**PHÉP CHIA HẾT, CHIA CÒN DƯ, DẤU HIỆU CHIA HẾT**

**1. Phép chia hết**

Cho các số tự nhiên a và b, nếu có số tự nhiên q sao cho a = b × p (hoặc a : b = p) thì a chia hết cho b. Trong đó: a là số bị chia, b là số chia, q là thương.

Tính chất: Nếu có các số tự nhiên a, b, c sao cho:

- a chia hết cho b và b chia hết cho c thì a chia hết cho c.

- a chia hết cho b và c chia hết cho b thì (a + c) chia hết cho b.

- a chia hết cho b và (a + c) chia hết cho b thì c chia hết cho b.

\* Dấu hiệu chia hết cho 2: Chữ số tận cùng là số chẵn (Các số chẵn là: 0; 2; 4; 6; 8)

\* Dấu hiệu chia hết cho 5: Chữ số tận cùng là 0 hoặc 5.

Ví dụ. 120; 325; 12345;...

\* Dấu hiệu chia hết cho 3: Tổng các chữ số chia hết cho 3.

Ví dụ: 12345 chia hết cho 3 vì 1+2 + 3 + 4 + 5 = 15, mà 15 chia hết cho 3.

\* Dấu hiệu chia hết cho 9: Tổng các chữ số chia hết cho 9.

Ví dụ: 1368 chia hết cho 9 vì 1+3 + 6 + 8 = 18, mà 18 chia hết cho 9.

\* Dấu hiệu chia hết cho 4 hoặc 25: chữ số tận cùng chia hết cho 4 *hoặc 25.*

Xét số tự nhiên N = $\overbar{abcde}$ = $\overbar{abc}$ ×100 + $\overbar{de}$.

Vì 100 chia hết cho 4 và 25 nên $\overbar{abc}$ ×100 chia hết cho 4 và 25.

Do có: N = $\overbar{abcde}$chia hết cho 4 hoặc 25 khi $\overbar{de}$ chia hết cho 4 hoặc 25.

Như với số tự nhiên N chia hết cho 4 hoặc 25 thì hai chữ số tận cùng của số ấy chia hết cho 4 hoặc 25.

Ví dụ:

123456 chia hết cho 4 vì 56 chia hết cho 4.

82375 chia hết cho 25 vì 75 chia hết cho 25.

Một số chú ý:

\* Số vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 5 phải có số tận cùng là 0.

Ví dụ: 10, 20, 30, 40,...

\* Số vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 3 phải có số tận cùng là chẵn và tổng các chữ sổ chia hết cho 3.

Ví dụ: 12, 18, 24, 126, 123456,...

\* Số vừa chia hết cho 3 vừa chia hết cho 5 phải có số tận cùng là 0 và 5 tổng các chữ số chia hết cho 3.

Ví dụ: 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120,...

\* Số chia hết cho 9 thì sẽ chia hết cho 3 nhưng số chia hết cho 3 chưa chắc đã chia hết cho 9.

Ví dụ: Số 27 chia hết cho 9 và chia hết cho 3. Số 21 chia hết hco 3 nhưng không chia hết cho 9.

**2. Phép chia có dư**

Cho hai số tự nhiên a và b, nếu có các số tự nhiên q và r sao cho a = b × p + r, trong đó: 0 ≤ r < b thì ta nói a không chia hết cho b, hay a chia cho b được thương q và dư là r.

Ví dụ: 17 chia cho 5 được 3 dư 2. Ta viết: 17 = 5×3+2

**Một số ví dụ minh họa:**

**Ví dụ 6:** Cho $\overbar{ab}$ là số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng ab chia hết cho 9, chia cho 5 dư 3. Tìm các chữ số a; b.

Bài giải

Vì $\overbar{ab}$ chia cho 5 dư 3 nên b = 3 hoặc b = 8.

Vì $\overbar{ab}$ chia hết cho 9 nên (a + b) chia hết cho 9, mà $\overbar{ab}$ là số tự nhiên có hai chữ số nên 1 ≤ (a + b) ≤ 18. Suy ra: hoặc (a + b) = 9, hoặc (a + b) = 18

\* Xét trường hợp b = 3.

- Nếu (a + b) = 9 thì a = 6 (thỏa mãn). Suy ra số cần tìm là $\overbar{ab}$ = 63.

- Nếu (a + b) = 18 thì a = 15 (loại vì 1 ≤ a ≤ 9).

\* Xét trường hợp b = 8.

+ Nếu (a + b) = 9 thì a = 1 (thỏa mãn). Suy ra số cần tìm là $\overbar{ab}$ =18.

+ Nếu (a + b) = 18 thì a = 10 (loại vì 1 ≤ a ≤ 9).

**Ví dụ 7:** Cho một số tự nhiên có 4 chữ số dạng: $\overbar{83ab}$ . Tìm a và b để số đó chia hết cho 2, chia hết cho 3 và chia hết cho 5.

Bài giải

Ta có:

Số chia hết cho 2 có chữ số tận cùng là số chẵn. (1)

Số chia hết cho 3 có tổng các chữ số chia hết cho 3. (2)

Số chia hết cho 5 có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5. (3)

Từ điều kiện (1) và (3) ta được b = 0.

Suy ra, số cần tìm có dạng: $\overbar{83a0}$

Từ điều kiện (2) ta có: (8 + 3 + a + 0) chia hết cho 3

11 + a chia hết cho 3 (4)

Do 0≤a≤9 nên 11 ≤ 11+ a ≤ 20 (5)

Kết hợp (4) và (5) ta tìm được a = 1 hoặc a = 4 hoặc a = 7.

Vậy ba số cần tìm là: 8310; 8340; 8370.

**Ví du 8:** Xét số $\overbar{abc} $sao cho: $\overbar{abc}$ = $\overbar{ab}$+ $\overbar{bc}$ + $\overbar{ac}$ + $\overbar{ca}$ + $\overbar{cb}$ + $\overbar{ba}$

a) Chứng minh rằng abc là số chẵn và chia hết cho 11.

b) Tìm số $\overbar{abc} $ biết a = 1.

*(Trích đề thi tuyến sinh vào trường Hà Nội - Amsterdam năm học 1994 - 1995)*

Bài giải

a) $\overbar{abc}$ = $\overbar{ab}$+ $\overbar{bc}$ + $\overbar{ac}$ + $\overbar{ca}$ + $\overbar{cb}$ + $\overbar{ba}$

Theo cấu tạo số ta có:

$\overbar{abc}$ = (a × 10 + b) + (b × 10 + c) + (c × 10 + a) + (a × 10 + c) + (c × 10 + b) + (b × 10 + a)

$\overbar{abc}$ = (a + b + c) × 2 × 11 (1)

Từ (1) ta thấy $\overbar{abc}$ = là số chẵn và chia hết cho 11.

b) Khi a = 1 thì $\overbar{abc}$ = $\overbar{1bc}$ , từ (1) ta có:

$\overbar{1bc}$ = (1+ b+ c) × 22

100 + 10 × b + c = 22 + 22 × b + 22 × c

78 = 12 × b + 21 × c (2)

Vì 78 là số chẵn, 12 là sổ chẵn nên 21 × c phải là số chẵn. Mặt khác, từ (2) ta thấy c phải nhỏ hơn 4. Vậy, c = 0 hoặc c = 2.

- Nếu c = 0 thì: 78 = 12× b + 21× 0. Không xác định được b.

- Nếu c = 2 thì: 78 = 12 × b + 21 × 2 Tìm được b = 3.

Vậy, số phải tìm là 132.

**Ví dụ 9:** Có 5 hộp đựng bi trắng và bi xanh. Số viên bi có trong các hộp từ hộp thứ nhất đến hộp thứ năm lần lượt là: 14, 18, 21, 24 và 35. Người ta lấy ngẫu nhiên ra một hộp và nhận thấy rằng trong 4 hộp còn lại thì số bi trắng gấp 3 lần số bi xanh. Hỏi hộp được lấy ra là hộp thứ mấy?

Bài giải

Tổng số bi trong 5 hộp ban đầu là: 14 + 18 + 21 + 24 + 35 = 112 (viên bi)

Sau khi lấy ngẫu nhiên một hộp, trong 4 hộp còn lại có số bi trắng gấp 3 lần số bi xanh nên tổng số bi của 4 hộp còn lại phải chia hết cho 4.

Do tổng số bi ban đầu là 112 mà 112 chia hết cho 4 nên hộp bi được lấy ra có số hòn bi là một số chia hết cho 4.

Trong các số: 14, 18, 21, 24 và 35 thì chỉ số 24 chia hết cho 4 nên hộp thứ tư đã được lấy ra.