

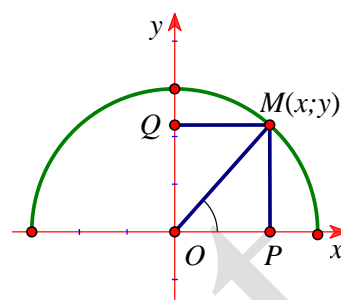
§1 GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ TỪ 0° ĐẾN 180°

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Với mỗi góc α $0^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$, ta xác định điểm M trên đường nửa đường tròn đơn vị tâm O sao cho $\alpha = xOM$. Giả sử điểm M có tọa độ $x; y$.

Khi đó:



Hình 2.1

$\sin \alpha = y$; $\cos \alpha = x$; $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ ($\alpha \neq 90^{\circ}$); $\cot \alpha = \frac{x}{y}$ ($\alpha \neq 0^{\circ}, \alpha \neq 180^{\circ}$) Các số $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là giá trị lượng giác của góc α .

Chú ý: Từ định nghĩa ta có:

- Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của M lên trục Ox, Oy khi đó $M \overline{OP}; \overline{OQ}$.
- Với $0^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$ ta có $0 \leq \sin \alpha \leq 1$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$
- Dấu của giá trị lượng giác:

Góc α	0°	90°	180°
$\sin \alpha$		+	+
$\cos \alpha$		+	-
$\tan \alpha$		+	-
$\cot \alpha$		+	-

2. Tính chất

• Góc phụ nhau

$$\sin(90^{\circ} - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^{\circ} - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(90^{\circ} - \alpha) = \tan \alpha$$

• Góc bù nhau

$$\sin(180^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^{\circ} - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(180^{\circ} - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(180^{\circ} - \alpha) = -\cot \alpha$$

3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\parallel	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot \alpha$	\parallel	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	\parallel

4. Các hệ thức lượng giác cơ bản

- 1) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ($\alpha \neq 90^\circ$) ;
- 2) $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ($\alpha \neq 0^\circ; 180^\circ$)
- 3) $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ ($\alpha \neq 0^\circ; 90^\circ; 180^\circ$)
- 4) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- 5) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ($\alpha \neq 90^\circ$)
- 6) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ($\alpha \neq 0^\circ; 180^\circ$)

Chứng minh:

- Hệ thức 1), 2) và 3) dễ dàng suy ra từ định nghĩa.

- Ta có $\sin \alpha = OQ$, $\cos \alpha = OP$

$$\text{Suy ra } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \overline{OQ}^2 + \overline{OP}^2 = OQ^2 + OP^2$$

+ Nếu $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 90^\circ$ hoặc $\alpha = 180^\circ$ thì dễ dàng thấy $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

+ Nếu $\alpha \neq 0^\circ$, $\alpha \neq 90^\circ$ và $\alpha \neq 180^\circ$ khi đó theo định lý Pitago ta có

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = OQ^2 + OP^2 = OQ^2 + QM^2 = OM^2 = 1$$

Vậy ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\text{Mặt khác } 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \text{ suy ra được 5)}$$

$$\text{Tương tự } 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \text{ suy ra được 6)}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

✎ **DẠNG 1 : Xác định giá trị lượng giác của góc đặc biệt.**

1. Phương pháp giải.

- Sử dụng định nghĩa giá trị lượng giác của một góc
- Sử dụng tính chất và bảng giá trị lượng giác đặc biệt
- Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = a^2 \sin 90^\circ + b^2 \cos 90^\circ + c^2 \cos 180^\circ$

b) $B = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$

c) $C = \sin^2 45^\circ - 2 \sin^2 50^\circ + 3 \cos^2 45^\circ - 2 \sin^2 40^\circ + 4 \tan 55^\circ \cdot \cot 55^\circ$

Lời giải

a) $A = a^2 \cdot 1 + b^2 \cdot 0 + c^2 \cdot (-1) = a^2 - c^2$

b) $B = 3 - 1^2 + 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$

c) $C = \sin^2 45^\circ + 3 \cos^2 45^\circ - 2 \sin^2 50^\circ + \sin^2 40^\circ + 4 \tan 55^\circ \cdot \cot 55^\circ$

$$C = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \sin^2 50^\circ + \cos^2 40^\circ + 4 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 + 4 = 4$$

Ví dụ 2: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$

b) $B = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$

c) $C = \tan 5^\circ \tan 10^\circ \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \tan 85^\circ$

Lời giải

a) $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ$

$$= \sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ$$

$$= 1 + 1 = 2$$

b) $B = \cos 0^\circ + \cos 180^\circ + \cos 20^\circ + \cos 160^\circ + \dots + \cos 80^\circ + \cos 100^\circ$

$$= \cos 0^\circ - \cos 0^\circ + \cos 20^\circ - \cos 20^\circ + \dots + \cos 80^\circ - \cos 80^\circ$$

$$= 0$$

c) $C = \tan 5^\circ \tan 85^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ \dots \tan 45^\circ \tan 45^\circ$

$$= \tan 5^\circ \cot 5^\circ \tan 15^\circ \cot 15^\circ \dots \tan 45^\circ \cot 45^\circ$$

$$= 1$$

3. Bài tập luyện tập:

Bài 2.1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin 45^\circ + 2 \cos 60^\circ - \tan 30^\circ + 5 \cot 120^\circ + 4 \sin 135^\circ$

b) $B = 4a^2 \sin^2 45^\circ - 3(a \tan 45^\circ)^2 + (2a \cos 45^\circ)^2$

c) $C = \sin^2 35^\circ - 5 \sin^2 73^\circ + \cos^2 35^\circ - 5 \cos^2 73^\circ$

d) $D = \frac{12}{1 + \tan^2 76^\circ} - 5 \tan 85^\circ \cot 95^\circ + 12 \sin^2 104^\circ$

e) $E = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$

f) $F = \cos^3 1^\circ + \cos^3 2^\circ + \cos^3 3^\circ + \dots + \cos^3 179^\circ + \cos^3 180^\circ$

Bài 2.2: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$P = 4 \tan x + 4^0 \cdot \sin x \cdot \cot 4x + 26^0 + \frac{8 \tan^2 3^0 - x}{1 + \tan^2 5x + 3^0} + 8 \cos^2 x - 3^0 \quad \text{khi}$$

$$x = 30^0$$

✎ **DẠNG 2 :** Chứng minh đẳng thức lượng giác, chứng minh biểu thức không phụ thuộc x , đơn giản biểu thức.

1. Phương pháp giải.

- Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản
- Sử dụng tính chất của giá trị lượng giác
- Sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Chứng minh các đẳng thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

b) $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$

c) $\frac{\cos x + \sin x}{\cos^3 x} = \tan^3 x + \tan^2 x + \tan x + 1$

Lời giải

a) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x$
 $= \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x$
 $= 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

b) $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{1 + \frac{1}{\tan x}}{1 - \frac{1}{\tan x}} = \frac{\frac{\tan x + 1}{\tan x}}{\frac{\tan x - 1}{\tan x}} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$

c) $\frac{\cos x + \sin x}{\cos^3 x} = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos^3 x} = \tan^2 x + 1 + \tan x \cdot \tan^2 x + 1$
 $= \tan^3 x + \tan^2 x + \tan x + 1$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng

$$\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos \left(\frac{A+C}{2} \right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin \left(\frac{A+C}{2} \right)} - \frac{\cos(A+C)}{\sin B} \cdot \tan B = 2$$

Lời giải

Vì $A + B + C = 180^\circ$ nên

$$VT = \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos \left(\frac{180^\circ - B}{2} \right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin \left(\frac{180^\circ - B}{2} \right)} - \frac{\cos(180^\circ - B)}{\sin B} \cdot \tan B$$

$$= \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\cos \frac{B}{2}} - \frac{-\cos B}{\sin B} \cdot \tan B = \sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} + 1 = 2 = VP$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Ví dụ 3: Đơn giản các biểu thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \sin^2 x(1 + \tan^2 x) - \tan^2 x$

b) $B = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}} - \sqrt{2}$

Lời giải

a) $A = \cos x - \cos x + \sin^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = 0$

b) $B = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos x + 1 + \cos x}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}} - \sqrt{2}$
 $= \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 - \cos^2 x}} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{\sin^2 x}} - \sqrt{2}$
 $= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) = \sqrt{2} \cot^2 x$

Ví dụ 4: Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào x.

$$P = \sqrt{\sin^4 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{\cos^4 x + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x}$$

Lời giải

$$P = \sqrt{1 - \cos^2 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{1 - \sin^2 x + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x}$$
$$= \sqrt{4 \cos^4 x + 4 \cos^2 x + 1} + \sqrt{4 \sin^4 x + 4 \sin^2 x + 1}$$
$$= \sqrt{2 \cos^2 x + 1} + \sqrt{2 \sin^2 x + 1}$$
$$= 2 \cos^2 x + 1 + 2 \sin^2 x + 1$$
$$= 3$$

Vậy P không phụ thuộc vào x.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 2.3. Chứng minh các đẳng thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$

b) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

c) $\frac{\tan^3 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin x \cos x} + \frac{\cot^3 x}{\cos^2 x} = \tan^3 x + \cot^3 x$

d) $\sin^2 x - \tan^2 x = \tan^6 x (\cos^2 x - \cot^2 x)$

e) $\frac{\tan^2 a - \tan^2 b}{\tan^2 a \cdot \tan^2 b} = \frac{\sin^2 a - \sin^2 b}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b}$

Bài 2.4. Đơn giản các biểu thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 180^\circ - x - \cos^2 180^\circ - x$

$$b) B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \tan^2 x} - \cos^2 x$$

$$c) C = \frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\cos^2 a + \sin a(\sin a - \cos a)}$$

$$d) D = \sqrt{\frac{1 + \sin a}{1 - \sin a}} + \sqrt{\frac{1 - \sin a}{1 + \sin a}}$$

Bài 2.5. Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào α . (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

$$a) (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - (\tan \alpha - \cot \alpha)^2$$

$$b) 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$$

$$c) \cot^2 30^\circ (\sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha) + 4 \cos 60^\circ (\cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha) - \sin^6 (90^\circ - \alpha) \tan^2 \alpha - 1^3$$

$$d) (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)$$

$$e) \frac{\sin^4 x + 3 \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \cos^4 x - 1}$$

Bài 2.6: Cho tam giác ABC . Hãy rút gọn

$$a) A = \cos^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{A+C}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{A+C}{2}$$

$$b) B = \frac{\sin \frac{B}{2}}{\cos \frac{A+C}{2}} - \frac{\cos \frac{B}{2}}{\sin \frac{A+C}{2}} - \frac{\cos \frac{A+C}{2}}{\sin B} \cdot \tan B$$

✎ **DẠNG 3 : Xác định giá trị của một biểu thức lượng giác có điều kiện.**

1. Phương pháp giải.

- Dựa vào các hệ thức lượng giác cơ bản
- Dựa vào dấu của giá trị lượng giác
- Sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: a) Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$ và $\tan \alpha$

b) Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$

c) Cho $\tan \gamma = -2\sqrt{2}$ tính giá trị lượng giác còn lại.

Lời giải

a) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$ mặt khác $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

b) Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ nên $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ và

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

c) Vì $\tan \alpha = -2\sqrt{2} < 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0$ mặt khác $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ nên

$$\cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\tan^2 \alpha + 1}} = -\sqrt{\frac{1}{8 + 1}} = -\frac{1}{3}$$

Ta có $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -2\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Ví dụ 2: a) Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

b) Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

Lời giải

a) Ta có $A = \frac{\tan \alpha + 3 \frac{1}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = 1 + 2 \cos^2 \alpha$

Suy ra $A = 1 + 2 \cdot \frac{9}{16} = \frac{17}{8}$

b) $B = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3 \cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\tan \alpha \tan^2 \alpha + 1 - \tan^2 \alpha + 1}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha \tan^2 \alpha + 1}$

Suy ra $B = \frac{\sqrt{2} \cdot 2 + 1 - 2 + 1}{2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} \cdot 2 + 1} = \frac{3\sqrt{2} - 1}{3 + 8\sqrt{2}}$

Ví dụ 3: Biết $\sin x + \cos x = m$

a) Tìm $\sin x \cos x$ và $|\sin^4 x - \cos^4 x|$

b) Chứng minh rằng $|m| \leq \sqrt{2}$

Lời giải

a) Ta có $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1 + 2 \sin x \cos x$ (*)

Mặt khác $\sin x + \cos x = m$ nên $m^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$ hay $\sin x \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}$

Đặt $A = |\sin^4 x - \cos^4 x|$. Ta có

$$\begin{aligned} A &= \left| \sin^2 x + \cos^2 x \quad \sin^2 x - \cos^2 x \right| = \left| \sin x + \cos x \quad \sin x - \cos x \right| \\ \Rightarrow A^2 &= (\sin x + \cos x)^2 (\sin x - \cos x)^2 = (1 + 2\sin x \cos x) (1 - 2\sin x \cos x) \\ \Rightarrow A^2 &= \left(1 + \frac{m^2 - 1}{2}\right) \left(1 - \frac{m^2 - 1}{2}\right) = \frac{3 + 2m^2 - m^4}{4} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{\sqrt{3 + 2m^2 - m^4}}{2}$$

b) Ta có $2\sin x \cos x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ kết hợp với (*) suy ra

$$(\sin x + \cos x)^2 \leq 2 \Rightarrow |\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } |m| \leq \sqrt{2}$$

3. Bài tập luyện tập.

Bài 2.7: Tính các giá trị lượng giác còn lại, biết

a) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

b) $\cos \beta = \sqrt{\frac{1}{5}}$

c) $\cot \gamma = -\sqrt{2}$

d) $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$ và $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

Bài 2.8. a) Cho $\cos a = \frac{2}{3}$. Tính $A = \frac{\cot a + 3 \tan a}{2 \cot a + \tan a}$

b) Cho $\sin a = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < a < 180^\circ$. Tính $B = \frac{3 \cot a + 2 \tan a + 1}{\cot a + \tan a}$

c) Cho $\tan a = 2$. Tính $C = \frac{2 \sin a + 3 \cos a}{\sin a + \cos a}$;

d) Cho $\cot a = 5$. Tính $D = 2 \cos^2 a + 5 \sin a \cos a + 1$

Bài 2.9: Biết $\tan x + \cot x = m$.

a) Tìm $\tan^2 x + \cot^2 x$

b) $\frac{\tan^6 x + \cot^6 x}{\tan^4 x + \cot^4 x}$

c) Chứng minh $|m| \geq 2$

Bài 2.10: Cho $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{12}{25}$. Tính $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$

Bài 2.11: Cho $\tan a - \cot a = 3$. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \tan^2 a + \cot^2 a$

b) $B = \tan a + \cot a$

c) $C = \tan^4 a - \cot^4 a$

Bài 2.12: a) Cho $3 \sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$. Tính $A = \sin^4 x + 3 \cos^4 x$.

b) Cho $3 \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$. Tính $B = \sin^4 x + 3 \cos^4 x$.

c) Cho $4 \sin^4 x + 3 \cos^4 x = \frac{7}{4}$. Tính $C = 3 \sin^4 x + 4 \cos^4 x$.

hoc360.net