

Chủ đề 2: CON LẮC Lò XÒ

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CẮT GHÉP Lò XÒ

Ta xét các bài toán

+ Cắt lò xo

+ Ghép lò xo

1) Cắt lò xo

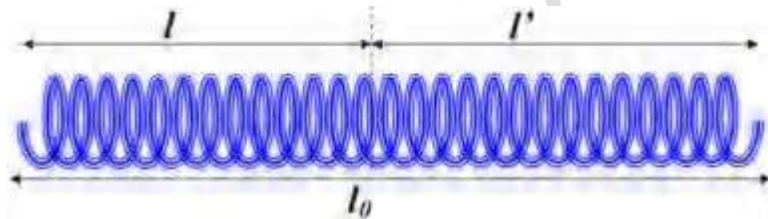
Phương pháp giải

Giả sử lò xo có cấu tạo đồng đều, chiều dài tự nhiên l_0 , độ cứng k_0 , được cắt thành các lò xo khác nhau

$$k = E \cdot \frac{S}{l} \Rightarrow kl = ES = \text{const}$$

$$\begin{cases} k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n \\ l_0 = l_1 + l_2 + \dots + l_n \end{cases}$$

Nếu cắt thành 2 lò xo thì $k_0 l_0 = kl = k'l' \Rightarrow \begin{cases} k = k_0 \frac{l_0}{l} \\ k' = k_0 \frac{l_0}{l'} \end{cases}$



Nếu lò xo được cắt thành n phần bằng nhau

$$l_1 = l_2 = \dots = l_n = \frac{l_0}{n} \Rightarrow k_1 = k_2 = \dots = k_n = nk_0 \begin{cases} \omega, f \text{ tăng } \sqrt{n} \text{ lần} \\ T \text{ giảm } \sqrt{n} \text{ lần} \end{cases}$$

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng m và lò xo có độ cứng k , dao động điều hòa. Nếu cắt bớt một nửa chiều dài của lò xo và giảm khối lượng m đi 8 lần thì chu kỳ dao động của vật sẽ

- A. tăng 2 lần. B. giảm 2 lần. C. giảm 4 lần. D. tăng 4 lần.

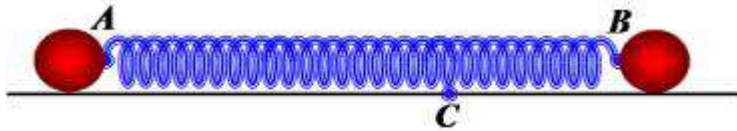
Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$kl = k'l' \Rightarrow k = k \frac{l}{l'} = 2k \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m'}{k'}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \sqrt{\frac{k}{k'}} = \sqrt{\frac{1}{8}} \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}.$$

Ví dụ 2: Hai đầu A và B của lò xo gắn hai vật nhỏ có khối lượng m và 3m. Hệ có thể dao động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Khi giữ cố định điểm C trên lò xo thì chu kỳ dao động của hai vật bằng nhau. Tính tỉ số $\frac{CB}{AB}$ khi lò xo không biến dạng.

- A. 4. B. $\frac{1}{3}$. C. 0,25. D. 3.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C



$$1 = \frac{T_{AC}}{T_{CB}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_{AC}}{k_{AC}}}}{2\pi\sqrt{\frac{m_{CB}}{k_{CB}}}} = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{k_{CB}}{k_{AC}}} = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{AC}{CB}} \Rightarrow AC = 3CB \Rightarrow \frac{CB}{AB} = \frac{1}{4}.$$

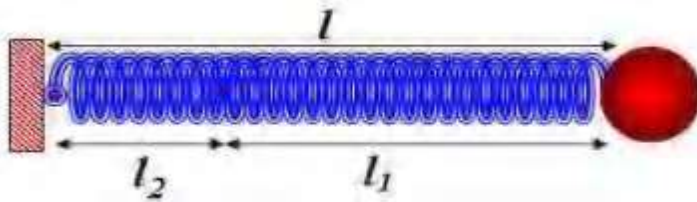
Ví dụ 3: Biết độ dài tự nhiên của lò xo treo vật nặng là 25cm. Nếu cắt bỏ 9 cm lò xo thì chu kỳ dao động riêng của con lắc:

- A. Giảm 25%. B. Giảm 20%. C. Giảm 18%. D. Tăng 20%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{k}{k'}} = \sqrt{\frac{l}{l'}} = \frac{4}{5} = 80\% \Rightarrow \text{Giảm } 100\% - 80\% = 20\%.$$

Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng, giữ cố định một điểm trên lò xo thì sẽ không làm thay đổi cơ năng của hệ:



$$\begin{cases} k_1 l_1 = kl \Rightarrow k_1 = k \frac{l}{l_1} \Rightarrow f_1 = f \sqrt{\frac{l}{l_1}} \\ \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A_1 = A \sqrt{\frac{k}{k_1}} = A \sqrt{\frac{l_1}{l}} \end{cases}$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hoà với biên độ A. Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo lại. Bắt đầu từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hoà với biên độ là

- A. $\frac{A}{\sqrt{2}}$. B. 2A. C. $\frac{A}{2}$. D. $A\sqrt{2}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} \text{Nối cùng của lò xo còn lại: } k_1 l_1 = kl \Rightarrow k_1 = 2k \\ \text{Cơ năng dao động không thay đổi: } \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{A}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Ví dụ 5: Con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hoà với biên độ A, dọc theo phương trùng với trục của lò xo. Khi vật nặng chuyển động qua vị trí cân bằng thì giữ cố định điểm I trên lò xo cách điểm cố định của lò xo một đoạn bằng b thì sau đó vật sẽ tiếp tục dao động điều hoà với biên độ bằng $0,5A\sqrt{3}$. Chiều dài tự nhiên của lò xo lúc đầu là

- A. $\frac{4b}{3}$. B. 4b. C. 2b. D. 3b.

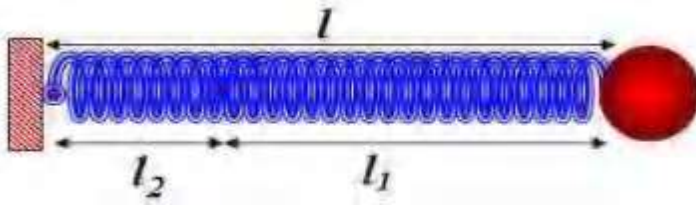
Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\begin{cases} \text{Cơ năng dao động không thay đổi: } \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{k}{k_1} = \frac{3}{4} \\ \text{Max } k_1 l_1 = kl \Rightarrow l_1 = l \frac{k}{k_1} = \frac{3l}{4} \Rightarrow b = \frac{l}{4} \Rightarrow l = 4b \end{cases}$$

Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí li độ x, giữ cố định một điểm trên lò xo

thì thế năng bị nhốt $W_{nhot} = \frac{l_2}{l} \frac{kx^2}{2}$ nên cơ năng còn lại:

$$W = W - W_{nhot} \Leftrightarrow \boxed{\frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{l_2}{l} \frac{kx^2}{2}} \left(k_1 l_1 = kl \Rightarrow k_1 = k \frac{l}{l_1} \right)$$



Ví dụ 6: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 8 cm rồi thả nhẹ, khi vật cách vị trí cân bằng 4 cm thì người ta giữ cố định một phần ba chiều dài của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật

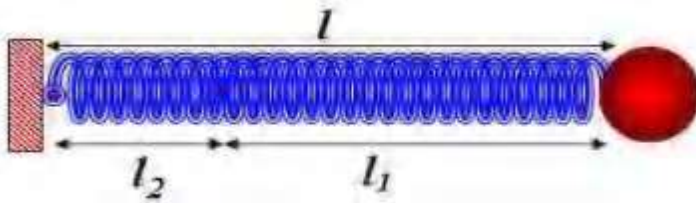
- A. $\sqrt{22}$ cm B. 4 cm. C. 6,25 cm. D. $2\sqrt{7}$ cm

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Phần thế năng bị nhốt: $W_{nhốt} = \frac{l_2}{l} \frac{kx^2}{2}$

Cơ năng còn lại: $W' = W - W_{nhốt} \Leftrightarrow \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{l_2}{l} \frac{kx^2}{2}$

$$A_1 = \sqrt{\frac{k}{k_1} A^2 - \frac{l_2}{l} \frac{k}{k_1} x^2} \begin{cases} \frac{k}{k_1} = \frac{l_1}{l} = \frac{2}{3} \\ \frac{l_2}{l} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow A_1 = \sqrt{\frac{2}{3} 8^2 - \frac{1}{3} 4^2} \approx 6,25 (cm).$$



Ví dụ 7: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang gồm lò xo có độ cứng 100 N/m và vật dao động nặng 0,1 kg. Khi $t = 0$ vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 40π (cm/s). Đến thời điểm $t = \frac{1}{30}$ s người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật

- A. $\sqrt{5}$ cm. B. 4 cm. C. 2 cm. D. $2\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

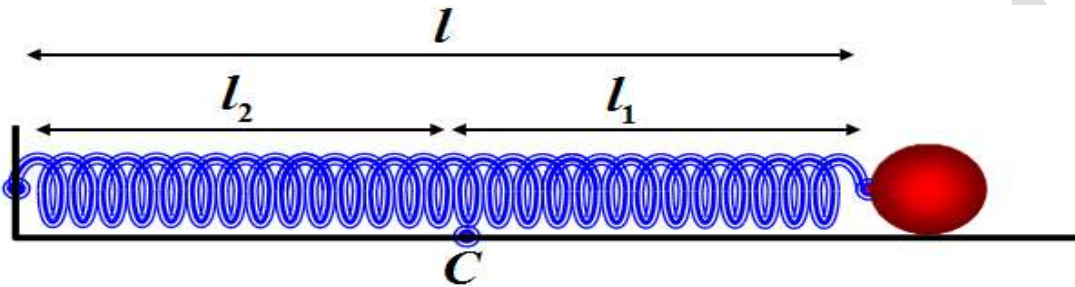
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2 (s); \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi (rad/s) \Rightarrow A = \frac{v_{cb}}{\omega} = 4 (cm)$$

$$t = \frac{1}{30} s = \frac{T}{6} \Rightarrow x = \frac{A\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} (cm)$$

Phần thế năng bị nhốt: $W_{nhot} = \frac{l_2}{l} \frac{kx^2}{2}$

Cơ năng còn lại: $W' = W - W_{nhot} \Leftrightarrow \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{l_2}{l} \frac{kx^2}{2}$

$$A_1 = \sqrt{\frac{k}{k_1} A^2 - \frac{l_2}{l} \frac{k}{k_1} x^2} \begin{cases} \frac{k}{k_1} = \frac{l_1}{l} = \frac{1}{2} \\ \frac{l_2}{l} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A_1 = \sqrt{\frac{1}{2} 4^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{2} (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{5} (cm).$$



Ví dụ 8: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang gồm lò xo có độ cứng 100 N/m và vật dao động nặng 0,1 kg. Khi $t = 0$ vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 40π (cm/s). Đến thời điểm $t = 0,15$ s người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật

- A. $\sqrt{5}$ cm. B. 4 cm. C. 2 cm. D. $2\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2 (s); \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi (rad/s) \Rightarrow A = \frac{v_{cb}}{\omega} = 4 (cm)$$

$$K = 2k$$

$$t = 0,15s = \frac{3T}{4} \Rightarrow x = \pm A \Rightarrow W_t = W$$

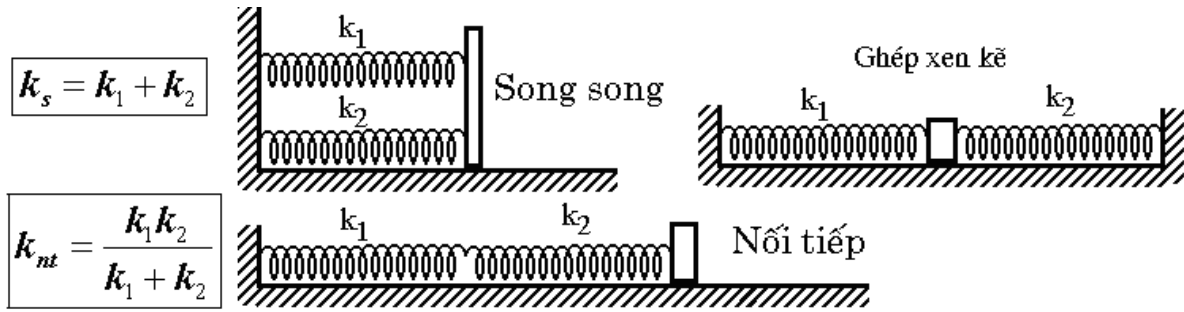
Phần thế năng này chia đều cho 2 nửa, phần thế năng bị nhốt là $0,5W$

$$C\text{ơ năng còn lại: } W' = W - 0,5W = 0,5W \Leftrightarrow \frac{K A'^2}{2} = 0,5 \frac{kA^2}{2}$$

$$A' = \sqrt{0,5} \sqrt{\frac{k}{K}} A = 2 (cm).$$

2. Ghép lò xo

Phương pháp giải



* Ghép nối tiếp $\frac{1}{k_{nt}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$

* Ghép song song $k_s = k_1 + k_2 + \dots$

* Nếu một vật có khối lượng m lần lượt liên kết với các lò xo khác nhau thì hệ thức liên hệ:

$$\begin{cases} T_{nt}^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots \\ \frac{1}{T_s^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{f_{nt}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} + \dots \\ f_s^2 = f_1^2 + f_2^2 + \dots \end{cases}$$

Ví dụ 1: Khi treo vật có khối lượng m lần lượt vào các lò xo 1 và 2 thì tần số dao động của các con lắc lò xo tương ứng là 3 Hz và 4 Hz. Nối 2 lò xo với nhau thành một lò xo rồi treo vật nặng m thì tần số dao động là

- A. 5,0 Hz. B. 2,2 Hz. C. 2,3 Hz. D. 2,4Hz.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$\begin{cases} f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m}} \\ f_{nt} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_{nt}^2} \Rightarrow f_{nt} = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} = 2,4 \text{ (Hz)}$$

Ví dụ 2: Một vật treo vào hệ gồm n lò xo giống nhau ghép nối tiếp thì chu kỳ dao động lần lượt là T . Nếu vật đó treo vào hệ n lò xo đó mắc song song thì chu kỳ dao động là

- A. $T\sqrt{n}$. B. $\frac{T}{\sqrt{n}}$. C. $\frac{T}{n}$. D. nT .

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\begin{cases} T_{nt}^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2 \\ \frac{1}{T_s^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2} \end{cases} \Leftrightarrow T_{nt}^2 \frac{1}{T_s^2} = n^2 \Rightarrow T_s = \frac{T_{nt}}{n} = \frac{T}{n}$$

Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng, ghép thêm lò xo thì sẽ không làm thay đổi cơ năng của hệ:

$$\frac{k_s A_s^2}{2} = \frac{k_t A_t^2}{2} \Rightarrow A_s = A_t \sqrt{\frac{k_t}{k_s}} \begin{cases} \frac{1}{k_{nt}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots \\ k_s = k_1 + k_2 + \dots \end{cases}$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ 8 cm, đúng lúc nó qua vị trí cân bằng thì người ta ghép nối tiếp thêm một lò xo giống hệt lò xo của nó. Tính biên độ dao động mới của vật

- A.** $8\sqrt{2}$ cm. **B.** 4 cm. **C.** $4\sqrt{3}$ cm. **D.** $4\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\begin{cases} \text{Năng lượng tổng năng của hệ lò xo sau: } \frac{1}{k_s} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} \Rightarrow k_s = \frac{k}{2} \\ \text{Cơ năng dao động không thay đổi } \frac{k_s A_s^2}{2} = \frac{k A^2}{2} \Rightarrow A_s = 8\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{cases}$$

Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí có li độ x , một lò xo không còn tham gia dao động thì phần năng lượng bị mất đúng bằng thế năng đàn hồi của lò xo bị mất.

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A. Lò xo của con lắc gồm n lò xo ghép song song. Khi vật nặng cách vị trí cân bằng một đoạn $\frac{A}{n}$ thì một lò xo không còn tham gia dao động. Tính biên độ dao động mới.

A. $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{n}$. **B.** $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{2n}$. **C.** $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 - n + 1}}{n}$. **D.** $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 - n + 1}}{2n}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Phần thế năng đàn hồi chứa trong lò xo bị mất: $W_{mat} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2n^2}$. Đây chính là phần cơ năng

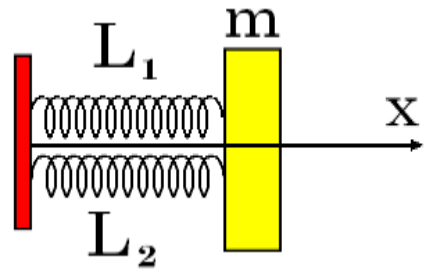
bị giảm:

$$W_t - W_s = W_{mat} \Rightarrow \frac{k_t A^2}{2} - \frac{k_s A_s^2}{2} = \frac{kA^2}{2n^2} \text{ mà } \begin{cases} k_t = nk \\ k_s = (n-1)k \end{cases} \text{ nên suy ra: } A_s = A \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{n}$$

Chú ý: Khi cơ hệ có nhiều lò xo, tại vị trí cân bằng của vật hợp lực tác dụng lên vật bằng 0, từ đó ta biết được trạng thái của các lò xo dãn hay nén.

Ví dụ 5: Một hệ gồm 2 lò xo L_1, L_2 có độ cứng $k_1 = 60$

N/m, $k_2 = 40$ N/m một đầu gắn cố định, đầu còn lại gắn vào vật m có thể dao động điều hoà theo phương ngang như hình vẽ. Khi ở trạng thái cân bằng lò xo L_1 bị nén 2 cm. Lực đàn hồi của lò xo L_2 tác dụng vào m khi vật có li độ 1 cm là



- A. 1,6 N. B. 2,2 N. C. 0,8 N. D. 1,0 N.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

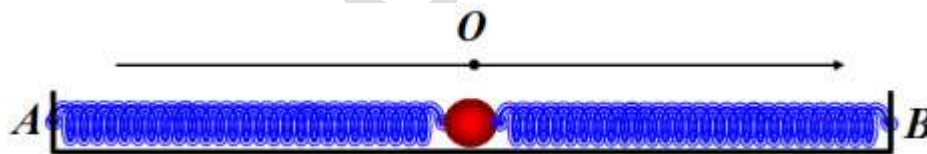
$$\text{Tại VTCB: } k_1 \Delta l_{01} = k_2 \Delta l_{02} \Rightarrow \Delta l_{02} = \frac{k_1}{k_2} \Delta l_{01} = 3 \text{ cm} \begin{cases} \text{Lò xo 1 nén 2 cm} \\ \text{Lò xo 2 dãn 3 cm} \end{cases}$$

$$\text{Khi } x=1 \text{ cm thì } \begin{cases} \text{Lò xo 1 nén 1 cm} \\ \text{Lò xo 2 dãn 4 cm} \end{cases} \Rightarrow F_2 = k_2 (\Delta l_{02} + x) = 40 \cdot 0,04 = 1,6 \text{ (N)} .$$

Ví dụ 6: Một lò xo nhẹ có độ cứng 120 N/m được kéo căng theo phương nằm ngang và hai đầu gắn cố định A và B sao cho lò xo dãn 10 cm. Một chất điểm có khối lượng m được gắn vào điểm chính giữa của lò xo. Kích thích để m dao động nhỏ theo trục Ox trùng với trục của lò xo. Gốc O ở vị trí cân bằng chiều dương từ A đến B. Tính độ lớn lực tác dụng vào A khi m có li độ 3 cm.

- A. 19,2 N. B. 3,2 N. C. 9,6 N. D. 2,4 N.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A



$$\begin{cases} \Delta l_{01} = \Delta l_{02} = 0,05 \text{ (m)} \\ k_1 = k_2 = \frac{k_0 l_0}{l_1} = 2k_0 = 240 \text{ (N/m)} \\ F_1 = k_1 (\Delta l_{01} + x) = 240 \cdot 0,08 = 19,2 \text{ (N)} \end{cases}$$

Ví dụ 7: Một lò xo có chiều dài tự nhiên 25 cm, có khối lượng không đáng kể, được dùng để treo vật, khối lượng $m = 200$ g vào điểm A. Khi cân bằng lò xo dài 33 cm, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Dùng hai lò xo như trên để treo vật m vào hai điểm cố định A và B nằm trên đường thẳng đứng, cách nhau 72 cm. VTCB O của vật cách A một đoạn:

A. 30 cm.

B. 35 cm.

C. 40 cm.

D. 50 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$k = \frac{mg}{\Delta l_0} = \frac{0,2 \cdot 10}{0,08} = 25(N/m) \begin{cases} \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,22 \\ \Delta l_1 - \Delta l_2 = \frac{mg}{k} = 0,08 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta l_1 = 0,15m \\ \Delta l_2 = 0,07m \end{cases}$$

$$\Rightarrow OA = 25 + 15 = 40(cm).$$

hoc360.net