

Chuyên đề 2 HÌNH CHÓP ĐỀU

A.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. HÌNH CHÓP ĐỀU – HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

1. Hình chóp có đáy là một đa giác phẳng, các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.

Người ta gọi tên hình chóp theo tên của đa giác đáy.

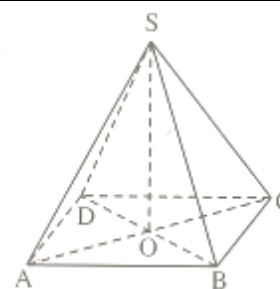
2. hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều và chân đường cao trùng với tâm của đáy.

* Trong hình chóp đều :

- Các cạnh bên bằng nhau.

- Các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau.

- Chiều cao mỗi mặt bên gọi là trung đoạn của hình chóp



Hình 4.9

3. Cắt một hình chóp đều bằng mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy. Phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và mặt phẳng đáy là một hình chóp cắt đều.

* Hình chóp cắt đều có các mặt bên là hình thang cân.

* Chiều cao của mỗi hình thang cân (mặt bên) gọi là trung đoạn của hình chóp cắt đều.

II. DIỆN TÍCH XUNG QUANH, THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU, HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU.

Công thức tính diện tích và thể tích :

- Kí hiệu : p và p' là nửa chu vi các đáy

D là trung đoạn, h là chiều cao

S_{xq} là diện tích xung quanh

S_{tp} là diện tích toàn phần

B và B' là diện tích các đáy

V là thể tích.

	Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích
Hình chóp đều	$S_{xq} = p.d$	$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = pd + B$	$V = \frac{1}{3} Bh$

Hình chóp cụt	$S_{tp} = (p + p')d$	$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy lớn}} + S_{\text{đáy nhỏ}}$ $= (p + p')d + B + B'$	
---------------	----------------------	---	--

Thể tích của hình chóp cụt : $V_{ch.c} = \frac{1}{3}h(B + B' + \sqrt{BB'})$

A. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD.

- Chứng minh mp(ABCD) song song với mp(A'B'C'D')
- Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh $SO \perp mp(A'B'C'D')$

Giải

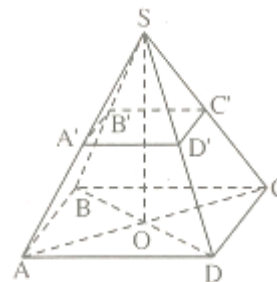
- a) Ta có $A'B' \parallel AB; C'D' \parallel CD$. Vì S.ABCD là hình chóp tứ

giác đều nên ABCD là hình vuông, suy ra $A'B' \parallel C'D'$. Do đó A', B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.

Tương tự $A'D' \parallel AD$. Vậy $mp(ABCD) \parallel mp(A'B'C'D')$

- b) $mp(ABCD) \parallel mp(A'B'C'D')$ nên

$$SO \perp mp(A'B'C'D')$$



Hình 4.10

Ví dụ 2. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Chứng minh ABC.MNP là hình chóp cụt tam giác đều.

Giải :

Ta có

$$AB \parallel MN; BC \parallel NP \Rightarrow mp(MNP) \parallel mp(ABC)$$

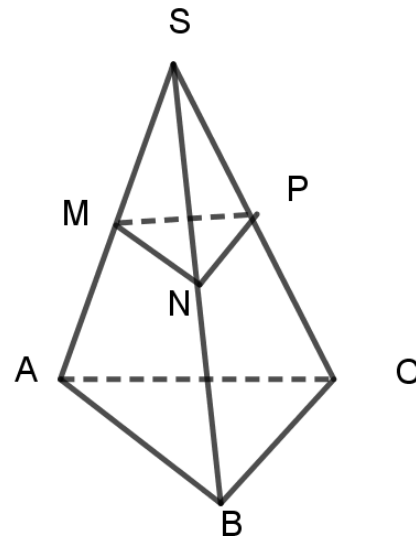
và ΔMNP là tam giác đều.

Mặt khác, $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên

$SA = SB = SC$ suy ra $SAB = SBA$, do đó $AMNB$ là hình thang cân.

Tương tự, $BNPC$; $AMPC$ là các hình thang cân.

Vậy $ABC.MNP$ là hình chóp cụt tam giác đều.



HÌNH 4.11

Ví dụ 3. Một hình chóp cụt đều $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh đáy bằng a và $2a$, đường cao của mặt bên bằng a .

- Tính diện tích xung quanh
- Tính cạnh bên, đường cao của hình chóp cụt đều.

Giải

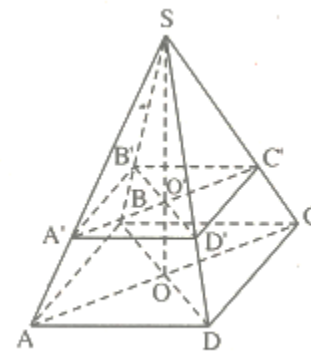
- Diện tích xung quanh của hình chóp cụt đều là :

$$S_{tp} = (p + p')d = (4.a + 2a)a = 6a^2$$

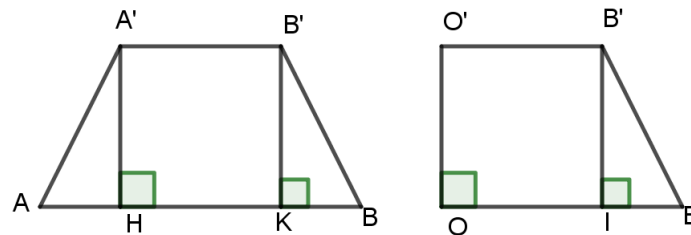
- Khai triển hình chóp cụt đều ta thấy mặt bên là hình thang cân $ABA'B'$. Vẽ đường cao $A'H$ và $B'K$.

$$\text{Ta có : } AH = BK = \frac{AB - A'B'}{2} = \frac{a}{2}$$

$$AA' = \sqrt{AH^2 + HA'^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$



Hình 4.12



HÌNH 4.13

Trong hình thang vuông $OBB'O'$ vẽ đường cao $B'I$, ta có:

$$OB = \frac{BD}{2} = a\sqrt{2}; O'B' = \frac{a\sqrt{2}}{2}; BI = OB - O'B' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy đường cao hình chóp cắt là:

$$B'I = \sqrt{B'B^2 - BI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ví dụ 4. Cho một hình trụ bê tông như hình vẽ gồm phần trên là một hình hộp chữ nhật, phần dưới là hình chóp cắt tứ giác đều. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA', SB', SC', SD' . Biết $AA'=4, AB=5, OI=IJ; SJ=12$. Tính thể tích của trụ bê tông.

Giải

Gọi V là thể tích trụ bê tông; V_1 là thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ V_2 là thể tích hình chóp tứ giác đều $S.A'B'C'D'$, V_3 là thể tích hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có $V = V_1 + V_2 - V_3$. Theo bài ra ta có

$$AA' = IJ = OI = 4 \Rightarrow SO = 4$$

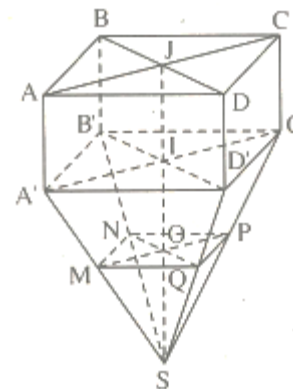
M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA', SB', SC', SD'

$$\text{Nên } MN = NP = PQ = QM = 2,5$$

$$V_1 = 5.5.4 = 100$$

$$V_2 = \frac{1}{3}.5.5.8 = \frac{200}{3} \text{ (đvdt)}$$

$$V_3 = \frac{1}{3}.2.5.2.5.4 = \frac{25}{3} \text{ (đvdt)}$$



Hình 4.14

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 - V_3 = 100 + \frac{200}{3} - \frac{25}{3} = \frac{475}{3} \text{ (đvdt)}$$

C.BÀI TẬP

4.13. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các mặt bên là các tam giác đều, cạnh AB = 10cm; O là trung điểm của AC. Tính SO.

4.14. Cho hình chóp lục giác đều S.ABCDEH có AB = 9 (cm), cạnh bên SA = 15 (cm). Tính chiều cao của hình chóp.

4.15. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $SB \perp mp(ABC)$. Biết SA = 25 cm; AB = 20 cm; AC = 15 cm.

a) Chứng minh $AB \perp AC$

b) Chứng minh $SA \perp AC$

c) Tính SB; SC; BC

4.16. Tính thể tích của Kim tự tháp Chéphren (Ai cập) có dạng hình chóp tứ giác đều, đáy có độ dài 217m và chiều cao 138m.

4.17. Cho hình chóp S.ABC có các mặt SAB; SBC; SAC là các tam giác vuông tại S và $AB = 3cm; SA = 2cm; AC = 4cm$

a) chứng minh $SA \perp mp(SBC)$

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

c) Tính thể tích của hình chóp

4.18. Một hình chóp cụt tứ giác đều có cạnh lớn bằng a. Cạnh đáy nhỏ bằng b, chiều cao bằng $\frac{ab}{a+b}$. So sánh diện tích xung quanh và tổng diện tích hai đáy.

4.19. Cho hình chóp cụt tam giác ABC.A'B'C' có cạnh đáy lớn là 20cm, cạnh đáy nhỏ là 12cm, diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy.

a) Tính diện tích toàn phần của hình chóp cụt.

b) Tính đường cao của mặt bên.

4.20. Cho hình chóp cụt đều ABCD.A'B'C'D' có đáy lớn AB = 10cm, đáy nhỏ A'B' = 6cm, mặt bên ACC'A' là hình thang cân có $\angle ACC' = 45^\circ$. Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

4.21. Nếu cạnh đáy của một hình chóp tứ giác đều tăng gấp đôi, còn chiều cao của nó giảm đi một nửa thì thể tích của nó thay đổi như thế nào.

4.22. Cho hình chóp S.ABCD có cạnh SA = x, các cạnh còn lại đều bằng 1.

a) Chứng minh rằng tam giác SAC vuông

b) Tìm giá trị lớn nhất của $V_{S.ABCD}$

423. Cạnh bên của hình chóp tam giác đều bằng a . Chứng minh rằng diện tích xung quang của hình chóp không vượt quá $\frac{3a^2}{2}$

424. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tam giác đều và $SA \perp mp(ABC)$. Gọi I là trung điểm của

BC .

a) Chứng minh $mp(SAI) \perp mp(SBC)$

b) Chứng minh đường thẳng $d \perp mp(SBC)$ tại trực tâm của tam giác SAC thì đi qua trực tâm của tam giác ABC .

c) Gọi K là trung điểm của SB . Chứng minh rằng khi S chạy trên đường thẳng $xy \perp mp(ABC)$ tại A thì đường thẳng CK nằm trong một mặt phẳng cố định.

425. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh bằng $3a$ và cạnh bên SA bằng $2a$. Tính độ dài đường cao của hình chóp.