CHƯƠNG I : MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP

§3: TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

A.TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tập hợp

• **Tập hợp** là một khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa.

• **Cách xác định tập hợp:**

+ Liệt kê các phần tử: viết các phần tử của tập hợp trong hai dấu móc { … }.

+ Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

• **Tập rỗng:** là tập hợp không chứa phần tử nào, kí hiệu $\varnothing$.

2. Tập hợp con – Tập hợp bằng nhau

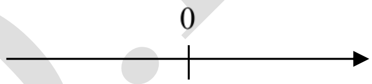
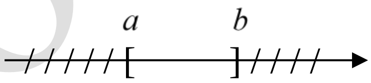
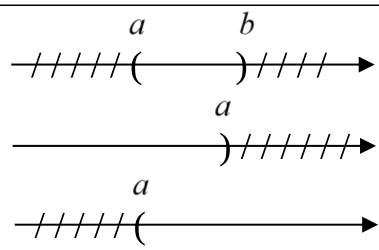
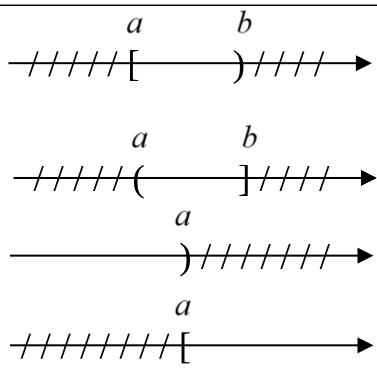
• $A \subset B \Leftrightarrow \quad \forall x \in A \Rightarrow x \in B$

Các tính chất:

+ $A \subset A, \forall A$ + $\varnothing \subset A, \forall A$ + $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$

• $A = B \Leftrightarrow (A \subset B$ và $B \subset A) \Leftrightarrow \quad \forall x, x \in A \Leftrightarrow x \in B$

3. Một số tập con của tập hợp số thực

Tên gọi, ký hiệu	Tập hợp	Hình biểu diễn
Tập số thực $-\infty;+\infty$	$\mathbb{R}$	
Đoạn $\left[a\ ;\ b\right]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$	
Khoảng $a\ ;\ b$ Khoảng $(-\infty;\ a)$ Khoảng $(a\ ;\ +\infty)$	$\{x \notin \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
Nửa khoảng $\left[a\ ;\ b\right.$ Nửa khoảng $\left.a\ ;\ b\right]$ Nửa khoảng $(-\infty;\ a]$ Nửa khoảng $[a\ ;+\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$ $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x \le a\}$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$	

4. Các phép toán tập hợp

• Giao của hai tập hợp: $A \cap B \Leftrightarrow \{x \mid x \in A$ và $x \in B\}$

• Hợp của hai tập hợp: $A \cup B \Leftrightarrow \{x \mid x \in A$ hoặc $x \in B\}$

• Hiệu của hai tập hợp: $A \setminus B \Leftrightarrow \{x \mid x \in A$ và $x \notin B\}$

Phần bù: Cho $B \subset A$ thì $C_A B = A \setminus B$.

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

➢ **DẠNG TOÁN 1: XÁC ĐỊNH TẬP HỢP VÀ PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP .**

1. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Xác định các tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng

$$A = \quad 0\ ;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4$$

$$B = \quad 0\ ;\ 4;\ 8;\ 12;16$$

$$C = \quad 1;2;4;8;16$$

Lời giải

Ta có các tập hợp A, B, C được viết dưới dạng nêu các tính chất đặc trưng là

$$A = \quad x \in N \mid x \le 4$$

$$B = \{x \in N \mid x \vdots 4 \text{ và } x \le 16\}$$

$$C = \{2^n \mid n \le 4 \text{ và } n \in N\}$$

Ví dụ 2: Cho tập hợp $A = \left\{x \in \mathrm{Z} \mid \dfrac{x^2 + 2}{x} \in \mathrm{Z}\right\}$

a) Hãy xác định tập A bằng cách liệt kê các phần tử

b) Tìm tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3.

Lời giải

a) Ta có $\dfrac{x^2 + 2}{x} = x + \dfrac{2}{x} \in \mathrm{Z}$ với $x \in \mathrm{Z}$ khi và chỉ khi x là ước của 2 hay $x \in \quad -2;-1;0;1;2$

Vậy $A = \quad -2;-1;0;1;2$

b) Tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3 là

Tập không có phần tử nào: $\varnothing$

Tập có một phần tử: $\quad -2 \quad , \quad -1 \quad , \quad 0 \quad , \quad 1 \quad , \quad 2$

Tập có hai phần thử: $\quad -2;-1 \quad , \quad -2;0 \quad , \quad -2;1 \quad , \quad -2;2 \quad , \quad -1;0$

$-1;1 \quad , \quad -1;2 \quad , \quad 0;1 \quad , \quad 0;2 \quad , \quad 1;2 \quad .$

Ví dụ 3: Cho $A = \quad -4;-2;-1;2;3;4$ và $B = \quad x \in \mathrm{Z} \,\|x| \le 4$. Tìm tập hợp X sao cho

a) $X \subset B \setminus A$

b) $A \subset X \subset B$

c) $A \cup X = B$ với X có đúng bốn phần tử

Lời giải

Ta có $\begin{cases} |x| \le 4 \\ x \in \mathrm{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \le x \le 4 \\ x \in \mathrm{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \quad -4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4$

Suy ra $B = \quad -4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4$

a) Ta có $B \setminus A = \quad -3;0;1$

Suy ra $X \subset B \setminus A$ thì các tập hợp X là

$\varnothing, \quad -3 \quad , \quad 0 \quad , \quad 1 \quad , \quad -3;0 \quad , \quad -3;1 \quad , \quad 0;1 \quad , \quad -3;0;1$

b) Ta có $\quad -4;-2;-1;2;3;4 \quad \subset X \subset \quad -4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4$ suy ra tập hợp X là

$-4;-2;-1;2;3;4 \quad , \quad -4;-2;-3;-1;2;3;4 \quad , \quad -4;-2;-1;0;2;3;4$

$-4;-2;-1;1;2;3;4 \quad , \quad -4;-2;-3;-1;0;2;3;4 \quad , \quad -4;-2;-3;-1;1;2;3;4$

$-4;-2;-1;0;1;2;3;4 \quad , \quad -4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4$

c) Ta có $A \cup X = B$ với X có đúng bốn phần tử khi đó tập hợp X là
$-4;-3;0;1$, $-3;-2;0;1$, $-3;-1;0;1$, $-3;0;1;2$, $-3;0;1;3$, $-3;0;1;4$

Ví dụ 4: Cho các tập hợp:

$$A = \quad x \in R \mid \; x^2 + 7x + 6 \quad x^2 - 4 \quad = 0$$

$$B = \quad x \in N \mid 2x \le 8$$

$$C = \{2x + 1 \mid x \in Z \text{ và } -2 \le x \le 4\}$$

a) Hãy viết lại các tập hợp A, B, C dưới dạng liệt kê các phần tử
b) Tìm $A \cup B,\; A \cap B,\; B \setminus C,\; C_{A\cup B} \quad B \setminus C$.
c) Tìm $(A \cup C) \setminus B$.

Lời giải

a) • Ta có: $x^2 + 7x + 6 \quad x^2 - 4 \quad = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + 7x + 6 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -6 \end{array}\right. \text{ hoặc } \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Vậy $A = \quad -6;-2;-1;2$

• Ta có $\begin{cases} x \in N \\ 2x \le 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in N \\ x \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \quad 0,1,2,3,4$.

Vậy $B = \quad 0;1;2;3;4$

• Ta có $\begin{cases} x \in Z \\ -2 \le x \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \quad -2,-1,0,1,2,3,4$.

Suy ra $C = \quad -3;-1;1;3;5;7;9$

b) Ta có: $A \cup B = \quad -6;-2;-1;0;1;2;3;4$, $A \cap B = \quad 2$, $B \setminus C = \quad 0;2;4$

$C_{A\cup B} \quad B \setminus C \quad = \quad A \cup B \quad \setminus \quad B \setminus C \quad = \quad -6;-2;-1;1;3$

c) Ta có: $A \cup C = \quad -6;-3;-2;-1;1;2;3;5;7;9$

Suy ra $(A \cup C) \setminus B = \quad -6;-3;-2;-1;5;7;9$

2. Bài tập luyện tập.

Bài 1.27: Xác định các tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng
$A = \quad -4;-3;-2;-1;0\; ;\; 1;\; 2;\; 3;\; 4$, $B = \quad 1\; ;\; 3;\; 5;\; 7;\; 9$, $C = \quad 0;1;4;9;16;25$

Bài 1.28: a) Trong các tập sau đây, tập nào là tập con của tập nào

$A = \quad 1;2;3$ $\qquad\qquad$ $B = \quad n \in N \big| n < 4$

$C = \quad 0;+\infty$ $\qquad\qquad$ $D = \quad x \in R \big| 2x^2 - 7 + 3 = 0$

b) Tìm tất cả các tập X thoả mãn bao hàm thức sau;

$$1;2 \quad \subset X \subset \quad 1;2;3;4;5 \quad .$$

Bài 1.29: Cho tập hợp $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \dfrac{14}{3\sqrt{x} + 6} \in \mathrm{Z} \right\}$

a) Hãy xác định tập A bằng cách liệt kê các phần tử
b) Tìm tất cả các tập con của tập hợp A.

Bài 1.30: Cho $A = \quad x \in \mathbb{R} \mid \; x^4 - 16 \quad x^2 - 1 \quad = 0$ và $B = \quad x \in N \mid 2x - 9 \le 0$.

Tìm tập hợp X sao cho

a) $X \subset B \setminus A$
b) $A \setminus B = X \cap A$ với X có đúng hai phần tử

Bài 1.31: Cho tập $A = \ -1;1;5;8$, B ="Gồm các ước số nguyên dương của 16"

a) Viết tập A dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử.

Viết tập B dưới dạng liệt kê các phần tử.

b) Xác định các phép toán $A \cap B,\ A \cup B,\ A \setminus B$.

Bài 1.32: Cho các tập hợp $E = \{\ x \in N \mid 1 \le x < 7\}$

$A = \{\ x \in N \mid\ \ x^2 - 9\ \ \ x^2 - 5x - 6\ \ = 0\}$ và $B = \{x \in N \mid x$ là số nguyên tố nhỏ hơn $6\}$

a) Chứng minh rằng $A \subset E$ và $B \subset E$
b) Tìm $C_E A$; $C_E B$;$C_E(A \cup B)$
c) Chứng minh rằng : $E \setminus (A \cap B) = \ \ E \setminus A\ \cup\ \ E \setminus B$

➢ **DẠNG TOÁN 2: SỬ DỤNG BIỂU ĐỒ VEN ĐỂ GIẢI TOÁN .**

1. Phương pháp giải.

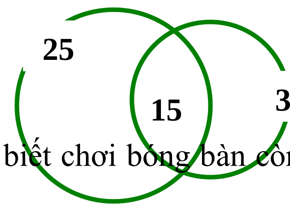
- Chuyển bài toán về ngôn ngữ tập hợp
- Sử dụng biểu đồ ven để minh họa các tập hợp
- Dựa vào biểu đồ ven ta thiết lập được đẳng thức(hoặc phương trình hệ phương trình) từ đó tìm được kết quả bài toán

Trong dạng toán này ta kí hiệu $n\ \ X$ là số phần tử của tập X .

1. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Mỗi học sinh của lớp $10A_1$ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu , 30 em biết chơi cầu lông , 15 em biết chơi cả hai . Hỏi lớp $10A_1$ có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông?Sĩ số lớp là bao nhiêu?

Lời giải



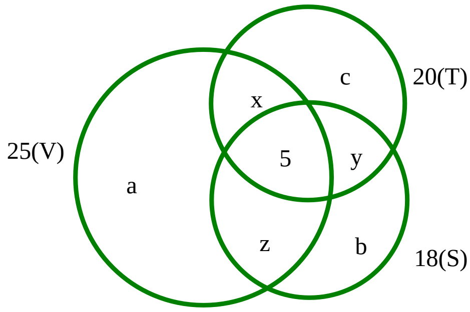
Dựa vào biểu đồ ven ta suy ra số học sinh chỉ biết đá cầu là $25 - 15 = 10$
Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là $30 - 15 = 15$
Do đó ta có sĩ số học sinh của lớp $10A_1$ là $10 + 15 + 15 = 40$
Trong số 220 học sinh khối 10 có 163 bạn biết chơi bóng chuyền, 175 bạn biết chơi bóng bàn còn 24 bạn không biết chơi môn bóng nào cả. Tìm số học sinh biết chơi cả 2 môn bóng.

Ví dụ 2: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Lời giải

Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán;
x là số học sịnh chỉ thích hai môn là văn và toán
y là số học sịnh chỉ thích hai môn là Sử và toán
z là số học sịnh chỉ thích hai môn là văn và Sử
Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$
Sựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+x+z+5=25 & (1) \\ b+y+z+5=18 & (2) \\ c+x+y+5=20 & (3) \\ x+y+z+a+b+c+5=39 & (4) \end{cases}$$



Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có

$a+b+c+2(x+y+z)+15=63$ (5)

Từ (4) và (5) ta có

$a+b+c+2(39-5-a-b-c)+15=63$

$\Leftrightarrow a+b+c=20$

Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Ví dụ 3: Trong lớp $10C_1$ có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn.

Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp

a) Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa

b) Giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc hóa.

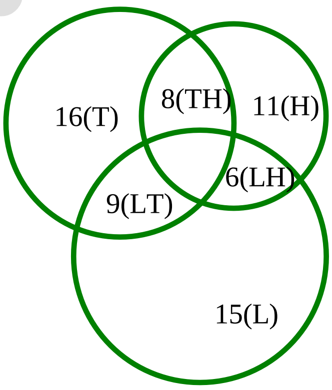
Lời giải

Gọi T, L, H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

B là tập hợp học sinh giỏi đúng hai môn.

Theo giả thiết ta có $n(T)=16$, $n(L)=15$, $n(H)=11$, $n(B)=11$

$n(T\cap L)=9$, $n(L\cap H)=6$, $n(H\cap T)=8$ và



a) Xét tổng $n(T\cap L)+n(L\cap H)+n(H\cap T)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T\cap L\cap H$ được tính ba lần do đó ta có

$n(T\cap L)+n(L\cap H)+n(H\cap T)-3n(T\cap L\cap H)=n(B)$

Hay

$n(T\cap L\cap H)=\frac{1}{3}\left[n(T\cap L)+n(L\cap H)+n(H\cap T)-n(B)\right]=4$ Suy ra có 4 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

b) Xét $n(T\cap L)+n(L\cap T)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T\cap L\cap H$ được tính hai lần do đó số học sinh chỉ giỏi đúng môn toán là

$n(T)-\left[n(T\cap L)+n(H\cap T)-n(T\cap L\cap H)\right]=16-(9+8-4)=3$

Tương tự ta có

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Lý

$n(L)-\left[n(T\cap L)+n(L\cap H)-n(T\cap L\cap H)\right]=15-(9+6-4)=4$

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Hóa

$n(H)-\left[n(H\cap T)+n(L\cap H)-n(T\cap L\cap H)\right]=11-(8+6-4)=1$

Suy ra số học sinh giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc hóa là $3+4+1=8$.

Ví dụ 4. Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 6 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày;

Số ngày mưa và lạnh : 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày.

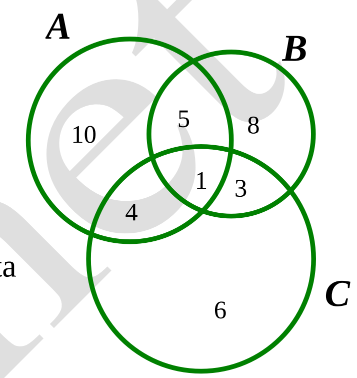
Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (Có gió, mưa hay lạnh)?

Lời giải

Ký hiệu A là tập hợp những ngày mưa, B là tập hợp những ngày có gió, C là tập hợp những ngày lạnh.

Theo giả thiết ta có: $n(A) = 10,\ n(B) = 8\ ,\ n(C) = 6,$

$n(A \cap B) = \ 5,\ n(A \cap C) = 4,\ n(B \cap C) = 3,\ n(A \cap B \cap C) = 1\,.$



Để tìm số ngày thời tiết xấu ta sử dụng biểu đồ Ven(hình vẽ). Ta cần tính $n(A \cup B \cup C)\,.$

Xét tổng $n(A) + n(B) + n(C)$: trong tổng này, mỗi phần tử của A giao B, B giao C, C giao A được tính làm hai lần nên trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ ta phải trừ đi tổng $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\,.$

Trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ được tính $n(A \cap B \cap C)$ 3 lần, trong

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$

cũng được tính $n(A \cap B \cap C)$ 3 lần. Vì vậy

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13$$

Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.

Nhận xét: Với A, B, C là các tập bất kì khi đó ta luôn có

- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
- $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

2. Bài tập luyện tập.

Bài 1.33: Một nhóm học sinh giỏi các bộ môn : Anh , Toán , Văn . Có 8 em giỏi Văn , 10 em giỏi Anh , 12 em giỏi Toán , 3 em giỏi Văn và Toán , 4 em giỏi Toán và Anh , 5 em giỏi Văn và Anh , 2 em giỏi cả ba môn. Hỏi nhóm đó có bao nhiêu em ?

Bài 1.34: Có 40 học sinh giỏi, mỗi em giỏi ít nhất một môn . Có 22 em giỏi Văn, 25 em giỏi Toán, 20 em giỏi Anh. Có 8 em giỏi đúng hai môn Văn, Toán; Có 7 em giỏi đúng hai môn Toán, Anh; Có 6 em giỏi đúng hai môn Anh, Văn. Hỏi: Có bao nhiêu em giỏi cả ba môn Văn, Toán, Anh?

Bài 1.35: Trong Kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, ở một trường kết quả số thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc như sau: Về môn Toán: 48 thí sinh; Về môn Vật lý: 37 thí sinh; Về môn Văn: 42 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Vật lý: 75 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Văn: 76 thí sinh; Về môn Vật lý hoặc môn Văn: 66 thí sinh; Về cả 3 môn: 4 thí sinh. Vậy có bao nhiêu học sinh nhận được danh hiệu xuất sắc về:

a) Một môn?

b) Hai môn?

c) ít nhất một môn?

➢ **DẠNG TOÁN 3: CHỨNG MINH TẬP HỢP BẰNG NHAU, TẬP HỢP CON.**

1. Phương pháp giải.

• Để chứng minh $A \subset B$

Lấy $\forall x,\ x \in A$ ta đi chứng minh $x \in B$

• Để chứng minh $A = B$ ta đi chứng minh

+ $A \subset B$ và $B \subset A$ hoặc $\forall x,\ x \in A \Leftrightarrow x \in B$

2.Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Cho các tập hợp $A = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in Z \right\}$, $B = \left\{ -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in Z \right\}$ và

$C = \left\{ -\frac{2\pi}{3} + \frac{k\pi}{2},\ k \in Z \right\}$

a) Chứng minh rằng $A = B$.

b) $A \subset C$

Lời giải

a) • Ta có $\forall x \in A \Rightarrow \exists k_0 \in Z : x = \frac{\pi}{3} + k_0\pi$ suy ra

$x = \frac{\pi}{3} - \pi + (k_0 + 1)\pi = -\frac{2\pi}{3} + (k_0 + 1)\pi$.

Vì $k_0 \in Z \Rightarrow k_0 + 1 \in Z$ do đó $x \in B$ suy ra $A \subset B$ (1).

• $\forall x \in B \Rightarrow \exists k_0 \in Z : x = -\frac{2\pi}{3} + k_0\pi$ suy ra

$x = -\frac{2\pi}{3} + \pi + (k_0 - 1)\pi = \frac{\pi}{3} + (k_0 - 1)\pi$.

Vì $k_0 \in Z \Rightarrow k_0 - 1 \in Z$ do đó $x \in A$ suy ra $B \subset A$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $A = B$.

b) Ta có $\forall x \in A \Rightarrow \exists k_0 \in Z : x = \frac{\pi}{3} + k_0\pi$ suy ra

$x = \frac{\pi}{3} - \pi + \frac{2(k_0 + 1)\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3} + \frac{2(k_0 + 1)\pi}{2}$.

Vì $k_0 \in Z \Rightarrow 2(k_0 + 1) \in Z$ do đó $x \in C$

Suy ra $A \subset C$.

Ví dụ 2: Cho A và B là hai tập hợp. Chứng minh rằng

a) $(A \setminus B) \subset A$ b) $A \cap (B \setminus A) = \varnothing$ c) $A \cup (B \setminus A) = A \cup B$

Lời giải

a) Ta có $\forall x,\ x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in A$

Suy ra $(A \setminus B) \subset A$

b) Ta có $x \in A\cap \ \ B\setminus A \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in \ \ B\setminus A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \notin A \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing$

Suy ra $A\cap \ \ B\setminus A \ = \varnothing$

c) Ta có $x \in A\cup \ \ B\setminus A \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in \ \ B\setminus A \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ \begin{cases} x \in B \\ x \notin A \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in A\cup B$

Ví dụ 3: Cho các tập hợp $A,\ B$ và C. Chứng minh rằng

a) $A\cap \ \ B\cup C \ = \ A\cap B \ \cup \ A\cap C$

b) $A\cup \ \ B\cap C \ = \ A\cup B \ \cap \ A\cup C$

c) $A\cap \ \ B\setminus C \ = \ A\cap B \ \setminus C$

Lời giải

a) Ta có $x \in A\cap \ \ B\cup C \ \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B\cup C \end{cases} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ \left[\begin{array}{l} x \in B \\ x \in C \end{array}\right. \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \\ \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A\cap B \\ x \in A\cap C \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in \ \ A\cap B \ \cup \ A\cap C$

Suy ra $A\cap \ \ B\cup C \ = \ A\cap B \ \cup \ A\cap C$.

b) Ta có $x \in A\cup \ \ B\cap C \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B\cap C \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in C \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A\cup B \\ x \in A\cup C \end{cases} \Leftrightarrow x \in \ \ A\cup B \ \cap \ A\cup C$

Suy ra $A\cup \ \ B\cap C \ = \ A\cup B \ \cap \ A\cup C$

c) Ta có $x \in A\cap \ \ B\setminus C \ \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B\setminus C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \notin C \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in A\cap B \\ x \notin C \end{cases} \Leftrightarrow x \in \ \ A\cap B \ \setminus C$

Suy ra $A\cap \ \ B\setminus C \ = \ A\cap B \ \setminus C$

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1.36: Cho $A = \{x \in N \mid x$ chia hết cho $4\}$, $B = \{x \in N \mid x$ chia hết cho $6\}$ và $C = \{x \in N \mid x$ chia hết cho $12\}$.

a) Chứng minh rằng $A \subset C$ và $B \subset C$

b) $A \cup B = C$
c) $A \not\subset B$

Bài 1.37: Cho các tập hợp $A = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi,\ k \in Z\right\}$, $B = \left\{\frac{11\pi}{6} + k2\pi, k \in Z\right\}$ và $C = \left\{\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2},\ k \in Z\right\}$

a) Chứng minh rằng $A = B$.
b) $A \subset C$

Bài 1.38: Cho các tập hợp $A \subset B,\ C \subset D$. Chứng minh rằng

a) $A \cup C \subset B \cup D$ b) $A \cap C \subset B$ c) $C_B A \cup A = B$

Bài 1.39: Cho các tập hợp $A,\ B$ và C. Chứng minh rằng

a) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

b) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

c) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

➢ **DẠNG TOÁN 4: PHÉP TOÁN TRÊN TẬP CON CỦA TẬP SỐ THỰC .**

1. Phương pháp giải.

● Để tìm $A \cap B$ ta làm như sau
- Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các điểm đầu mút của các tập hợp $A,\ B$ lên trục số
- Biểu diễn các tập $A,\ B$ trên trục số(phần nào không thuộc các tập đó thì gạch bỏ)
- Phần không bị gạch bỏ chính là giao của hai tập hợp $A,\ B$

● Để tìm $A \cup B$ ta làm như sau
- Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các điểm đầu mút của các tập hợp $A,\ B$ lên trục số
- Tô đậm các tập $A,\ B$ trên trục số
- Phần tô đậm chính là hợp của hai tập hợp $A,\ B$

● Để tìm $A \setminus B$ ta làm như sau
- Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các điểm đầu mút của các tập hợp $A,\ B$ lên trục số
- Biểu diễn tập A trên trục số(gạch bỏ phần không thuộc tập A), gạch bỏ phần thuộc tập B trên trục số
- Phần không bị gạch bỏ chính là $A \setminus B$.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Cho các tập hợp:

$A = \{x \in R \,|\, x < 3\}$ $B = \{x \in R \,|\, 1 < x \le 5\}$ $C = \{x \in R \,|\, -2 \le x \le 4\}$

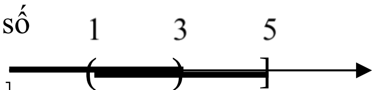
a) Hãy viết lại các tập hợp $A,\ B,\ C$ dưới kí hiệu khoảng, nửa khoảng, đoạn.
b) Tìm $A \cup B,\ \ A \cap B,\ A \setminus B$.

c) Tìm $(B \cup C) \setminus (A \cap C)$

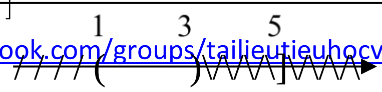
Lời giải

a) Ta có: $A = (-\infty; 3)$ $B = (1; 5]$ $C = [-2; 4]$.

b) ● Biểu diễn trên trục số

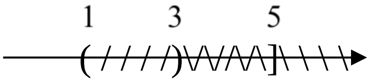


Suy ra $A \cup B = (-\infty; 5]$



- Biểu diễn trên trục số

Suy ra $A \cap B = \ 1;3$

- Biểu diễn trên trục số 

Suy ra $A \setminus B = \ -\infty;1\big]$

c) Bằng cách biểu diễn trên trục số ta có
$A \cap C = \big[-2;3$ và $B \cup C = \big[-2;5\big]$

Suy ra ta có $\ B \cup C \ \setminus \ A \cap C \ = \big[3;5\big]$

Nhận xét: Việc biểu diễn trên trục số để tìm các phép toán tập hợp ta làm trên giấy nháp và trình bày kết quả vào.

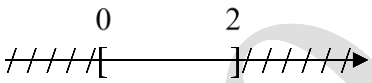
Ví dụ 2: Xác định các tập số sau và biểu diễn trên trục số:

a) $\ -4;2\big] \cap \big[0;4$ b) $\ 0;3 \ \cup \big[1;4\big]$

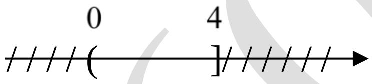
c) $\big[-4;3\big] \setminus \big[-2;1\big]$ d) $\mathbb{R} \setminus \big[1;3\big]$

Lời giải

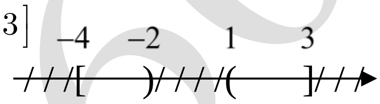
a) Ta có $\ -4;2\big] \cap \big[0;4 \ = \big[0;2\big]$

Biểu diễn tập đó trên trục số là 

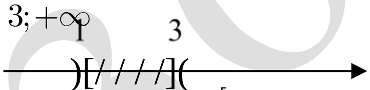
b) Ta có $\ 0;3 \ \cup \big[1;4\big] = \ 0;4\big]$

Biểu diễn tập đó trên trục số là 

c) Ta có $\big[-4;3\big] \setminus \big[-2;1\big] = \big[-4;-2 \ \cup \ 1;3\big]$

Biểu diễn tập đó trên trục số là 

d) Ta có $\mathbb{R} \setminus \big[1;3\big] = \ -\infty;1 \ \cup \ 3;+\infty$

Biểu diễn tập đó trên trục số là 

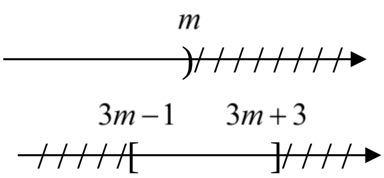
Ví dụ 3: Cho các tập hợp $A = \ -\infty;m$ và $B = \big[3m-1;3m+3\big]$. Tìm m để

a) $A \cap B = \varnothing$ b) $B \subset A$

c) $A \subset C_{\mathbb{R}}B$ d) $C_{\mathbb{R}}A \cap B \neq \varnothing$

Lời giải

Ta có biểu diễn trên trục số các tập A và B trên hình vẽ



a) Ta có $A \cap B = \varnothing$

$\Leftrightarrow m \leq 3m-1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$

Vậy $m \geq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.

b) Ta có $B \subset A \Leftrightarrow 3m+3 < m \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$

Vậy $m < -\frac{3}{2}$ là giá trị cần tìm.

c) Ta có $C_{\mathbb{R}}B = \ -\infty;3m-1 \ \cup \ 3m+3;+\infty$

Suy ra $A \subset C_{\mathbb{R}}B \Leftrightarrow m \leq 3m-1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$

Vậy $m \geq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.

d) Ta có $C_{\mathbb{R}}A = \left[m;+\infty\right.$ suy ra $C_{\mathbb{R}}A \cap B \neq \varnothing \Leftrightarrow m \leq 3m+3 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{3}{2}$

Vậy $m \geq -\dfrac{3}{2}$ là giá trị cần tìm.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1.40: Xác định các tập hợp $A \cup B, A \setminus C, A \cap B \cap C$ và biểu diễn trên trục số các tập hợp tìm được biết:

a) $A = \ x \in R \left| -1 \leq x \leq 3 \right. \ , B = \ x \in R \left| x \geq 1 \right. \ , C = \ -\infty;1$

b) $A = \ x \in R \left| -2 \leq x \leq 2 \right. \ , B = \ x \in R \left| x \geq 3 \right. \ , C = \ -\infty;0$

Bài 1.41: Cho tập A = [-1; 2), B = (-3; 1) và C = (1; 4].

a) Viết tập A, B, C dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử và biểu diễn chúng trên trục số.

b) Xác định các phép toán $A \cap B,\ B \cup C,\ A \setminus B$.

Bài 1.42: Cho hai tập hợp $A = \left[0;4\right. \ , B = \ x \in \mathbb{R} \ / \left| x \right| \leq 2$ .Hãy xác định các tập hợp $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$

Bài 1.43: a) Cho A = { $x \in R \mid -1 \leq x < 5$ } B={ $x \in R \mid -2 < x < 0$ hoặc $1 < x \leq 6$ } C={ $x \in R \mid x \geq 2$ }

Tìm $A \cap B, A \cup C, B \setminus C$ và biểu diễn cách lấy kết quả trên trục số

b) Cho $A = \ -\infty, -2$, $B = [2m+1, +\infty)$. Tìm m để $A \cup B = R$.

Bài 1.44: a) Tìm m để $\left. 1;m \right] \cap \ 2;+\infty \ \neq \varnothing$.

b) Viết tập A gồm các phần tử x thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x \leq 3 \\ x+1 \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$ dưới dạng tập số.

Bài 1.45: Cho $A = \left[m;\ m+2\right]$ và $B = \left[n;\ n+1\right]$.Tìm điều kiện của các số m và n để A ∩ B = ∅

Bài 1.46: Cho tập hợp $A = \left[m-1; \dfrac{m+1}{2}\right]$ và $B = \ -\infty;-2 \ \cup \left[2;+\infty\right.$. Tìm m để

a) $A \subset B$ b) $A \cap B = \varnothing$

Bài 1.47: Cho hai tập khác rỗng : $A = \ \left. m-1;4 \right],\ B = \ -2\ ;2m+2$, với m∈ℝ. Xác định m để :

a) $A \cap B \neq \varnothing$; b) $A \subset B$;

c) $B \subset A$; d) $(A \cap B) \subset (-1;\ 3)$.