Đáp án ôn tập chương I:
Mệnh đề, tập hợp – Chuyên đề đại số 10

Bài 1.64: $P \Rightarrow Q$: "Nếu điểm *M* nằm trên phân giác của góc Oxy thì *M* cách đều hai cạnh *Ox, Oy* ": đúng.
$Q \Rightarrow P$: "Nếu điểm *M* cách đều hai cạnh *Ox* , *Oy* thì *M* nằm trên phân giác của góc Oxy " : đúng.
$P \Leftrightarrow Q$: "Điểm *M* nằm trên phân giác của góc Oxy nếu và chỉ nếu (khi và chỉ khi) điểm *M* cách đều hai cạnh *Ox, Oy*" : đúng.
Hay : $P \Leftrightarrow Q$: "Điều kiện cần và đủ để điểm *M* nằm trên phân giác của góc Oxy là *M* cách đều hai cạnh *Ox* , *Oy*" : đúng.

Bài 1.65: a) P : "n là số tự nhiên và n^5 chia hết cho 5", Q : "n chia hết cho 5".
b) Với n là số tự nhiên, n chia hết cho 5 là điều kiện cần để n^5 chia hết cho 5 ; hoặc phát biểu cách khác : Với n là số tự nhiên, điều kiện cần để n^5 chia hết cho 5 là n chia hết cho 5.
c) Với n là số tự nhiên, n^5 chia hết cho 5 là *điều kiện đủ* để n chia hết cho 5.
d) Định lí đảo : "Cho số tự nhiên n, nếu n chia hết cho 5 thì n^5 chia hết cho 5". Thật vậy, nếu n = 5k thì $n^5 = 5^5.k^5$: Số này chia hết cho 5.
Điều kiện cần và đủ để n chia hết cho 5 là n^5 chia hết cho 5.

Bài 1.66: a) Các tập con của X chứa có các phần tử 1, 3, 5, 7 được thành lập bằng cách thêm vào tập $\{1;3;5;7\}$ các phần tử còn lại của tập X. Do đó tất cả các tập con của X có chứa các phần tử 1, 3, 5, 7 là : $\{1;3;5;7\}$, $\{1;3;5;7;2\}$, $\{1;3;5;7;4\}$, $\{1;3;5;7;6\}$, $\{1;3;5;7;2;4\}$, $\{1;3;5;7;2;6\}$, $\{1;3;5;7;4;6\}$ và X.
b) Giả sử tập cần tìm là { a ; b }với a ≠ b.
• Vì X có 7 phần tử nên có 7 cách chọn phần tử a. Sau khi chọn a thì X còn 6 phần tử, do đó với mỗi cách chọn a, ta có 6 cách chọn phần tử b, như vậy có 7.6 = 42 cặp (a ; b) theo cách chọn này.
Nhưng với cách chọn trên thì với hai phần tử bất kì a, b ta đã chọn lặp lại hai lần, đó là hai cặp $(a;b)$ và $(b;a)$, nhưng chỉ có duy nhất tập $\{a;b\}$.

Do đó, có $\frac{42}{2} = 21$ tập con của X chứa đúng hai phần tử.

Bài 1.67: a) Giải phương trình : $4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$. Vậy mệnh đề đã cho đúng.

Mệnh đề phủ định $\forall x \in Q : 4x^2 - 1 \neq 0$

b) Ta có $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$. Vì $\pm\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$ nên mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề phủ định $\forall x \in \mathbb{Z},\ x^2 \neq 3$

c) Với $n = 5$ thì $2^n + 3 = 35$, số này chia hết cho 5 (không nguyên tố). Do đó mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề phủ định "$\exists n \in N^* : 2^n + 3$ không phải là một số nguyên tố"

d) Mệnh đề đúng vì $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề phủ định $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 + 4x + 5 \le 0$

e) $x^4 - x^2 + 2x + 2 = (x^2 - 1)^2 + (x + 1)^2$ nên mệnh đề đã cho đúng

Mệnh đề phủ định $\exists x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 2x + 2 < 0$

Bài 1.68: a) $x \in \mathbb{R},\ x < 0 \Rightarrow x + \dfrac{1}{x} \le -2$

b) Mệnh đề đảo là $x \in \mathbb{R},\ x + \dfrac{1}{x} \le -2 \Rightarrow x < 0$

Ta có $x + \dfrac{1}{x} + 2 = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x} = \dfrac{(x+1)^2}{x}$ do đó $x + \dfrac{1}{x} \le -2 \Rightarrow x < 0$ là mệnh đề đúng

Vậy định lí trên có định lí đảo.

Bài 1.69 a) *Thuận:* Cho *n* : lẻ, thì *n* = 2*k* + 1 (*k* ∈ N)

⇒ 3*n* + 1 = 3(2*k* + 1) + 1 = 6*k* + 4 = 2(3*k* + 2), với 3*k* + 2 ∈ N

⇒ 3*n* + 1: chẵn

Đảo : Cho 3*n* + 1 : chẵn, ta chứng minh *n* : lẻ

Dùng phương pháp phản chứng:

Giả sử *n* : chẵn, tức là *n* = 2*k* (*k* ∈ N)

⇒ 3*n* + 1 = 6*k* + 1 ⇒ 3*n* + 1 : lẻ: trái với giả thiết. Vậy 3*n* + 1: lẻ.

Từ hai phần thuận và đảo ta được: *n*: lẻ ⇔ 3*n* + 1: chẵn

Bài 1.70: a) $A = \{-1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$, $B = \left\{-1; \dfrac{1}{3}; 1\right\}$ vì

$$(1 - 3x)(x^4 - 3x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \notin Q \\ x = 1/3 \end{array}\right.$$

$C = \{x \in N \mid x \le 6\}$

b) $A \cap B = \{-1; 1\}$; $A \cup B = \{-1; 0; \dfrac{1}{3}; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $A \setminus B = \{0; 2; 3; 4; 5\}$,

$C_{B \cup A}(A \cap B) = \{0; 1/3; 2; 3; 4; 5\}$

c) $B \cup C = \{-1; 0; 1/3; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $A \cap (B \cup C) = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\} = A$

Bài 1.71: a) Ta có: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\} \Rightarrow A = \{0; 1\}$. (1)

$B = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - x)(x^2 - 2) = 0\}$.

$$(x^2 - x)(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \vee x = 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow B = \{0; 1\} \ (2)$$

Từ (1) và (2) cho: A = B.

b) Ta có: $4x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow A = \varnothing$ (3)

$x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -4 \Rightarrow B = \{0; -4\}$. (4)

Từ (3) và (4) cho: A ⊂ B.

c) Ta có: $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}\Rightarrow A=\{2;3\}$. $B=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2-9=0\}\Rightarrow B=\{-3;3\}$.

Ta thấy: $2\in A$ mà $2\notin B$ nên $A\not\subset B$; $-3\in B$ mà $-3\notin A$ nên $B\not\subset A$.

Bài 1.72: a) Ta có $A\cap B=\{4;6\}\subset X$.

Do đó các tập X, Y thỏa mãn yêu cầu là : $X=\{4;6\}$ và $Y=\{0;2\}$, $X=\{4;6;0\}$ và $Y=\{2\}$, $X=\{4;6;2\}$ và $Y=\{0\}$.

b) Ta có $A\cup B=\{0;2;4;6;5\}$, do đó các tập P thỏa mãn điều kiện $(A\cap B)\subset P\subset(A\cup B)$ là :

$\{4;6\}$, $\{4;6;0\}$, $\{4;6;2\}$, $\{4;6;5\}$, $\{4;6;0;2\}$, $\{4;6;2;5\}$, $\{4;6;5;0\}$ và $\{4;6;0;2;5\}$.

Bài 1.73: a) Ta có : $A\cap B=[-3;1)\cap[-1;5]=[-1;1)$;

$A\cup B=[-3;1)\cup[-1;5]=[-3;5]$; $(B\setminus A)=[-1;5]\setminus[-3;1)=[1;5]$.

$C=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\ge 2\}=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$; $(B\setminus A)\cap C=[2;5]$.

b) Ta có : $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=C_{\mathbb{R}}[-3;5]=(-\infty;-3)\cup(5;+\infty)$. (1)

$C_{\mathbb{R}}A=C_{\mathbb{R}}[-3;1)=(-\infty;-3)\cup[1;+\infty)$; $C_{\mathbb{R}}B=C_{\mathbb{R}}[-1;5]=(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$;

$(C_{\mathbb{R}}A)\cap(C_{\mathbb{R}}B)=(-\infty;-3)\cup(5;+\infty)$. (2)

(1) và (2) cho: $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(C_{\mathbb{R}}A)\cap(C_{\mathbb{R}}B)$.

Bài 1.74: a) $K\cap Z=\{0\}$, $H=[-3;3]$, $H\setminus K=[-3;-1]\cup[1;3]$

$C_RG=(-\infty;-2)$, $C_R(H\cup K)=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$

$C_RG\cup C_R(H\cup K)=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$

b) $a\le x\le b\Leftrightarrow c\le x\le 8\Leftrightarrow -5+d\le x\le 5+d$

Do đó $a=c=d-5$ và $b=8=d+5\Rightarrow b=8, a=c=-2, d=3$

Vậy $x\in[-2;8]\Leftrightarrow -2\le x\le 8\Leftrightarrow |x-3|\le 5$

Bài 1.75: $\sqrt{2011}\approx 44,84$, $\sqrt{2012}\approx 44,86$

Bài 1.76: • Thuận: $A\cup B=A\cap B$, ta chứng minh : $A=B$

$\forall x, x\in A\Rightarrow x\in A\cup B$ (vì $A\subset A\cup B$) $\Rightarrow x\in A\cap B$

(vì $A\cup B=A\cap B$) $\Rightarrow x\in B$ (vì $A\cap B\subset B$)

Như thế : $\forall x, x\in A\Rightarrow x\in B$, nên $A\subset B$ (a)

$\forall x, x\in B\Rightarrow x\in A\cup B$ (vì $B\subset A\cup B$) $\Rightarrow x\in A\cap B$

(vì $A\cup B=A\cap B$) $\Rightarrow x\in A$ (vì $A\cap B\subset A$)

Như thế : $\forall x, x\in B\Rightarrow x\in A$, nên $B\subset A$ (b)

(a) và (b) cho $A=B$

• Đảo: Cho $A=B$, ta chứng minh : $A\cup B=A\cap B$

Ta có $A\cup B=A\cup A$ (vì $B=A$) $=A$ (c)

$A\cap B=A\cap A$ (vì $B=A$) $=A$ (d)

(c) và (d) cho $A\cup B=A\cap B$.

Từ hai phần thuận và đảo ta được: $A\cup B=A\cap B\Leftrightarrow A=B$