)$. Tại thời điểm vật có vận tốc 50 cm/s thì có gia tốc $2,3\text{m/s}^2$. Tính h .

A. 3,500 cm

B. 3,066 cm

C. 3,099 cm.

D. 6,599 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lời giải

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \sqrt{280}$$

$$\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{2,3^2}{280^2} + \frac{0,5^2}{180}} \approx 0,03099(\text{m})$$

Chú ý: Khi vật có tốc độ bằng không và lò xo không biến dạng thì : $A = \Delta l_0$

$$A = \Delta l_0 = \begin{cases} \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \\ \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\Delta l_0}} \end{cases} \Rightarrow v_{cb} = \omega A$$

$$\left. \begin{cases} x = -\frac{a}{\omega^2} \\ x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \end{cases} \right\} \Rightarrow \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{g^2}{\omega^4} \\ \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{g^2 \sin^2 \alpha}{\omega^4} \end{cases}$$

Ví dụ 9: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo thẳng đứng (trùng với trục của lò xo), khi vật ở cách vị trí cân bằng 5 cm thì có tốc độ bằng không và lò xo không biến dạng. Cho $g = 9,8m/s^2$. Tốc độ của vật khi đi qua vị trí cân bằng là

- A. $0,7m/s$ B. $7m/s$ C. $7\sqrt{2}m/s$ D. $0,7\sqrt{2}m/s$

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải

$$\begin{cases} A = \Delta l_0 \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \Rightarrow v_{cb} = \omega A = \sqrt{g \cdot \Delta l_0} = 0,7(m/s) \end{cases}$$

Ví dụ 10: Con lắc lò xo treo trên mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng 30° . Nâng vật lên đến vị trí lò xo không biến dạng và thả không vận tốc ban đầu thì vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo, khi vận tốc của vật là $1 m/s$ thì gia tốc của vật là $3m/s^2$. Lấy gia tốc trọng trường $10m/s^2$. Tần số góc bằng

- A. $2rad/s$ B. $3rad/s$ C. $4rad/s$ D. $5\sqrt{3}rad/s$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lời giải

$$\begin{cases} A = \Delta l_0 = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \\ \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{g^2 \sin^2 \alpha}{\omega^4} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g^2 \sin^2 \alpha - a^2}{v^2}} = 4(rad/s)$$

Chú ý: Chiều dài lò xo ở vị trí cân bằng, ở vị trí có li độ x (chọn chiều trục Ox hướng xuống), ở vị trí cao nhất và ở vị trí thấp nhất: $l_{cb} = l_0 + \Delta l_0$

$$\left. \begin{array}{l} l = l_{cb} + x \Rightarrow x = l - l_{cb} \\ l_{\min} = l_{cb} - A \Rightarrow A = l_{cb} - l_{\min} \\ l_{\max} = l_{cb} + A \Rightarrow A = l_{\max} - l_{cb} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{kx^2}{2} \\ W_d = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} \end{cases}$$

Ví dụ 11: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng (coi gia tốc trọng trường $10m/s^2$) quả cầu có khối lượng 120 g. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 20 cm và độ cứng 40 N/m. Từ vị trí cân bằng, kéo vật thẳng đứng, xuống dưới tới khi lò xo dài 26,5 cm rồi buông nhẹ cho nó dao động điều hòa. Động năng của vật lúc lò xo dài 25 cm là

- A. 24,5 mJ. B. 22 mJ. C. 12 mJ. D. 16,5 mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Lời giải

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,12 \cdot 10}{40} = 0,03(m)$$

$$l_{cb} = l_0 + \Delta l_0 = 0,23(m)$$

$$A = l_{\max} - l_{cb} = 0,265 - 0,23 = 0,035(m)$$

$$x = l - l_{cb} = 0,25 - 0,23 = 0,02(m)$$

$$W_d = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{40}{2}(0,035^2 - 0,02^2) = 16,5 \cdot 10^{-3} (J)$$

Chú ý : Trường hợp vật ở trên, lúc này khi vật ở VTCB, lò xo bị nén: Δl_0

– Nếu $A \leq \Delta l_0$ thì trong quá trình dao động lò xo luôn luôn bị nén

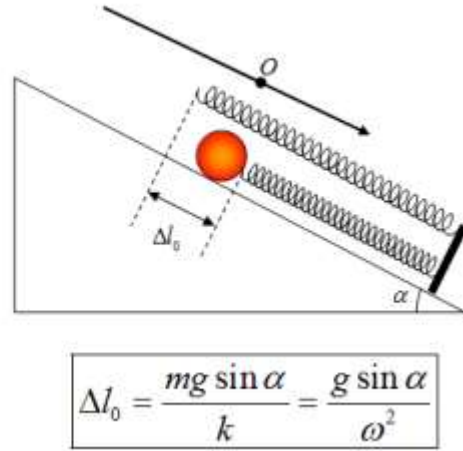
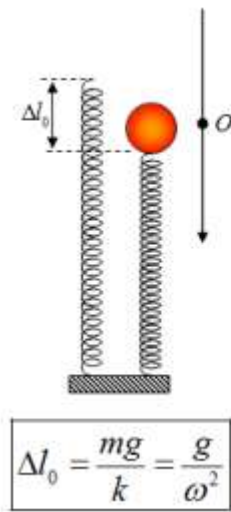
+ nén nhiều nhất: $(A + \Delta l_0)$

+ nén ít nhất: $(\Delta l_0 - A)$

– Nếu $A > \Delta l_0$ thì khi ở vị trí

+ thấp nhất lò xo nén nhiều nhất: $A + \Delta l_0$.

+ cao nhất lò xo dãn nhiều nhất: $A - \Delta l_0$.



Ví dụ 12: Một lò xo đặt thẳng đứng, đầu dưới cố định, đầu trên gắn vật, sao cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ là 5 cm. Lò xo có độ cứng 80 (N/m), vật nặng có khối lượng 200 (g), lấy gia tốc trọng trường $10(m/s^2)$. Độ dãn cực đại của lò xo khi vật dao động là

- A. 3 cm. B. 7,5 cm C. 2,5 cm D. 8 cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lời giải

Độ nén lò xo ở vị trí cân bằng: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{80} = 0,025(m) = 2,5(cm)$

Độ dãn cực đại của lò xo: $A - \Delta l_0 = 2,5(cm)$

Ví dụ 13: Con lắc lò xo gồm vật khối lượng 1 kg, lò xo độ cứng $k = 100$ N/m đặt trên mặt phẳng nghiêng góc 30° (đầu dưới lò xo gắn cố định, đầu trên gắn vật). Đưa vật đến vị trí lò xo bị nén 2 cm rồi buông tay không vận tốc đầu thì vật dao động điều hoà. Lấy $g = 10m/s^2$. Lực tác dụng do tay tác dụng lên vật ngay trước khi buông tay và động năng cực đại của vật lần lượt là

- A. 5 N và 125 mJ B. 2 N và 0,02 J. C. 3 N và 0,45 J. D. 3 N và 45 mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Lời giải

Độ nén lò xo ở vị trí cân bằng: $\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = 5cm$

$$\text{Biên độ: } A = \Delta l_0 - \Delta l = 5 - 2 = 3\text{cm}$$

$$F = kA = 100.0,03 = 3\text{N}$$

$$W_{d\max} = W = \frac{kA^2}{2} = \frac{100.0,03^2}{2} = 0,045\text{(J)}$$

Ví dụ 14: Một con lắc lò xo đang cân bằng trên mặt phẳng nghiêng một góc 37° so với phương ngang. Tăng góc nghiêng thêm 16° thì khi cân bằng lò xo dài thêm 2 cm. Bỏ qua ma sát và lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Tần số góc dao động riêng của con lắc là

- A. 12,5 rad/s. B. 9,9 rad/s C. 15 rad/s. D. 5 rad/s

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

$$\text{Độ biến dạng lò xo ở vị trí cân bằng: } \begin{cases} \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \\ \Delta l'_0 = \frac{mg \sin \alpha'}{k} = \frac{g \sin \alpha'}{\omega^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta l'_0 - \Delta l = \frac{g \sin \alpha'}{\omega^2} - \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \Rightarrow 0,02 = \frac{10(\sin 53^\circ - \sin 37^\circ)}{\omega^2}$$

$$\omega = 9,9\text{(rad/s)}$$

Câu 15: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có O là điểm trên cùng, M và N là 2 điểm trên lò xo sao cho khi chưa biến dạng chúng chia lò xo thành 3 phần bằng nhau có chiều dài mỗi phần là 8cm ($ON > OM$) Khi vật treo đi qua vị trí cân bằng thì đoạn $ON = 68/3\text{(cm)}$. Gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Tần số góc của dao động riêng này là

- A. $2,5\text{rad/s}$ B. 10rad/s C. $10\sqrt{2}\text{rad/s}$ D. 5rad/s

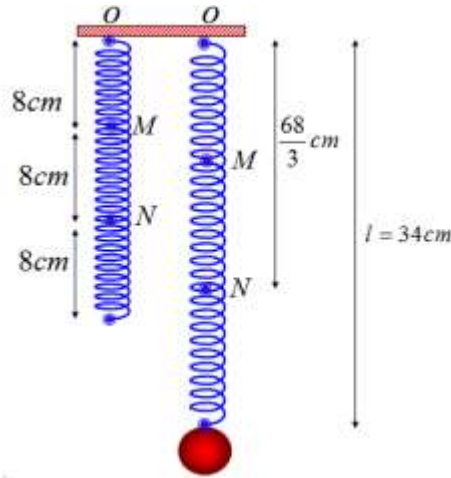
Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

$$\text{Độ giãn của lò xo ở vị trí cân bằng: } \Delta l_0 = 34 - 8.3 = 10\text{(cm)} = 0,1\text{(m)}$$

$$\text{Mà } k\Delta l_0 = mg$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = 10 \text{ (rad / s)}$$

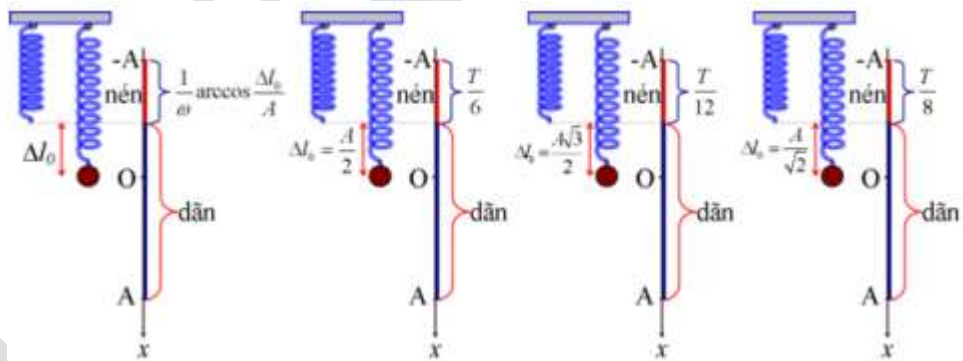


2. Bài toán liên quan đến thời gian lò xo nén, dãn

Nếu $A \leq \Delta l_0$ thì trong quá trình dao động lò xo luôn luôn dãn. Vì vậy, ta chỉ xét trường hợp $A > \Delta l_0$.

Trong 1 chu kỳ

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Thời gian lò xo nén là: } t_{\text{nén}} = 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} \\ \text{Thời gian lò xo dãn là: } t_{\text{dãn}} = T - 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = T - \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} \end{array} \right.$$



Kinh nghiệm: Trong các đề thi hiện hành phổ biến là trường hợp $\Delta l_0 = A/2$. Lúc này, trong 1 chu kỳ, thời gian lò xo nén là $T/3$ và thời gian lò xo dãn là $2T/3$.

Ví dụ 1: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, độ cứng 20 (N/m), vật nặng khối lượng 200 (g) dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với biên độ 15 (cm), lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Trong một chu kỳ, thời gian lò xo nén là

- A. 0,460 s. B. 0,084 s. C. 0,168 s. D. 0,230 s

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

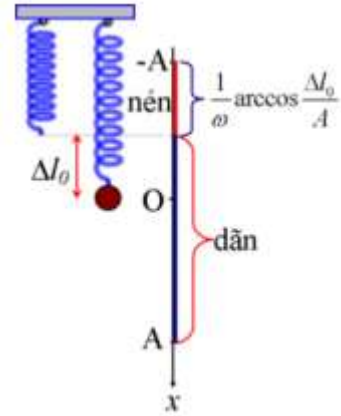
Lời giải

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{20} = 0,1(m)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10(rad/s)$$

Trong 1 chu kỳ thời gian lò xo nén là:

$$t_{nén} = 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = 2 \frac{1}{10} \arccos \frac{0,1}{0,15} \approx 0,168(s)$$



Ví dụ 2: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, từ vị trí cân bằng kéo vật xuống dưới theo trục của lò xo với vị trí lò xo dãn 7,5 cm rồi thả nhẹ cho nó dao động điều hòa, sau khoảng thời gian ngắn nhất $\pi/60(s)$ thì gia tốc của vật bằng 0,5 gia tốc ban đầu. Lấy gia tốc trọng trường $10(m/s^2)$. Thời gian mà lò xo bị nén trong một chu kỳ là

- A. $\pi/20(s)$ B. $\pi/60(s)$ C. $\pi/30(s)$ D. $\pi/15(s)$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Lời giải

Lúc đầu $x = A$ sau đó gia tốc còn một nửa, tức $x = 0,5A$

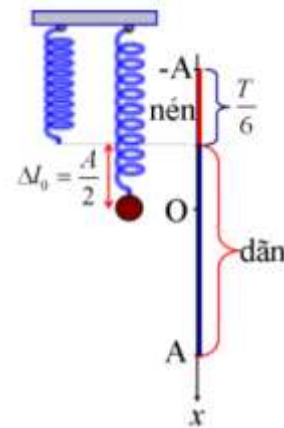
$$t_{A \rightarrow 0,5A} = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{60} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10}(s)$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 20(rad/s)$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 2,5(cm)$$

$$\Rightarrow A = \Delta l_{max} - \Delta l_0 = 5(cm)$$

Thời gian nén trong một chu kỳ: $t_{nén} = 2 \frac{T}{6} = \frac{\pi}{30}(s)$



Ví dụ 3: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng lò xo có độ cứng 100 N/m, vật dao động có khối lượng 100 g, lấy gia tốc trọng trường $g = \pi^2 = 10m/s^2$. Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống một đoạn 1 cm rồi truyền cho vật vận tốc đầu $10\pi\sqrt{3}(cm/s)$ hướng thẳng đứng thì vật dao động điều hòa. Thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ là

- A. $1/15(s)$ B. $1/30(s)$ C. $1/6(s)$ D. $1/3(s)$

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \text{ (rad / s)} \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 2 \text{ (cm)}$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,01 \text{ (m)} = 1 \text{ (cm)} = \frac{A}{2}$$

Thời gian lò xo bị nén trong một chu kì là

$$t_{\text{nén}} = 2 \frac{T}{6} = \frac{1}{3} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{15} \text{ (s)}$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ nặng $m = 100 \text{ g}$ dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 6 cm , chu kì $T = \pi/5 \text{ (s)}$ tại nơi có $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính thời gian trong một chu kì, lực đàn hồi có độ lớn không nhỏ hơn $1,3 \text{ N}$.

- A. $0,21 \text{ s}$. B. $0,18 \text{ s}$ C. $0,15 \text{ s}$. D. $0,12 \text{ s}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ (rad / s)} \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,1 \text{ (m)} = 10 \text{ (cm)} > A = 6 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{lò xo luôn dãn}$$

Khi lực đàn hồi $1,3 \text{ N}$ thì lò xo dãn một đoạn:

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{F}{m\omega^2} = \frac{1,3}{0,1 \cdot 100} = 0,13 \text{ (m)} \text{ Tức là } x = \Delta l - \Delta l_0 = 3 \text{ (cm)}$$

Trong 1 chu kỳ, thời gian vật có li độ ≥ 3 :

$$t = 2 \frac{\arccos \frac{x}{A}}{\omega} = 2 \frac{\arccos \frac{3}{6}}{10} = \frac{\pi}{15} \approx 0,21 \text{ (s)}$$

Ví dụ 5 (ĐH–2008) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là $0,4 \text{ s}$ và 8 cm . Chọn trục $x'x$ thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian $t = 0$ khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$ và $\pi^2 = 10$. Thời gian ngắn nhất kể từ khi $t = 0$ đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

- A. $4/15 \text{ (s)}$ B. $7/30 \text{ (s)}$ C. $3/10 \text{ (s)}$ D. $1/30 \text{ (s)}$

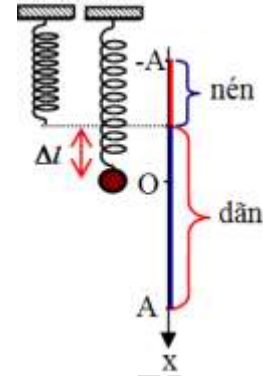
Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Lời giải

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2} g = 0,04m = 4cm = \frac{A}{2}$$

Thời gian từ $x = 0 \rightarrow x = +A \rightarrow x = 0 \rightarrow x = -\frac{A}{2}$ là:

$$\frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{7}{30} s$$



Ví dụ 6: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng $m = 100 \text{ g}$ treo vào một lò xo nhẹ có độ cứng $k = 25 \text{ N/m}$. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn 2 cm , rồi truyền cho nó vận tốc $10\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$ theo phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên. Biết vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Cho $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$. Xác định khoảng thời gian từ lúc bắt đầu dao động đến lúc vật qua vị trí mà lò xo dãn 2 cm lần đầu tiên.

A. $1/20s$

B. $1/60s$

C. $1/30s$

D. $1/15s$

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Lời giải

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{25}} = 0,4 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \text{ (rad/s)}$$

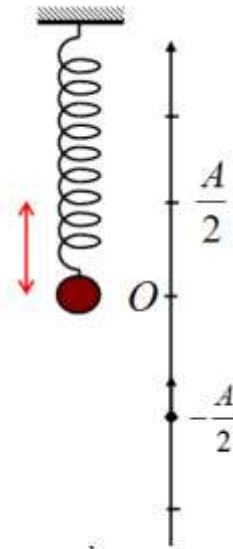
$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{2^2 + \frac{(10\pi\sqrt{3})^2}{(5\pi)^2}} = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,04m = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Lò xo dãn } 2 \text{ cm thì: } x = 2 \text{ cm} = \frac{A}{2}$$

Thời gian từ $x_0 = -\frac{A}{2} \rightarrow x = 0 \rightarrow x = \frac{A}{2}$ là:

$$\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{1}{15} s$$



Ví dụ 7: Treo một vật vào một lò xo thì nó dãn 4 cm . Từ vị trí cân bằng, nâng vật theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo bị nén 4 cm và thả nhẹ tại thời điểm $t = 0$ thì vật dao

động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Lấy $g = \pi^2 m/s^2$. Hãy xác định thời điểm thứ 147 lò xo có chiều dài tự nhiên.

- A. 29,27 s. B. 27,29 s. C. 28,26 s. D. 26,28 s

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

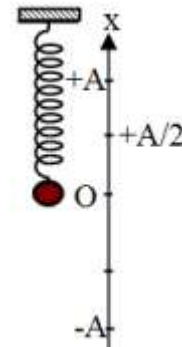
$$0,04(m) = \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{4\pi^2} T^2 \Rightarrow T = 0,4(s)$$

$$A = 8cm \Rightarrow \text{lò xo không biến dạng thì } x = 4cm = \frac{A}{2}$$

$$\text{Thời gian từ } x_0 = A \rightarrow x = \frac{A}{2} \text{ lần thứ nhất là } t_1 = \frac{T}{6}$$

$$\text{Và lần thứ hai là } t_2 = \frac{5T}{6}$$

$$\text{Lần thứ 147 là: } t_{2,73+1} = 73T + t_1 = 73T + \frac{T}{6} = \frac{439T}{6} \approx 29,27(s)$$



Ví dụ 8: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, gồm lò xo độ cứng 100 (N/m) và vật nặng khối lượng 100 (g). Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới làm lò xo dãn 3 (cm), rồi truyền cho nó vận tốc $20\pi\sqrt{3}(cm/s)$ hướng lên. Chọn trục toạ độ thẳng đứng hướng xuống, gốc toạ độ là vị trí cân bằng, gốc thời gian lúc truyền vận tốc. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10(m/s^2); \pi^2 = 10$. Trong khoảng thời gian $1/3$ chu kì quãng đường vật đi được kể từ thời điểm $t = 0$ là

- A. 5,46 (cm). B. 7,46 (cm). C. 6,00 (cm).

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_0 &= \frac{mg}{k} = 1(cm) \\ x_0 &= \Delta l - \Delta l_0 = 2(cm) \\ v_0 &= -20\pi\sqrt{3}(cm/s) \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi(rad/s) \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 4(cm)$$

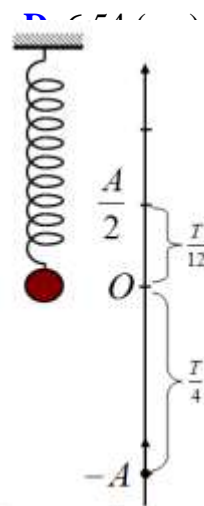
$$S = 0,5A + A = 10(cm)$$

Chú ý: Trường hợp vật ở trên thì ngược lại.

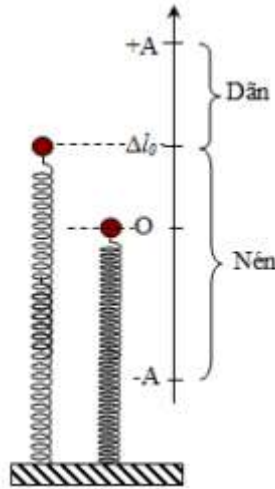
Nếu $A \leq \Delta l_0$ thì trong quá trình dao động lò xo luôn luôn nén. Vì vậy, ta chỉ xét trường hợp $A > \Delta l_0$. Trong 1 chu kì:

Thời gian lò xo nén là: $t_{\text{dãn}} = 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A}$

Thời gian lò xo dãn là: $t_{\text{nén}} = T - 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = T - \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A}$



{



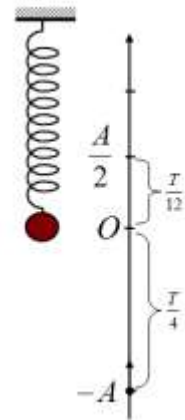
Ví dụ 9: Một lò xo đặt thẳng đứng, đầu dưới cố định, đầu trên gắn vật, sao cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ là A , với chu kì 3 (s). Độ nén của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là $A/2$. Thời gian ngắn nhất kể từ khi vật ở vị trí thấp nhất đến khi lò xo không biến dạng là

- A.** 1 (s) **B.** 1,5 (s) **C.** 0,75 (s) **D.** 0,5 (s)

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Lời giải

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \Delta l_0 = \frac{A}{2} : \text{Lò xo không biến dạng} \\ x_2 = -A : \text{Lò xo nén nhiều nhất} \end{array} \right.$$



Thời gian ngắn nhất đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ đến $x_2 = -A$ là $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T}{3} = 1$ (s)