

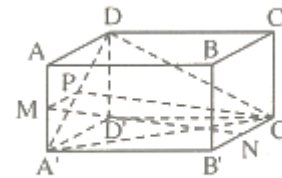
Chuyên đề 1 HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

4.1. (H.4.15)

Gọi P là trung điểm của $A'D$ thì $MP \parallel AD, MP = \frac{1}{2}AD$

Suy ra $MP \parallel NC'$ và $MP = NC'$ do đó $MPC'N$ là hình bình hành

Nên $MN \parallel PC'$ hay $MN \parallel mp(A'C'D)$



Hình 4.15

4.2. Gọi O là tâm của hình vuông $ABB'A'$; O' là tâm của hình vuông $DCC'D'$. giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD'A')$ và $(ADC'B')$ là OO'

4.3.

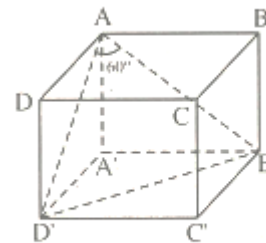
Ta có $AB' = AD'$; $B'AD' = 60^\circ$ nên $\triangle AB'D'$ đều. mà

$$B'D'^2 = 2A'B'^2$$

$$AB'^2 = AB^2 + BB'^2; B'D' = AB' \text{ suy ra } BB' = AB$$

Do đó hình hộp đã cho là hình lập phương.

$$\text{Vậy } S_{tp} = 6h^2$$



Hình 4.16

4.4.

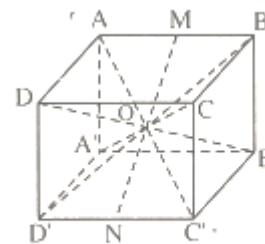
Ta có $AM \parallel C'N$; $AM = C'N$ nên $AMC'N$ là hình bình hành, suy ra AC' và MN cắt nhau tại trung điểm O.

Tương tự $MBND'$ là hình bình hành nên BD' và MN cắt nhau tại trung điểm O . $ADC'B'$ là hình bình hành nên AC' và DB' cắt nhau tại trung điểm O .

$BCD'A'$ là hình bình hành nên BD' và CA' cắt nhau tại trung điểm O .

$ADC'B'$ là hình bình hành nên AC' và DB' cắt nhau tại trung điểm O .

Từ các kết quả trên suy ra các đường thẳng $AC'; BD'; CA'; DB'; MN$ đồng quy tại trung điểm O của mỗi đoạn.



Hình 4.17

4.5. Gọi $a; b; c$ là ba kích thước của hình hộp chữ nhật ta có $a + b + c = 24$ và $2ab + 2ac + 2bc = 376$

$$(a + b + c)^2 = 24^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 576 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 200$$

$$\Rightarrow d^2 = 200 \Rightarrow d = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

4.6. Ta có: $\frac{AB}{3} = \frac{AD}{4} = \frac{AA'}{5} = k \Rightarrow AB = 3k; AD = 4k; AA' = 5k$

Áp dụng định lí Pyta go ta có: $AB^2 + AD^2 = AC^2 \Leftrightarrow 25k^2 = 25 \Rightarrow k = 1$

Vậy $AB = 3 \text{ (cm)}; AD = 4 \text{ (cm)}; AA' = 5 \text{ (cm)}$

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật $S_{xq} = 2(3 + 4)5 = 70 \text{ (cm}^2\text{)}$

4.7. Theo đề bài ta có MN là đường trung bình của tam giác $BB'C'$ nên $MN \parallel BC' \Rightarrow MN \parallel mp(BA'C')$

4.8. a)

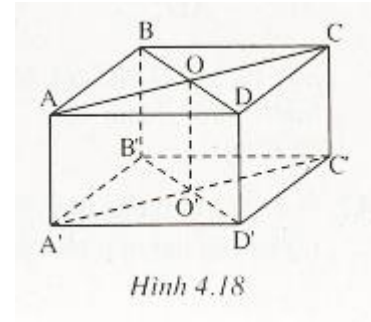
Ta có : $OO' \parallel BB' \parallel CC'$. vì $BB' \perp mp(A'B'C'D')$
 nên $OO' \perp mp(A'B'C'D')$

b) vì $A'B'C'D'$ là hình thoi nên $A'C' \perp B'D'$ (1)

$DD' \perp mp(A'B'C'D')$ nên $DD' \perp A'C'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'C' \perp mp(BB'D'D)$

Vậy $mp(AA'C'C) \perp mp(BB'D'D)$



Hình 4.18

4.9. Ta có $BMC'N$ là hình bình hành nên : $MC' \parallel BN \Rightarrow MC' \parallel mp(BA'N)$ (1)

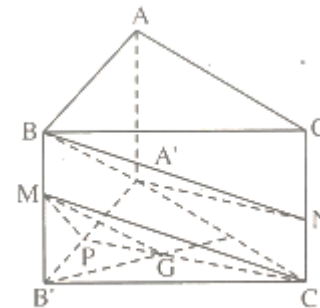
Gọi P là trung điểm của $A'B'$. Khi đó

$MP \parallel mp(BA'N)$ (2)

Ta có : $MC' \subset mp(MC'G)$; $MP \subset mp(MC'E)$

Kết hợp (1) với (2) suy ra

$mp(MPC') \parallel mp(BA'N)$ hay $mp(BA'N) \parallel mp(MC'G)$



Hình 4.19

4.10. Vì $82 : 10 = 8,2$ nên theo chiều dài đáy thì ta có thể xếp được 8 hình hộp nhỏ. Vì $70 : 10 = 7$ nên theo chiều rộng đáy ta có thể xếp được 7 hình hộp nhỏ. Vậy số hộp có thể xếp được là : $8.7 = 56$ hộp.

Thể tích của hộp lớn $V = 82.70.60 = 344400 (cm^3)$

Thể tích của hộp nhỏ là : $v = 10.10.59 = 5900 (cm^3)$

Thể tích 56 hình hộp nhỏ : $V' = 56.5900 = 330400 (cm^3)$

Thể tích hộp không sử dụng : $V - V' = 14000 (cm^3)$

4.11. Gọi số cạnh đáy của lăng trụ là n ($n \in \mathbb{N}; n \geq 3$). Số mặt là $n + 2$; số đỉnh là $2n$; số cạnh là $3n$. Ta luôn có : số mặt + số đỉnh - số cạnh = 2.

Mà số mặt + số đỉnh + số cạnh = 26. Suy ra số cạnh của lăng trụ là :

$$3n = \frac{26-2}{2} = 12 \Rightarrow n = 4$$

Vậy lăng trụ có đáy hình vuông $S_{xq} = 2ph \Rightarrow 2p = \frac{S_{xq}}{h} = \frac{200}{10} = 20(cm)$

Độ dài cạnh đáy là : $20 : 4 = 5 cm$

Thể tích của lăng trụ là : $V = S.h = 5^2.10 = 250(cm^3)$

4.12.

Ta có : $AC^2 = d^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$;

$$S_{tp} = 2(AB.AD + AB.AA' + AA'.AD)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$AB^2 + AD^2 \geq 2AB.AD; AB^2 + AA'^2 \geq 2AB.AA'$$

$$AA'^2 + AD^2 \geq 2AA'.AD$$

$$\Rightarrow 2(AB^2 + AD^2 + AA'^2) \geq 2(AB.AD + AB.AA' + AA'.AD)$$

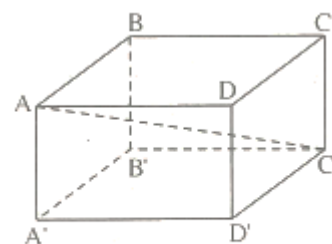
$$\Leftrightarrow 2AC'^2 \geq 2(AB.AD + AB.AA' + AA'.AD)$$

$$\Leftrightarrow 2d^2 \geq S_{tp}$$

Suy ra diện tích toàn phần của hình hộp lớn nhất bằng $2d^2$ khi

$AB = AA' = AD \Leftrightarrow ADCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

Vậy trong các hình hộp chữ nhật có cùng đường chéo bằng d thì hình lập phương có diện tích toàn phần lớn nhất bằng $2d^2$



Hình 4.20