

Đáp án chuyên đề: Đại cương về bất phương trình – Đại số 10

Bài 4.55: a) $x \neq 3$ b) $x > 2$

Bài 4.56: a) $x = \frac{1}{2}$ b) Vô nghiệm c) $0 \leq x \leq 1$ d) $x = 1, x = 2$

Bài 4.57: Ta có $3x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$

a) Ta có $3x+1 + \frac{1}{x+3} > \frac{1}{x+3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ 3x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$

Do đó $3x+1 + \frac{1}{x+3} > \frac{1}{x+3}$ tương đương $3x+1 > 0$

a) $3x+1 + \sqrt{x+1} > \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 3x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$

Do đó $3x+1 + \sqrt{x+1} > \sqrt{x+1}$ tương đương $3x+1 > 0$

Bài 4.58: a) ĐKXD: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ -x-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -4 \end{cases}$ không tồn tại giá trị nào của x

Suy ra bất phương trình vô nghiệm.

b) Ta có $\sqrt{x+1} \geq 0, -x^2 + x - 1 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} < 0$

Suy ra bất phương trình vô nghiệm.

Bài 4.59: a) Ta có $|x+1| \geq 0, 2x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 + x^2 \geq 0$

Suy ra $|x+1| + 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x+1 = 0 \\ (x-1)^2 + x^2 = 0 \end{cases}$ (vô nghiệm)

Suy ra $|x+1| + 2x^2 - 2x + 1 > 0$ với mọi x .

Vậy bất phương trình nghiệm đúng với mọi x .

b) Áp dụng BĐT côsi ta có $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} = \sqrt{x^2+1} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x^2+1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}} = 2$

Suy ra bất phương trình nghiệm đúng với mọi x .

Bài 4.60: Bạn Bình đã mắc sai lầm ở phép biến đổi đầu tiên

Lời giải đúng là:

$$\sqrt{x+1}(\sqrt{2x+2}-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{2x+2}-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ \sqrt{2x+2} \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ 2x+2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = \{-1\} \cup \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.