

## Chuyên đề 2

4.1

- a) Có
- b) không

4.2 a)  $m > \frac{4}{3}$

b)  $m \geq -16$

4.3 a)  $x < 13$

b)  $x \geq \frac{1}{12}$

4.4 Với mọi  $-6 \leq x \leq 8$  ta có:

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x-8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (x+6)(8-x) \geq 0$$

Vậy không có giá trị nào của  $x$  thỏa mãn  $(x+6)(8-x) < 0$  (đpcm)

4.5

- a)  $x < -2$  hoặc  $x \geq -1$
- b)  $-1 < x < 1$  hoặc  $5 < x < 9$

4.6

$$2x+1 > 3x-4 \Leftrightarrow x < 5$$

$$(x-1)^2 \leq (2x-3)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{4}{3} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Suy ra hai bất phương trình có vô số nghiệm chung thỏa mãn  $x \leq \frac{4}{3}$  hoặc  $2 \leq x < 5$

4.7 Ta có:  $\frac{x+12}{2000} + \frac{x+15}{1997} > \frac{x+34}{1978} + \frac{x+26}{1986}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+12}{2000} + 1\right) + \left(\frac{x+15}{1997} + 1\right) > \left(\frac{x+34}{1978} + 1\right) + \left(\frac{x+26}{1986} + 1\right)$$

$$\Leftrightarrow (x+2012) \left(\frac{1}{2000} + \frac{1}{1997} - \frac{1}{1978} - \frac{1}{1986}\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2012 < 0$$

$$\Leftrightarrow x < -2012$$

**4.8**

a)  $mx + 4 \geq 2x + m^2 \Leftrightarrow (m-2)x \geq (m-2)(m+2)$  (1)

+ Nếu  $m = 2$  (1) trở thành  $0x \geq 0$ , nghiệm đúng với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$

+ Nếu  $m > 2$  thì (1)  $\Leftrightarrow x \geq m+2$

+ Nếu  $m < 2$  thì (1)  $\Leftrightarrow x \leq m+2$

b)  $(m+4)x < m^2 + 2m - 8 \Leftrightarrow (m+4)x < (m+4)(m-2)$  (2)

+ Nếu  $m = -4$  thì (2) trở thành  $0x < 0$ , vô nghiệm.

+ Nếu  $m > -4$  thì (2)  $\Leftrightarrow x < m-2$

+ Nếu  $m < -4$  thì (2)  $\Leftrightarrow x > m-2$

**4.9** a)  $m^2x \geq 9x + m^2 + 3m \Leftrightarrow (m-3)(m+3) \geq m(m+3)$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$  khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} (m-3)(m+3) = 0 \\ m(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$$

b)  $m^3(x+2) \leq m^2(x-1) \Leftrightarrow m^2(m-1) \leq -m^2(2m+1)$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$  khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} m^2(m-1) = 0 \\ -m^2(2m+1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

**4.10** Ta có :  $(m^2 + m + 1)x + 3m \geq (m^2 + 2)x + 5m - 1 \Leftrightarrow (m-1)x \geq 2m - 1$

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} m-1=0 \\ 2m-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=1$$

4.11 Ta có:  $\frac{x+3}{m} + m > x + 4 (m \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-m)x + m^2 - 4m + 3}{m} > 0 \Leftrightarrow \frac{(1-m)x + (m-1)(m-3)}{m} > 0$$

+ Nếu  $m = 1$  thì bất phương trình trở thành  $0x > 0$  vô nghiệm

+ Nếu  $m > 1$  thì bất phương trình trở thành:  $-x + (m-3) > 0 \Leftrightarrow x < m-3$

+ Nếu  $0 < m < 1$  thì bất phương trình trở thành:  $x(m-3) > 0 \Leftrightarrow x > m-3$

+ Nếu  $m < 0$  thì bất phương trình trở thành:  $x - (m-3) < 0 \Leftrightarrow x < m-3$

4.12 Bất phương trình:  $x - 7 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 7$  (1)

Xét bất phương trình  $mx \geq m + 1$  (2)

+ Nếu  $m = 0$  thì (2) trở thành  $0x > 1$  vô nghiệm  $\Rightarrow$  loại

+ Nếu  $m < 0$  thì (2)  $\Leftrightarrow x \leq \frac{m+1}{m}$ . Khi đó (1) và (2) có vô số nghiệm chung  $\Rightarrow$  loại

+ Nếu  $m > 0$  thì (2)  $\Leftrightarrow x \geq \frac{m+1}{m}$ . Khi đó (1) và (2) có đúng một nghiệm chung thì

$$\frac{m+1}{m} = 7 \Rightarrow m = \frac{1}{6} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy điều kiện cần tìm của  $m$  là  $m = \frac{1}{6}$

4.13 Ta có:  $\frac{8}{x-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{8}{x-1} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{9-x}{x} > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 9$  (1)

Mặt khác:  $x \geq 3 - mx \Leftrightarrow (m+1)x \geq 3$  (2)

+ Nếu  $m = -1$  thì (2) vô nghiệm  $\Rightarrow$  thỏa mãn

+Nếu  $m > -1$  thì (2)  $\Leftrightarrow x \geq \frac{3}{m+1}$  khi đó để (1) và (2) không có nghiệm chung thì

$$\frac{3}{m+1} \geq 9 \Leftrightarrow \frac{1}{m+3} \geq 3 \Rightarrow m \leq \frac{-2}{3}$$

Kết hợp với  $m > -1$  ta có :  $-1 < m \leq \frac{-2}{3}$

+Nếu  $m < -1$  thì (2)  $\Leftrightarrow x \leq \frac{3}{m+1}$  khi đó để (1) và (2) không có nghiệm chung thì

$$\frac{3}{m+1} \leq 0 \Leftrightarrow m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$$

Kết hợp các trường hợp ta có điều kiện cần tìm của  $m$  là  $m \leq \frac{-2}{3}$

**4.14** Bất phương trình  $(m-1)x - m + 3 > 0 \Leftrightarrow (m-1)x > m-3$  (1)

Bất phương trình  $(m+1)x - m + 2 > 0 \Leftrightarrow (m+1)x > m-2$  (2)