

CHUYÊN ĐỀ 2
GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG

Câu 1. Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ là

- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Biến đổi $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot \left(-\frac{\pi}{6} + 15\pi \right) = \cot \left(-\frac{\pi}{6} \right) = -\cot \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Câu 2. Giá trị của $\tan 180^\circ$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. Không xác định.

Lời giải

Chọn B

Biến đổi $\tan 180^\circ = \tan (0^\circ + 180^\circ) = \tan 0^\circ = 0$.

Câu 3. Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Kết quả đúng là

- A. $\sin a > 0, \cos a > 0$. B. $\sin a < 0, \cos a < 0$. C. $\sin a > 0, \cos a < 0$. D. $\sin a < 0, \cos a > 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \sin a > 0, \cos a < 0$.

Câu 4. Cho $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là

- A. $\tan a > 0, \cot a > 0$. B. $\tan a < 0, \cot a < 0$.
C. $\tan a > 0, \cot a < 0$. D. $\tan a < 0, \cot a > 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $2\pi < a < \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \tan a > 0, \cot a > 0$.

Câu 5. Đơn giản biểu thức $A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$, ta có

- A. $A = \sin^2 x$. B. $A = \cos^2 x$. C. $A = -\sin^2 x$. D. $A = -\cos^2 x$.

Lời giải

Chọn A

$A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x) = \cot^2 x - \cos^2 x + 1 - \cot^2 x = \sin^2 x$.

Câu 6. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng ?

- A. $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$. B. $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$.
C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$. D. $\sin(180^\circ - a) = \cos a$.

Lời giải

Chọn C.

Theo công thức.

Câu 7. Chọn đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau

- A. $\sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \cos x$. B. $\sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 8. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$ bằng

A. $-3 - \sqrt{3}$.

B. $2 - 3\sqrt{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$.

D. $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$A = \frac{\cos 30^\circ + \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ - \cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = -3 - \sqrt{3}.$$

Câu 9. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, ta có :

A. $A = 2\sin a$.

B. $A = 2\cos a$.

C. $A = \sin a - \cos a$.

D. $A = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$A = \sin \alpha + \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha \Leftrightarrow A = 2\sin \alpha.$$

Câu 10. Giá trị của $\cot 1458^\circ$ là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\cot 1458^\circ = \cot(4.360^\circ + 18^\circ) = \cot 18^\circ = \sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

Câu 11. Trong các giá trị sau, $\sin \alpha$ có thể nhận giá trị nào?

A. -0,7.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $-\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$. Nên ta chọn A.

Câu 12. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

B. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$.

C. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$.

D. $\tan \alpha + \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$.

Lời giải

Chọn D

D sai vì : $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$.

Câu 13. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

A. $\cot \alpha = 2$.

B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.

C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

D. $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$

Câu 14. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là :

- A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $\frac{16}{25}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}.$

Câu 15. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}$ là :

- A. $\frac{2}{57}$. B. $-\frac{2}{57}$. C. $\frac{4}{57}$. D. $-\frac{4}{57}$.

Lời giải

Chọn B.

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$. Vậy $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$.

$E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha} = \frac{-\frac{4}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)}{-\frac{3}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{2}{57}.$

Câu 16. Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị của $A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ là :

- A. 5. B. $\frac{5}{3}$. C. 7. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{3 \tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = 7.$

Câu 17. Các cặp đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

- A. $\sin \alpha = 1$ và $\cos \alpha = 1$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$. D. $\sin \alpha = \sqrt{3}$ và $\cos \alpha = 0$.

Lời giải

Chọn B

B đúng vì: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1.$

Câu 18. Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. B. $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. D. $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}.$$

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$. Suy ra, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 19. Tính α biết $\cos \alpha = 1$

- A. $\alpha = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $\alpha = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $\alpha = -\pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 20. Giá trị của $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$\Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = 2.$$

Câu 21. Cho tam giác ABC. Hãy tìm mệnh đề sai

- A. $\sin \frac{A+C}{2} = \cos \frac{B}{2}$. B. $\cos \frac{A+C}{2} = \sin \frac{B}{2}$.
C. $\sin(A+B) = \sin C$. D. $\cos(A+B) = \cos C$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 22. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta có

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. B. $A = 2 \sin \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha - \sin \alpha = 0.$$

Câu 23. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta có A bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{-\sin 234^\circ + \sin 126^\circ}{\cos 54^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ \Leftrightarrow A = \frac{-2 \cos 180^\circ \cdot \sin 54^\circ}{-2 \sin 90^\circ \sin(-36^\circ)} \cdot \tan 36^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-1 \cdot \sin 54^\circ}{1 \sin(-36^\circ)} \cdot \frac{\sin 36^\circ}{\cos 36^\circ} \Leftrightarrow A = 1.$$

Câu 24. Biểu thức $B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$ có kết quả rút gọn bằng

- A. -1. B. 1. C. $\frac{-1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 46^\circ) \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \tan 72^\circ \Leftrightarrow B = \frac{2 \cot 44^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 \Leftrightarrow B = 2 - 1 = 1.$$

Câu 25. Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ lần lượt là

- A. $-\frac{5}{13}; \frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}; -\frac{5}{12}$. C. $-\frac{5}{13}; \frac{5}{12}$. D. $\frac{5}{13}; -\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \sin \alpha > 0. \text{ Từ đó ta có } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5}{12}.$$

Câu 26. Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

- A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ nên $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$. Từ đó

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Như vậy, } \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 27. Biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc x và bằng

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x + 2 + \cot^2 x (\cos^2 x - 1)$$

$$= \cos^2 x + 2 - \cot^2 x \cdot \sin^2 x = \cos^2 x + 2 - \cos^2 x = 2.$$

Câu 28. Cho biết $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x} = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 10.$$

Câu 29. Biểu thức $A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$ rút gọn bằng:

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)} \Leftrightarrow A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \cos 58^\circ}{\tan 32^\circ}$$

$$A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \sin 32^\circ}{\tan 32^\circ} = -\sin^2 32^\circ - \cos^2 32^\circ = -1.$$

Câu 30. Biểu thức:

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$
 có

kết quả thu gọn bằng :

- A. $-\sin \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $-\cos \alpha$. D. $\cos \alpha$.

Lời giải

Chọn B

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos(1,5\pi) - \cos\left(\alpha + 2003\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

$$A = \cos \alpha - 2\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cot \alpha$$

$$A = \cos \alpha + 2\sin \alpha - 0 - \sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \alpha = \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha.$$

Câu 31. Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó :

- A. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$. B. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.
C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$. D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

Lời giải

Chọn C

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{25} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{41}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{25}{41} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{41} = \frac{16}{41} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} \\ \sin \alpha < 0 \rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}} \end{cases}$$

Câu 32. Cho $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Giá trị của $\tan 15^\circ$ bằng :

- A. $\sqrt{3} - 2$ B. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ C. $2 - \sqrt{3}$ D. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn C

$$\tan^2 15^\circ = \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 1 = \frac{4}{2 + \sqrt{3}} - 1 = (2 - \sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}.$$

Câu 33. Biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

- A. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$. B. $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$. C. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$. D. $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{\sin 155^\circ \cdot \cos 115^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot(-145^\circ) + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{\sin 25^\circ \cdot (-\sin 25^\circ) + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-\sin^2 25^\circ + 1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{\cos^2 25^\circ}{2}.$$

Câu 34. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta có

- A. $A = \cos x + \sin x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \sin x - \cos x$. D. $A = -\sin x - \cos x$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x} = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x \end{aligned}$$

Như vậy, $A = \cos x - \sin x$.

Câu 35. Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào sai ?

- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$. B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$. D. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{6}{4} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{7}{8}}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = 14$$

Như vậy, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ là kết quả sai.

Câu 36. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x$.

- A. $A = -1$. B. $A = 1$. C. $A = 4$. D. $A = -4$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + 3\sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1. \end{aligned}$$

Câu 37. Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^2 x} \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 \\ &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{(1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2 - (1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{-4 \tan^2 x}{4 \tan^2 x} = -1. \end{aligned}$$

Câu 38. Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } B &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \frac{\cos^2 x \cos^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} \\ &= \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{(1 - \cos^2 x) \sin^2 y} = -1. \end{aligned}$$

Câu 39. Biểu thức $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ có giá trị không đổi và bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x) \\ &= 2\left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x\right] \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[1 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (1 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 4\sin^4 x \cos^4 x) + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Câu 40. Hệ thức nào sai trong bốn hệ thức sau:

- A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \tan y$. B. $\left(\sqrt{\frac{1 + \sin a}{1 - \sin a}} - \sqrt{\frac{1 - \sin a}{1 + \sin a}}\right)^2 = 4 \tan^2 a$.
- C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}$. D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}$.

Lời giải

Chọn D

A đúng vì $VT = \frac{\tan x + \tan y}{\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y}} = \tan x \cdot \tan y = VP$

B đúng vì

$$VT = \frac{1 + \sin a}{1 - \sin a} + \frac{1 - \sin a}{1 + \sin a} - 2 = \frac{(1 + \sin a)^2 + (1 - \sin a)^2}{1 - \sin^2 a} - 2 = \frac{2 + 2\sin^2 a}{\cos^2 a} - 2 = 4 \tan^2 a = VP$$

C đúng vì $VT = \frac{-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = VP$.

Câu 41. Nếu biết $3\sin^4 x + 2\cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2\sin^4 x + 3\cos^4 x$ bằng

A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}$. B. $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}$. C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}$. D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{98}{81} - A \Leftrightarrow \cos 2x = A - \frac{98}{81}$

$$5(\sin^4 x + \cos^4 x) = \frac{98}{81} + A \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(A - \frac{98}{81}\right)^2 = \frac{2}{5}\left(A + \frac{98}{81}\right) = \frac{2}{5}\left(A - \frac{98}{81}\right) + \frac{392}{405}$$

Đặt $A - \frac{98}{81} = t \Rightarrow t^2 - \frac{2}{5}t + \frac{13}{405} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{13}{45} \\ t = \frac{1}{9} \end{cases}$

+) $t = \frac{13}{45} \Rightarrow A = \frac{607}{405}$

+) $t = \frac{1}{9} \Rightarrow A = \frac{107}{81}$.

Câu 42. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3\sin x + 2\cos x$ bằng

A. $\frac{5 - \sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5 + \sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{5 - \sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{3 - \sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2\sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{8}$

Khi đó $\sin x, \cos x$ là nghiệm của phương trình $X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \end{cases}$

Ta có $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sin x + \cos x) = 1$

+) Với $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5 + \sqrt{7}}{4}$

+) Với $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5-\sqrt{7}}{4}$.

Câu 43. Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng

- A. $-a$. B. a . C. $-b$. D. b .

Lời giải

Chọn B

$$A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = a + 2b \tan x + c \tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) = a + 2b \tan x + c \tan^2 x \Leftrightarrow A \left(1 + \left(\frac{2b}{a-c} \right)^2 \right) = a + 2b \frac{2b}{a-c} + c \left(\frac{2b}{a-c} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2(a-c) + c4b^2}{(a-c)^2}$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2 a}{(a-c)^2} = \frac{a \cdot ((a-c)^2 + 4b^2)}{(a-c)^2} \Leftrightarrow A = a.$$

Câu 44. Nếu biết $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$ bằng

- A. $\frac{1}{(a+b)^2}$. B. $\frac{1}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{1}{(a+b)^3}$. D. $\frac{1}{a^3 + b^3}$

Lời giải

Chọn C

Đặt $\cos^2 \alpha = t \Rightarrow \frac{(1-t)^2}{a} + \frac{t^2}{b} = \frac{1}{a+b}$

$$\Leftrightarrow b(1-t)^2 + at^2 = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow at^2 + bt^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2b(a+b)t + b^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{b}{a+b}$$

Suy ra $\cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b}$; $\sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b}$

Vậy: $\frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{a}{(a+b)^4} + \frac{b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}$.

Câu 45. Với mọi α , biểu thức : $A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$ nhận giá trị bằng :

- A. -10 . B. 10 . C. 0 . D. 5 .

Lời giải

Chọn C

$$A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$$

$$A = \left[\cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right) \right] + \dots + \left[\cos \left(\alpha + \frac{4\pi}{5} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{5\pi}{5} \right) \right]$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{9\pi}{10} + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{7\pi}{10} + \dots + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{\pi}{10}$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(\cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10} \right)$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{2} \right) \Leftrightarrow A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cdot 0 = 0.$$

Câu 46. Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$A = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{3\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{5\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{7\pi}{4}}{2} = 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4} \right)$$

$$= 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right) = 2.$$

Câu 47. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng :

- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7.360^\circ) \cdot \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-82^\circ + 2.360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos 82^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos(90^\circ - 8^\circ) - \sin 8^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \sin 8^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \cot 8^\circ - \frac{1 \cdot \cos 8^\circ}{\sin 8^\circ} = \cot 8^\circ - \cot 8^\circ = 0.$$

Câu 48. Cho tam giác ABC và các mệnh đề :

(I) $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ (II) $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$ (III) $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$

Mệnh đề đúng là :

- A. Chỉ (I). B. (II) và (III). C. (I) và (II). D. Chỉ (III).

Lời giải

Chọn C

+) Ta có: $A + B + C = \pi \Leftrightarrow B + C = \pi - A \Leftrightarrow \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$

(I) $\cos \left(\frac{B+C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}$ nên (I) đúng

+) Tương tự ta có: $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

$\tan \frac{A+B}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$

nên (II) đúng.

+) Ta có

$$A+B-C = \pi - 2C \rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos(2C)$$

$$\Leftrightarrow \cos(A+B-C) + \cos(2C) = 0$$

nên (III) sai.

Câu 49. Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng :

A. $2\sqrt{19}$.

B. $-2\sqrt{19}$.

C. $-\sqrt{19}$.

D. $\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$$

Vì

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

$$\text{Suy ra } \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19}.$$

Câu 50. Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng :

A. $\tan^6 a$.

B. $\cos^6 a$.

C. $\tan^4 a$.

D. $\sin^6 a$.

Lời giải

Chọn A

$$A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a} \Leftrightarrow A = \frac{\sin^2 a \left(\frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right)}{\cos^2 a \left(\frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right)} = \frac{\tan^2 a \cdot \tan^2 a}{\cot^2 a} = \tan^6 a.$$