**SỐ TỰ NHIÊN, DÃY SỐ**

**1. Số tự nhiên**

\* Các số: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... là các số tự nhiên.

Số 0 là số tự nhiên bé nhất.

Không có số tự nhiên lớn nhất.

\* Có 10 chữ số: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 để ghi số trong hệ thập phân.

Trong hệ thập phân, 10 đơn vị của một hàng nào đó bằng 1 đơn vị của hàng cao hơn (liền trước nó).

Kí hiệu $\overbar{abcd}$ để chỉ một số tự nhiên có 4 chữ số gồm a, b, c, d. Trong đó: a ở hàng nghìn, b ở hàng trăm, c ở hàng chục, d ở hàng đơn vị. 1≤a≤9;0≤b;c;d≤9

-$ \overbar{abcd} $= $\overbar{a000}$ + $\overbar{b00}$ + $\overbar{c0}$ + d = 1000×a + 100×b + 10×c + d

Ví dụ: 2345 = 2000 + 300 + 40 + 5 = 2 ×1000 + 3 × 100 + 4×10 + 5

\* Các số tự nhiên có chữ số tận cùng là: 0, 2, 4, 6, 8 là các số tự nhiên chẵn.

\* Các số tự nhiên có chữ số tận cùng là: 1, 3, 5, 7, 9 là các số tự nhiên lẻ.

\* Các phép tính đối với số tự nhiên:

- Phép cộng và phép nhân số tự nhiên có tính chất giao hoán, kết hợp.

- Quan hệ giữa các phép tính:

(a + b) × c = a×c + b×c a + (b ˗ c) = (a + b) ˗ c = (a ˗ c) + b

(a ˗ b) ×c = a × c ˗ b × c a : (b × c) = (a : b) : c = (a : c) : b

(a + b) : c = a : c + b : c a: (b : c) = (a : b) × c

(a ˗ b) : c = a : c ˗ b : c (a × b) $:$ c = (a : c) × b = a × (b : c)

a ˗ (b + c) = (a ˗ b) ˗ c = (a ˗ c) ˗ b

**2. Dãy số**

\* Số số hạng của dãy số tư nhiên:

Nếu dãy số tự nhiên a1, a2, a3,... an có hai số hạng liên tiếp hơn (hoặc kém) nhau k đơn vị thì số số hạng của dãy là:  (Bài toán trồng cây với khoảng cách đều nhau trên đường thẳng và trồng ở cả 2 đầu đường thẳng.)

Nhận xét:

- Số số hạng của dãy số tự nhiên liên tiếp a1,a2,a3, ... an là (an – a1) + 1.

Ví dụ: Số số hạng của dãy số 1, 2, 3, 4, 100 là (100 - 1) + 1 = 100

- Số số hạng của dãy số tự nhiên chẵn (hoặc lẻ) liên tiếp a1,a2,a3, ... an là  (vì hai số tự nhiên chẵn (hoặc lẻ) liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị)

Ví dụ: Số số hạng của dãy sổ: 2, 4, 6, 8, ... 100 là 

Ghi nhớ: Đối với số tự nhiên được viết trong hệ thập phân, ta có:

|  |  |
| --- | --- |
| Từ 1 đến 9 | có 9 số (các số có 1 chữ số) |
| Từ 10 đến 99 | có 90 số (các số có 2 chữ số) |
| Từ 100 đến 999 | có 900 số (các số có 3 chữ số) |
| Từ 1000 đến 9999 | có 9000 số (các số có 4 chữ số) |

**\*** Tổng của dãy số:

Nếu dãy số a1,a2,a3, ... an có 2 số hạng liên tiếp hơn (hoặc kém) nhau k đơn vị thì:

- Số số hạng của dãy là: 

- Tổng S = a + a1 +a2 +a3 + ... + an = × số số hạng của dãy

Ví dụ: Tính tổng S = 102 + 105 + 108 +111 + ... + 399

Bài giải:

Số số hạng của tổng là: 

×100 = 25050

Một số ví dụ minh họa:

**Vi dụ 1:** Viết thêm hai số hạng của các dãy số sau:

a) 1, 2, 3, 5, 8, 13,... c) 1, 4, 9, 16, 25, 36,...

b) 1, 2, 3, 6, 12, 24,... d) 2, 12, 30, 56, 90,…

*Bài giải:*

|  |  |
| --- | --- |
| a) 1,2, 3, 5, 8, 13, ...Ta nhận thấy: 3 = 1 + 25 = 2 + 3 8 = 3 + 5  13 = 5 + 8 | c) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...Ta nhận thấy: 1 = 1 × 14 = 2 × 29 = 3 × 3 16 = 4 × 425 = 5 × 536 = 6 × 6  |
| Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là: 8 + 13=21 13 + 21 =34 | Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là: 7 × 7 = 49 8 × 8 = 64 |
| b) 1,2, 3, 6, 12, 24,...Ta nhận thấy: 3 = 1+2 6 = 1+2+ 3 12 = 1+2+3+6 24=1+2+3+6+12 | d) 2, 12, 30, 56, 90,...Ta nhận thấy: 2=1× 212 = 3 × 430 = 5 × 6 56 = 7 ×890 = 9 × 9 |
| Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là: 1+2 + 3 + 6 + 12 + 24 = 48 1+2 + 3 + 6 + 12 + 24 + 48 = 96 | Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là: 11 × 12 = 132 13 × 14 = 182 |

**Ví dụ 2:** Cho dãy số 1, 7*,* 13, 19, 25, 31, ...

Hãy cho biết các số 250; 363; 2011 có thuộc dãy số đã cho hay không.

Bài giải

Phân tích các số hạng của dãy số:

1=0 × 3+1 19=6 × 3 + 1

7 = 2 × 3 + 1 25=8 × 3 + 1

13=4×3+1 31=10× 3+ 1

Trong dãy số trên, mỗi số hạng của dãy số đều là số chia cho 3 dư 1 và có thương là một số chẵn.

Xét các số đã cho, ta có:

- Số 250 = 83 × 3 + 1. Số 250 chia cho 3 dư 1 nhưng thương là một số lẻ nên không thuộc dãy số.

- Số 363 = 121 × 3. Số 363 chia hết cho 3 nên không thuộc dãy số đã cho.

- Số 2011 = 670 × 3 + 1. Số 2011 chia cho 3 dư 1 và có thương là một số chẵn nên thuộc dãy số đã cho.

**Ví du 3:** Cho dãy số tự nhiên: 19, 28, 37, 46, ...

a) Tìm số thứ 1997 của dãy số.

b) Số 19971998, 19981999 có mặt trong dãy số không? Vì sao?

(Thi học sinh giỏi toán lớp 5 quận Hai Bà Trưng - Hà Nội năm học 1997 - 1998)

Bài giải

Xét dãy số 19, 28, 37, 46,... dạng a1,a2,a3, ... ak, … an

Nhận xét:

Số hạng thứ nhất a1: 19 = 2× 9+1

Số hạng thứ hai a2: 28 = 3× 9+1

Số hạng thứ ba a3: 37 = 4× 9+1

Số hạng thứ tư a4: 46 = 5 × 9 + 1

………………….. ...……………..

………………….. ...……………..

Số hạng thứ n an: an = (n+1) × 9 + 1

a) Vậy, số hạng thứ 1997 của dãy số là: (1997 + 1) × 9 + 1 = 17983

b) Các số hạng trong dãy số đã cho chia cho 9 dư 1.

- Số 19971998 có tổng các chữ số bằng 53 nên chia cho 9 dư 8. Vậy số 19971998 không thuộc dãy số trên.

- Số 19981999 có tổng các chữ số bằng 55 nên số 19981999 chia cho 9 dư 1. Vậy số 19981999 thuộc dãy số trên.

**Ví du 4:** Cho A = 1 × 2 × 3 × 4 ×... × 99(A là tích của 99 số tự nhiên từ 1 đến 99). Hỏi A có bao nhiêu chữ số tận cùng là chữ số 0?

Bài giải

Tích A có 99 số hạng trong đó có 49 số chẵn và 50 số lẻ.

Trong tích A có các thừa số chia hết cho 5 là: 5, 10, 15, 20, 25, 95.

Xét dãy số: 5, 10, 15, 20, 25, 95. Ta có, số số hạng của dãy số là:  (số)

Ta thấy 19 số hạng của dãy số trên có thể phân tích thành tích của một hay hai thừa số 5 với một số khác.

Ví dụ: 5 = 5 × 1; 10 = 5 × 2; 15 = 3 × 5; 20 = 4 *×* 5; 25 = 5 *×* 5;...

Vậy tích A có thể phân tích thành một tích mà trong đó có 22 thừa số 5.

(vì 25 = 5 × 5; 50 = 2 × 5 × 5; 75 = 3 × 5 × 5)

Một thừa số 5 nhân với một số chẵn sẽ cho một số tròn chục (có tận cùng là 0).

Vậy, A có 22 chữ số tận cùng là chữ số 0.

**Ví dụ *5:*** Tồn tại hay không 71 số trong các số tự nhiên từ 1 đến 100 sao cho tổng của chúng bằng tổng của các số còn lại.

(Trích đề thi vào lớp 6 trường Marie Curie năm 2012 - câu thưởng điểm)

Bài giải

Xét dãy số: 1, 2, 3, 4, 5, ... 100.

Tổng của dãy số trên là: (100 + 1) : 2 × 100 = 5050.

Nửa tổng của dãy số trên là: 5050 : 2 = 2525

Xét S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... +71. Ta có: S = (71 + 1) : 2 × 71 = 2556

Ta thấy: 2556 > 2525.

Nếu ta thay bất kì số hạng nào của tổng S bằng các số từ 72 đến 100 thì đều được tổng mới lớn hơn 2556.

Do S = 2556 > 2525 nên không tồn tại 71 số có tổng bằng 29 số còn lại trong các số tự nhiên từ 1 đến 100.