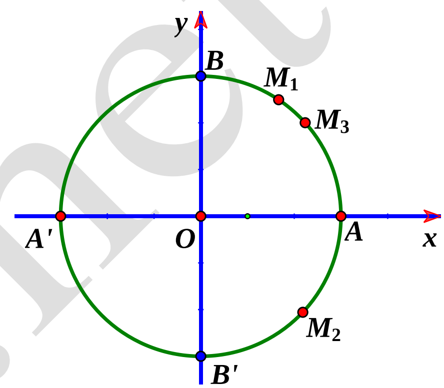
Đáp án chuyên đề:
Giá trị lượng giác của góc (cung) lượng giác - Đại số 10

Bài 6.6: HD: a) Ta có $\frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{1}{6}$. Ta chia đường tròn thành sáu phần bằng nhau. Khi đó điểm M_1 là điểm biểu diễn bởi góc có số đo $\frac{\pi}{3}$.



b) Ta có $-\frac{17\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + \ -2\ .2\pi$ do đó điểm biểu diễn bởi góc $-\frac{17\pi}{4}$ trùng với góc $-\frac{\pi}{4}$ và là điểm M_2.

c) Ta có $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$. Ta chia đường tròn thành tám phần bằng nhau.

Khi đó điểm M_2 là điểm biểu diễn bởi góc có số đo -45^0.

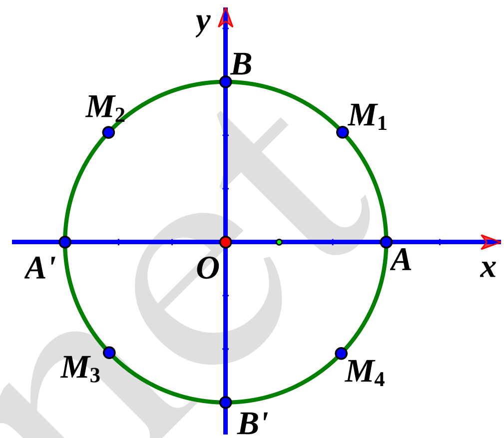
d) Ta có $765^0 = 45^0 + 2.360^0$ do đó điểm biểu diễn bởi góc 765^0 trùng với góc 45^0.

$\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$. Ta chia đường tròn làm tám phần bằng nhau

Khi đó điểm M_3 (điểm chính giữa cung nhỏ AB) là điểm biểu diễn bởi góc có số đo 765^0.

Bài 6.7: Ta có $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{4}$ do đó có bốn điểm biểu diễn bởi góc có số đo dạng

$x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$



Với $k=0 \Rightarrow x=\dfrac{\pi}{4}$ được biểu diễn bởi điêm M_1

$k=1 \Rightarrow x=\dfrac{3\pi}{4}$ được biểu diễn bởi M_2

$k=2 \Rightarrow x=\dfrac{5\pi}{4}$ được biểu diễn bởi M_3

$k=3 \Rightarrow x=\dfrac{7\pi}{4}$ được biểu diễn bởi M_4

Vậy góc lượng giác có số đo là $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$ được biểu diễn bởi đỉnh của hình vuông $M_1M_2M_3M_4$.

Bài 6.8: Các góc lượng giác $x_1=k\pi$ được biểu diễn bởi hai điểm là A và A' trên đường tròn lượng giác. Các góc lượng giác $x_2=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ được biểu diễn bởi hai điểm là B và B' trên đường tròn lượng giác.

Từ đó suy ra các góc x_1, x_2 có thể viết dưới dạng một công thức là $\dfrac{k\pi}{2}$.

Bài 6.9: a) $A=\dfrac{\sin 45^0+\sin 135^0}{\cos 30^0+\cos 60^0}=\dfrac{2.\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$

b) $B=\dfrac{1-\tan 30^\circ}{-\tan 60^\circ}=\dfrac{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{-\sqrt{3}}=\dfrac{1-\sqrt{3}}{3}$

c) $D=\ \cos 0^0+\cos 180^0\ +\ \cos 20^0+\cos 160^0\ +\ldots+\ \cos 80^0+\cos 100^0$

$=\ \cos 0^0-\cos 0^0\ +\ \cos 20^0-\cos 20^0\ +\ldots+\ \cos 80^0-\cos 80^0\ =0$

d) $E=\ \tan 5^0\tan 85^0\quad \tan 15^0\tan 75^0\ \ldots\ \tan 45^0\tan 45^0$

$=\ \tan 5^0\cot 5^0\quad \tan 15^0\cot 5^0\ \ldots\ \tan 45^0\cot 5^0\ =1$

e) $F=\ \cos^2 15^\circ+\sin^2 15^\circ\ +\ \cos^2 35^\circ+\sin^2 35^\circ\ =2$

Bài 6.10: a) $A = 5\sin^2\frac{\pi}{6} + 3\cos^2\frac{\pi}{3} - 4\tan^2\frac{\pi}{6} + 7\cot^2\frac{\pi}{3}$

$= 5.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 7\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 3$

b) Ta có $\cos\frac{\pi}{5} = \sin\frac{3\pi}{10}, \cos\frac{2\pi}{5} = \sin\frac{\pi}{10}$ suy ra

$B = \left(\cos^2\frac{\pi}{10} + \sin^2\frac{\pi}{10}\right) + \left(\cos^2\frac{3\pi}{10} + \sin^2\frac{3\pi}{10}\right) = 2$

c) Ta có $\tan\frac{\pi}{9} = \cot\frac{7\pi}{18}, \tan\frac{2\pi}{9} = \cot\frac{5\pi}{18} \Rightarrow C = 1$

Bài 6.11: a) $A = \sin 50^0.\cos(-360^0 + 60^0) = \sin 50^0.\cos 60^0 > 0$

b) $B = \sin\ 180^0 + 35^0\ .\tan\left(3\pi + \frac{\pi}{7}\right) = -\sin 35^0.\tan\frac{\pi}{7} < 0$

c) $C = -\cot\frac{3\pi}{5}.\sin\frac{2\pi}{3}$. Ta có $\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{5} < \pi \Rightarrow \cot\frac{3\pi}{5} < 0$, $\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} < \pi \Rightarrow \sin\frac{2\pi}{3} > 0$

Vì vậy $C = -\cot\frac{3\pi}{5}.\sin\frac{2\pi}{3} < 0$

Bài 6.12: a) $90^0 < \alpha + 90^0 < 180^0 \Rightarrow \sin(\alpha + 90^0) > 0$

b) $-90^0 < \alpha - 90^0 < 0^0 \Rightarrow \cot(\alpha - 90^0) < 0$

c) $180^0 < 270^0 - \alpha < 270^0 \Rightarrow \tan(270^0 - \alpha) > 0$

d) $90^0 < 2\alpha + 90^0 < 270^0 \Rightarrow \cos(2\alpha + 90^0) < 0$

Bài 6.13: a) $\pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos(\alpha + \pi) < 0$

b) $-\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan(\alpha - \pi) > 0$

c) $\frac{2\pi}{5} < \alpha + \frac{2\pi}{5} < \frac{9\pi}{10} \Rightarrow 0 < \alpha + \frac{2\pi}{5} < \pi \Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) > 0$

d) $-\frac{\pi}{8} < \frac{3\pi}{8} - \alpha < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{8} - \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{3\pi}{8} - \alpha\right) > 0$

Bài 6.14: a) $M > 0$ b) $N < 0$ c) $P > 0$ d) $Q < 0$

Bài 6.15: a) $A = -\sin x + \cos x - \cos x = -\sin x$

b) $B = 2\cos x + 3\cos x - 5\cos x + \tan x = \tan x$

c) $C = 2\cos x + \sin x - \cos x - \sin x = \cos x$

d) $D = \dfrac{-\sin x \sin x \tan x}{-\cos x \quad -\cos x \quad \tan x} = -\tan^2 x$

Bài 6.16: a) $\tan^2 x - \sin^2 x = \dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \;\; 1 + \tan^2 x \;\; - \sin^2 x = \tan^2 x.\sin^2 x$

b) $\dfrac{\tan^3 x}{\sin^2 x} - \dfrac{1}{\sin x \cos x} + \dfrac{\cot^3 x}{\cos^2 x} = \tan^3 x \;\; \cot^2 x + 1 \;\; - \tan x \;\; \cot^2 x + 1 \;\; + \cot^3 x \;\; \tan^2 x + 1$

$= \tan x + \tan^3 x - \cot x - \tan x + \cot x + \cot^3 x = \tan^3 x + \cot^3 x$

c) $\tan^6 x(\cos^2 x - \cot^2 x) = \tan^6 x \cos^2 x - \tan^6 x \cot^2 x = \tan^4 x \sin^2 x - \tan^4 x$

$= \tan^4 x.\cos^2 x = \tan^2 x.\sin^2 x = \tan^2 x - \sin^2 x$ (do câu a))

d) $\dfrac{\tan^2 a - \tan^2 b}{\tan^2 a.\tan^2 b} = \dfrac{1}{\tan^2 b} - \dfrac{1}{\tan^2 a} = \cot^2 b - \cot^2 a = \dfrac{1}{\sin^2 b} - \dfrac{1}{\sin^2 a} = \dfrac{\sin^2 a - \sin^2 b}{\sin^2 a.\sin^2 b}$

Bài 6.17: a) $\dfrac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 \;\; 180^0 - x \;\; - \cos^2 \;\; 180^0 - x \;\; = \tan^2 x + 1 - \tan^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x$

b) $\dfrac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \tan^2 x} - \cos^2 x = \dfrac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\dfrac{1}{\sin^2 x} - 1 - \dfrac{1}{\cos^2 x} + 1} - \cos^2 x = \cos^2 x \sin^2 x - \cos^2 x = -\cos^4 x$

c) $\dfrac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\cos^2 x + \sin x(\sin x - \cos x)} = \dfrac{(\sin x + \cos x) \;\; \sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x} = \sin x + \cos x$

d) Đặt $A = \sqrt{\dfrac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} + \sqrt{\dfrac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$ khi đó

$A^2 = \dfrac{1 + \sin x}{1 - \sin x} + \dfrac{1 - \sin x}{1 + \sin x} + 2\sqrt{\dfrac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}.\sqrt{\dfrac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$

$= \dfrac{1 + \sin x \;\;^2 + \;\; 1 - \sin x \;\;^2}{1 - \sin x \;\; 1 + \sin x} + 2 = \dfrac{2 \;\; 1 + \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} + 2 = \dfrac{4}{\cos^2 x}$

Suy ra $A = \dfrac{2}{|\cos x|}$.

e) $\sqrt{\dfrac{1}{1 + \cos x} + \dfrac{1}{1 - \cos x}}.\sqrt{\dfrac{1}{1 + \sin x} + \dfrac{1}{1 - \sin x}} = \sqrt{\dfrac{2}{1 - \cos^2 x}}.\sqrt{\dfrac{2}{1 - \sin^2 x}}$

$= \dfrac{2}{\sqrt{\sin^2 x \cos^2 x}} = \dfrac{2}{\sin x|\cos x|}$

f) $\left(\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^2 x}-\frac{1}{\tan^2 x}-\frac{1}{\cot^2 x}\right)\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{\cos^2 x}\right)=\left(\frac{1-\cos^2 x}{\sin^2 x}+\frac{1-\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)\ \cot^2 x-\tan^2 x$

$\frac{1-\sin^4 x-\cos^4 x}{\sin^2 x\cos^2 x}.\ \cot^2 x-\tan^2 x\ \ =2\ \ \cot^2 x-\tan^2 x$

Bài 6.18: a) $(\tan\alpha+\cot\alpha)^2-(\tan\alpha-\cot\alpha)^2=4$

b) $2(\sin^6\alpha+\cos^6\alpha)-3(\sin^4\alpha+\cos^4\alpha)=2\ \ 1-3\sin^2 x.\cos^2 x\ \ -3\ \ 1-2\sin^2 x.\cos^2 x\ \ =-1$

c) $\cot^2 30^0(\sin^8\alpha-\cos^8\alpha)+4\cos 60^0(\cos^6\alpha-\sin^6\alpha)-\sin^6(90^0-\alpha)\ \ \tan^2\alpha-1\ ^3$

$=3\ \ \sin^2\alpha-\cos^2\alpha\ \ \ \sin^4\alpha+\cos^4\alpha\ \ -2\ \ \sin^2\alpha-\cos^2\alpha\ \ \ \sin^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha$

$-\ \ \sin^2\alpha-\cos^2\alpha\ ^3\ =\ \ \sin^2\alpha-\cos^2\alpha\ ^3-\ \ \sin^2\alpha-\cos^2\alpha\ ^3\ =0$

d) $(\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1)(\tan^2\alpha+\cot^2\alpha+2)=-2$

Bài 6.19: a) $A=1$ b) $B=1$

Bài 6.20: a) $0^0<\alpha<90^0\Rightarrow\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{4}{5},\ \tan\alpha=\frac{3}{4},\ \cot\alpha=\frac{4}{3}$

b) $0<\alpha<\pi\Rightarrow\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{2}{\sqrt{5}},\ \tan\alpha=2,\ \cot\alpha=\frac{1}{2}$

c) Vì $\tan\alpha=2\Rightarrow\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}=\frac{1}{2}$

Ta có $\tan^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{1}{\tan^2\alpha+1}=\frac{1}{2\ ^2+1}=\frac{1}{5}\Rightarrow\cos\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Vì $\pi<\alpha<2\pi\Rightarrow\sin\alpha<0$ và $\tan\alpha=2>0$ nên $\cos\alpha<0$

Vì vậy $\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

Ta có $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\Rightarrow\sin\alpha=\tan\alpha.\cos\alpha=2.\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Vì $\tan\alpha$, $\cot\alpha$ cùng dấu và $\tan\alpha+\cot\alpha>0$ nên $\tan\alpha>0,\ \cot\alpha>0$

Ta có $\tan^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{0,8\ ^2}=\frac{25}{24}\Rightarrow\tan^2\alpha=\frac{1}{24}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{1}{2\sqrt{6}}$

$\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} = 2\sqrt{6}, \sin\alpha = \tan\alpha\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{6}}.0,8 = \dfrac{2}{5\sqrt{6}}$

Bài 6.21: a) $A = \dfrac{19}{3}$

b) Từ giả thiết suy ra $\cos\alpha = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\alpha = -\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$, $\cot\alpha = -2\sqrt{2} \Rightarrow B = \dfrac{26 - 2\sqrt{2}}{9}$

c) $C = \dfrac{2\tan a + 3}{\tan a + 1} = \dfrac{7}{3}$

d) $\dfrac{D}{\sin^2\alpha} = 2\cot^2 a + 5\cot a + \dfrac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \quad \cot^2 a + 1 \;\; D = 3\cot^2\alpha + 5\cot a + 1$

Suy ra $D = \dfrac{101}{26}$

Bài 6.22: a) $\tan^2 x + \cot^2 x = m^2 - 2$

b) Ta có $\tan^4 x + \cot^4 x = \;\; \tan^2 x + \cot^2 x \;\;^2 - 2 = \;\; m^2 - 2 \;\;^2 - 2 = m^4 - 4m^2 + 2$

$\Rightarrow \dfrac{\tan^6 x + \cot^6 x}{\tan^4 x + \cot^4 x} = \dfrac{\tan^2 x + \cot^2 x \quad \tan^4 x + \cot^4 x \text{ - } \tan^2 x\cot^2 x}{m^4 - 4m^2 + 2} = \dfrac{m^2 - 2 \quad m^4 - 4m^2 + 1}{m^4 - 4m^2 + 2}$

Bài 6.23: $\sin\alpha + \cos\alpha \;\;^2 = 1 + \dfrac{24}{25} \Rightarrow \sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{7}{5}$ (do $\cos\alpha > 0$)

Suy ra $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha = \;\; \sin\alpha + \cos\alpha \;\; \sin^2\alpha - \sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha \;\; = \dfrac{91}{125}$

Bài 6.24: a) 11 b) $\pm\sqrt{13}$ c) $\pm 33\sqrt{13}$

Bài 6.25: A $= \dfrac{7}{4}$