CHUYÊN ĐỀ 5
DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 1: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\ge 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[8;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[6;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $x^2-8x+7\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 7\\ x\le 1\end{array}\right.$.

Câu 2: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f\left(x\right)=-x^2-x+6$?

A.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

C.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $-x^2-x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=2\end{array}\right.$

Hệ số $a=-1<0$

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có đáp án C là đáp án cần tìm.

Câu 3: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f\left(x\right)=-x^2+6x-9$?

A.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$+$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		3		$+\infty$

$f(x)$		$-$	0	$+$	

C.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

D.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có 1 nghiệm $x=3$ và hệ số $a=-1<0$

Vậy đáp án cần tìm là C

Câu 4: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x)=x^2+12x+36$?

A.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

B.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

C.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

D.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có một nghiệm $x=-6, a=1>0$ đáp án cần tìm là C

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2-bx+3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm?

A. $b\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$.

B. $b\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

C. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$.

D. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f\left(x\right)=x^2-bx+3$ có nghiệm khi $b^2-12>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b<-2\sqrt{3}\\ b>2\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Câu 6: Giá trị nào của m thì phương trình $\left(m-3\right)x^2+\left(m+3\right)x-\left(m+1\right)=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\left(-\infty;-\frac{3}{5}\right)\cup\left(1;+\infty\right)\backslash\left\{3\right\}$. **B.** $m\in\left(-\frac{3}{5};1\right)$.

C. $m\in\left(-\frac{3}{5};+\infty\right)$. **D.** $m\in\mathbb{R}\backslash\left\{3\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\left(1\right)$ có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta'>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 3\\ 5m^2-2m-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 3\\ \left[\begin{array}{l}m<-\frac{5}{3}\\ m>1\end{array}\right.\end{cases}$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup\left[2;+\infty\right)$. **D.** $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện $2x^2-5x+2\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\geq 2\\ x\leq\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 8: Các giá trị m để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m\leq 0$ hoặc $m\geq 28$. **B.** $m<0$ hoặc $m>28$. **C.** $0<m<28$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$\Delta>0\Leftrightarrow\left(m+2\right)^2-4\left(8m+1\right)>0\Leftrightarrow m^2-28m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>28\\ m<0\end{array}\right.$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{2x^2-7x-15}$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\cup\left(5;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup\left[5;+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\cup\left[5;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]\cup\left[5;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $2x^2-7x-15\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 5 \\ x\le -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]\cup[5;+\infty)$.

Câu 10: Dấu của tam thức bậc 2: $f(x)=-x^2+5x-6$ được xác định như sau

A. $f(x)<0$ với $2<x<3$ và $f(x)>0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

B. $f(x)<0$ với $-3<x<-2$ và $f(x)>0$ với $x<-3$ hoặc $x>-2$.

C. $f(x)>0$ với $2<x<3$ và $f(x)<0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

D. $f(x)>0$ với $-3<x<-2$ và $f(x)<0$ với $x<-3$ hoặc $x>-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy $f(x)>0$ với $2<x<3$ và $f(x)<0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

Câu 11: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(1;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x<2 \\ x>4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>4 \end{array}\right.$.

Câu 12: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+4x+3\ge 0 \\ 2x^2-x-10\le 0 \\ 2x^2-5x+3>0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $-1\le x<1$ hoặc $\dfrac{3}{2}<x\le\dfrac{5}{2}$. **B.** $-2\le x<1$.

C. $-4\le x<-3$ hoặc $-1\le x<3$. **D.** $-1\le x\le 1$ hoặc $\dfrac{3}{2}<x\le\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} x^2+4x+3\ge 0 \\ 2x^2-x-10\le 0 \\ 2x^2-5x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le -3 \\ x\ge 1 \end{array}\right. \\ -2\le x\le \dfrac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1\le x<1 \\ \dfrac{3}{2}<x<\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Câu 13: Xác định m để với mọi x ta có $-1\le \dfrac{x^2+5x+m}{2x^2-3x+2}<7$.

A. $-\dfrac{5}{3}\le m<1$. **B.** $1<m\le \dfrac{5}{3}$. **C.** $m\le -\dfrac{5}{3}$. **D.** $m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $-1\le \dfrac{x^2+5x+m}{2x^2-3x+2}<7$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi hệ sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ (do $2x^2-3x+2>0\ \forall x\in\mathbb{R}$)

$\begin{cases} -1\left(2x^2-3x+2\right)\le x^2+5x+m \\ x^2+5x+m<7\left(2x^2-3x+2\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x^2-26x+14-m>0 & (1) \\ 3x^2+2x+m+2\ge 0 & (2) \end{cases}$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$

Ta có (1) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $\Delta'<0 \Leftrightarrow -13+13m<0 \Leftrightarrow m<1$ (3)

(2) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $\Delta'\le 0 \Leftrightarrow -5-3m\le 0 \Leftrightarrow m\ge -\dfrac{5}{3}$ (4)

Từ (2) và (4), ta có $-\dfrac{5}{3}\le m<1$.

Câu 14: Khi xét dấu biểu thức $f(x)=\dfrac{x^2+4x-21}{x^2-1}$ ta có

A. $f(x)>0$ khi $-7<x<-1$ hoặc $1<x<3$.

B. $f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

C. $f(x)>0$ khi $-1<x<0$ hoặc $x>1$.

D. $f(x)>0$ khi $x>-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $x^2+4x-21=0 \Leftrightarrow x=-7; x=3$ và $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có $f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

Câu 15: Tìm m để $(m+1)x^2+mx+m<0, \forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m<-1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-\dfrac{4}{3}$. **D.** $m>\dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $m=-1$ không thỏa mãn.

Với $m \neq -1$, $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ -3m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \left[\begin{array}{l} m < -\dfrac{4}{3} \\ m > 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 16: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$?

A. $m > \frac{3}{2}$. **B.** $m > \frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. **D.** $1 < m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Câu 17: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

A. $a = 0$. **B.** $a < 0$. **C.** $0 < a \leq \frac{1}{2}$. **D.** $a \geq \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a \geq \dfrac{1}{2} \\ a \leq -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq \frac{1}{2}$.

Câu 18: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

A. $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình $x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Câu 19: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x.

A. $-14 < m < 2$. **B.** $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. **D.** $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có

$f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2 + 8(m-4) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m - 28 < 0 \Leftrightarrow -14 < m < 2$.

Câu 20: Bất phương trình $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2}$ có nghiệm là

A. $\left(-2,\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)\cup(0,2)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{17}}{2},+\infty\right)$. **B.** $x\notin\{-2,0,2\}$.

C. $-2<x<0$. **D.** $0<x<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq \pm 2\end{cases}$.

Với điều kiện trên ta có $\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x}\leq\dfrac{2}{x+2}\Leftrightarrow\dfrac{x(x+2)-(x-2)(x+2)-2x(x-2)}{(x-2)x(x+2)}\leq 0$.

$\Leftrightarrow\dfrac{-2x^2+6x+4}{(x-2)x(x+2)}\leq 0$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2		$\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}$		0		2		$\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\left(-2,\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)\cup(0,2)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{17}}{2},+\infty\right)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\dfrac{3x}{x^2-4}\right|<1$ là

A. $S=(-\infty,-4)\cup(-1,1)\cup(4,+\infty)$. **B.** $S=(-\infty,-4)$.

C. $S=(-1,1)$. **D.** $S=(4,+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x\neq\pm 2$

$$\left|\dfrac{3x}{x^2-4}\right|<1\Leftrightarrow -1<\dfrac{3x}{x^2-4}<1\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{3x}{x^2-4}>-1\\ \dfrac{3x}{x^2-4}<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{3x}{x^2-4}+1>0\\ \dfrac{3x}{x^2-4}-1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x^2+3x-4}{x^2-4}>0\\ \dfrac{-x^2+3x+4}{x^2-4}<0\end{cases}$$

Lập bảng xét dấu ta được nghiệm của bất phương trình là $\left[\begin{array}{l}x<-4\\ -1<x<1\\ x>4\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S=(-\infty,-4)\cup(-1,1)\cup(4,+\infty)$.

Câu 22: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2-2(4k-1)x+15k^2-2k-7>0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là

A. $k=2$. **B.** $k=3$. **C.** $k=4$. **D.** $k=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì:

$\begin{cases} a=1>0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow (4k-1)^2-15k^2+2k+7<0 \Leftrightarrow 2<k<4$

Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=3$.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị m nguyên âm để mọi $x>0$ đều thoả bất phương trình $(x^2+x+m)^2 \ge (x^2-3x-m)^2$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $(x^2+x+m)^2 \ge (x^2-3x-m)^2 \Leftrightarrow (x^2+x+m)^2-(x^2-3x-m)^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow 4x(2x+m)(x-1)\ge 0$

Với $m<0$ ta có bảng xét dấu

TH1: $-\frac{m}{2}\ge 1$

x	$-\infty$	**0**		**1**		$-\frac{m}{2}$	$+\infty$
$4x$	-	**0**	+	$\parallel$	+	$\parallel$	+
$x-1$	-	$\parallel$	-	**0**	+	$\parallel$	+
$2x+m$	-	$\parallel$	-	$\parallel$	-	**0**	+
$f(x)$	-	**0**	+	**0**	-	**0**	+

Từ Bảng xét dấu ta thấy để BPT nghiệm đúng với $x>0$ thì $-\frac{m}{2}=1 \Leftrightarrow m=-2$

TH 2: $-\frac{m}{2}<1$

x	$-\infty$	**0**		$-\frac{m}{2}$		**1**	$+\infty$
$4x$	-	**0**	+	$\parallel$	+	$\parallel$	+
$2x+m$	-	$\parallel$	-	**0**	+	$\parallel$	+
$x-1$	-	$\parallel$	-	$\parallel$	-	**0**	+
$f(x)$	-	**0**	+	**0**	-	**0**	+

Từ Bảng xét dấu ta thấy để BPT nghiệm đúng với $x>0$ thì $-\frac{m}{2}=1 \Leftrightarrow m=-2$

Vậy có 1 giá trị

Câu 24: Bất phương trình $(|x-1|-3)(|x+2|-5)<0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} -7<x<-2 \\ 3<x<4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} -2\le x<1 \\ 1<x<2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} 0<x<3 \\ 4<x<5 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} -3<x\le -2 \\ -1<x<1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

Lập bảng phá dấu giá trị tuyệt đối giải BPT trong từng khoảng ta được nghiệm là A.
Cách khác:

Trường hợp 1: $\begin{cases}|x-1|-3>0\\|x+2|-5<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x-1>3\\x-1<-3\end{array}\right.\\-5<x+2<5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>4\\x<-2\end{array}\right.\\-7<x<3\end{cases} \Leftrightarrow -7<x<-2$

Trường hợp 2: $\begin{cases}|x-1|-3<0\\|x+2|-5>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3<x-1<3\\\left[\begin{array}{l}x+2>5\\x+2<-5\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2<x<4\\\left[\begin{array}{l}x>3\\x<-7\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow 3<x<4$

Câu 25: Bất phương trình: $\sqrt{-x^2+6x-5}>8-2x$ có nghiệm là:

A. $3<x\le 5$. **B.** $2<x\le 3$. **C.** $-5<x\le -3$. **D.** $-3<x\le -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{-x^2+6x-5}>8-2x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-x^2+6x-5\ge 0\\8-2x<0\end{cases}\\\begin{cases}8-2x\ge 0\\-x^2+6x-5>(8-2x)^2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}1\le x\le 5\\x>4\end{cases}\\\begin{cases}x\le 4\\-5x^2+38x-69>0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}1\le x\le 5\\x>4\end{cases}\\\begin{cases}x\le 4\\3<x<\dfrac{25}{3}\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 3<x\le 5.$

Câu 27: Bất phương trình: $\sqrt{2x+1}<3-x$ có nghiệm là:

A. $\left[-\frac{1}{2};4-2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(3;4+2\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(4-2\sqrt{2};3\right)$. **D.** $\left(4+2\sqrt{2};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{2x+1}<3-x$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2x+1\ge 0\\3-x>0\\2x+1<(3-x)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\x<3\\-x^2+8x-8<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\x<3\\\left[\begin{array}{l}x>4+2\sqrt{2}\\x<4-2\sqrt{2}\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\le x<4-2\sqrt{2}.$

Câu 28: Nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases}2x^2-x-6\le 0\\x^3+x^2-x-1\ge 0\end{cases}$ là:

A. $-2\le x\le 3$. **B.** $-1\le x\le 3$. **C.** $1\le x\le 2$ hoặc $x=-1$. **D.** $1\le x\le 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $2x^2-x-6\le 0 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}\le x\le 2,\ (I)$.

$x^3+x^2-x-1\ge 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-1)\ge 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)^2\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x\ge 1\end{array}\right.$. (II)

Từ (I) và (II) suy ra nghiệm của hệ là $S=[1;\ 2]\cup\{-1\}$.

Câu 29: Bất phương trình: $|x^4-2x^2-3|\le x^2-5$ có bao nhiêu nghiệm nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 1.
C. 2. **D.** Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=x^2\ge 0$

Ta có $|t^2-2t-3|\le t-5$.

Nếu $t^2-2t-3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le -1 \\ t\ge 3\end{array}\right.$ thì ta có $t^2-3t+2\le 0 \Leftrightarrow 1\le t\le 2$ loại

Nếu $t^2-2t-3<0 \Leftrightarrow -1<t<3$ thì ta có $-t^2+t+8\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le \dfrac{1-\sqrt{33}}{2} \\ t\ge \dfrac{1+\sqrt{33}}{2}\end{array}\right.$ loại.

Câu 30: Cho bất phương trình: $x^2-2x\le |x-2|+ax-6$. Giá trị dương nhỏ nhất của a để bất phương trình có nghiệm gần nhất với số nào sau đây:

A. 0,5. **B.** 1,6. **C.** 2,2. **D.** 2,6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trường hợp 1: $x\in[2;+\infty)$. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành $x^2-(a+3)x+8\le 0 \Leftrightarrow a\ge x+\dfrac{8}{x}-3\ge 4\sqrt{2}-3\approx 2,65\ \forall x\in[2;+\infty)$, dấu "=" xảy ra khi $x=2\sqrt{2}$.

Trường hợp 2: $x\in(-\infty;2)$. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành $x^2-(a+1)x+4\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a\ge x+\dfrac{4}{x}-1\ \ khi\ \ x\in(0;2) & (1) \\ a\le x+\dfrac{4}{x}-1\ \ khi\ \ x\in(-\infty;0) & (2)\end{array}\right.$. Giải (1) ta được $a>3$ (theo bất đẳng thức cauchy).

Giải (2): $a\le x+\dfrac{4}{x}-1 \Leftrightarrow a\le -2\sqrt{x.\dfrac{4}{x}}-1=-5$.

Vậy giá trị dương nhỏ nhất của a gần với số $2,6$.

Câu 31: Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{x+8-2\sqrt{x+7}}=2-\sqrt{x+1-\sqrt{x+7}}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x\ge -7$.

Đặt $t=\sqrt{x+7}$, điều kiện $t\ge 0$.

Ta có $\sqrt{t^2+1-2t}=2-\sqrt{t^2-6-t} \Leftrightarrow |t-1|=2-\sqrt{t^2-t-6}$

Nếu $t\geq 1$ thì ta có $3-t=\sqrt{t^2-t-6} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-t-6=9-6t+t^2 \\ t\leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x+7}=3 \Leftrightarrow x=2$

Nếu $t<1$ thì ta có $1+t=\sqrt{t^2-t-6} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-t-6=1+2t+t^2 \\ t\geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow t=-\dfrac{7}{3}\ (l)$.

Câu 32: Nghiệm của bất phương trình: $\left(x^2+x-2\right)\sqrt{2x^2-1}<0$ là:

A. $\left(1;\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

B. $\left\{-4;-5;-\dfrac{9}{2}\right\}$.

C. $\left(-2;-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};1\right)$.

D. $(-\infty;-5]\cup\left[5;\dfrac{17}{5}\right]\cup\{3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\left(x^2+x-2\right)\sqrt{2x^2-1}<0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-1>0 \\ x^2+x-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ x>\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \\ -2<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(-2;-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};1\right).$$

Câu 33: Bất phương trình $\dfrac{2x^2-x-1}{|x+1|-2x}\leq -2x^2+x+1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Nhiều hơn 3 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Chọn B

- Nếu $x\geq -1$ thì $\dfrac{2x^2-x-1}{|x+1|-2x}\leq -2x^2+x+1 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2-x-1}{1-x}\leq -2x^2+x+1$

  $\Leftrightarrow \dfrac{2x^2-x-1-(1-x)\left(-2x^2+x+1\right)}{1-x}\leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2-x-1-\left(-2x^2+x+1+2x^3-x^2-x\right)}{1-x}\leq 0$

  $\Leftrightarrow \dfrac{-2x^3+5x^2-x}{1-x}\leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x\left(-2x^2+5x-1\right)}{1-x}\leq 0$

  Cho $x=0$; $-2x^2+5x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5+\sqrt{17}}{4} \\ x=\dfrac{5-\sqrt{17}}{4} \end{array}\right.$; $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

  Lập bảng xét dấu ta có: $0\leq x\leq \dfrac{5-\sqrt{17}}{4} \vee 1<x\leq \dfrac{5+\sqrt{17}}{4}$.

  Vì là nghiệm nguyên nên có nghiệm là $0;2$

- Nếu $x<-1$ thì $\dfrac{2x^2-x-1}{|x+1|-2x}\leq -2x^2+x+1 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2-x-1}{-1-3x}\leq -2x^2+x+1$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x^2-x-1-(-1-3x)(-2x^2+x+1)}{-1-3x}\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2-x-1-(2x^2-x-1+6x^3-3x^2-3x)}{-1-3x}\le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-6x^3+x^2+3x}{-1-3x}\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{x(-6x^2+x+3)}{-1-3x}\le 0$

Cho $x=0$; $-6x^2+x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{73}}{12} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{73}}{12}\end{array}\right.$; $-3x-1=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{3}$

Lập bảng xét dấu ta có: $\dfrac{1-\sqrt{73}}{12}\le x<-\dfrac{1}{3} \vee 0\le x\le \dfrac{1+\sqrt{73}}{12}$.

Vì là nghiệm nguyên nên có nghiệm là 0 (loại)

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên.

Câu 34: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-1\le 0 \\ x-m>0\end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x^2-1\le 0 \\ x-m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 1 \\ x>m\end{cases}$.

Do đó hệ có nghiệm khi $m<1$.

Câu 35: Xác định m để phương trình $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $m<-\dfrac{7}{2}$.

B. $-2<m<1$ và $m\ne -\dfrac{16}{9}$.

C. $-\dfrac{7}{2}<m<-1$ và $m\ne -\dfrac{16}{9}$.

D. $-\dfrac{7}{2}<m<-3$ và $m\ne -\dfrac{19}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+2(m+3)x+4m+12=0\ (*)\end{array}\right.$.

Giải sử phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2, theo Vi-et ta có

$\begin{cases} x_1+x_2=-2(m+3) \\ x_1.x_2=4m+12\end{cases}$.

Để phương trình $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1. thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và đều lớn hơn -1.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\1+2(m+3)+4m+12\neq 0\\x_2>x_1>-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+3)^2-(4m+12)>0\\6m+19\neq 0\\(x_1+1)+(x_2+1)>0\\(x_1+1)(x_2+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+2m-3>0\\m\neq-\dfrac{19}{6}\\-2(m+3)+2>0\\4m+12-2(m+3)+1>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-3\end{array}\right.\\m\neq-\dfrac{19}{6}\\m<-2\\m>-\dfrac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{7}{2}<m<-3\\m\neq-\dfrac{19}{6}\end{cases}.$$

Câu 36: Phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$ có đúng hai nghiệm x_1,x_2 thoả $2<x_1<x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

A. $-2<m<-1$. **B.** $m>1$. **C.** $-5<m<-3$. **D.** $-2<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Để phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$ có có đúng hai nghiệm x_1,x_2 thoả $2<x_1<x_2$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\m+1\neq 0\\x_2>x_1>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-1)^2-(m+1)(m^2+4m-5)>0\\m\neq-1\\(x_1-2)+(x_2-2)>0\\(x_1-2)(x_2-2)>0\end{cases}$$ .Theo Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{2(m-1)}{m+1}\\x_1.x_2=\dfrac{m^2+4m-5}{m+1}\end{cases}$.

$$\Rightarrow\begin{cases}(m-1)(-m^2-5m-6)>0\\m\neq-1\\\dfrac{2(m-1)}{m+1}-4>0\\\dfrac{m^2+4m-5}{m+1}-2.\dfrac{2(m-1)}{m+1}+4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}-2<m<1\\m<-3\end{array}\right.\\m\neq-1\\-3<m<-1\\m>-3\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<-1.$$

Câu 37: Nghiệm dương nhỏ nhất của bất phương trình $\left||x^2-4x-5|+2x+9\right|\leq|x^2-x+5|$ gần nhất với số nào sau đây

A. $2,8$. **B.** 3. **C.** $3,5$. **D.** $4,5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Lập bảng phá dấu giá trị tuyệt đối giải BPT trên ta được tập nghiệm là

$\left[\begin{array}{l}x=-1\\x\geq\dfrac{9}{2}\end{array}\right.$ vậy nghiệm dương nhỏ nhất là $x=4,5$, đáp án D

Câu 38: Tìm m để $\left|4x-2m-\dfrac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\dfrac{1}{2}-m$ với mọi x?

A. $m > 3$. **B.** $m < \frac{3}{2}$.

C. $m > \frac{3}{2}$. **D.** $-2 < m < 3$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy để $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ đúng với mọi x thì $-x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Hay $-x^2 + 2x + \frac{1}{2} < m, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{2} - m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$.

Câu 39: Cho bất phương trình: $\left|x^2 + x + a\right| + \left|x^2 - x + a\right| \le 2x$ (1). Khi đókhẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. (1) có nghiệm khi $a \le \frac{1}{4}$. **B.** Mọi nghiệm của(1) đều không âm.

C. (1) có nghiệm lớn hơn 1 khi $a < 0$. **D.** Tất cả A, B, C đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\left|x^2 + x + a\right| + \left|x^2 - x + a\right| \le 2x \Leftrightarrow \left|\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{1}{4}\right)\right| + \left|\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{1}{4}\right)\right| \le 2x$

Do vế trái luôn lớn hơn hoặc bằng 0 nên để BPT có nghiệm thì $2x \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 0$ nên B đúng.

Với $a > \frac{1}{4}$ BPT $\Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 2a \le 0$ vô nghiệm hay BPT có nghiệm khi $a \le \frac{1}{4}$ nên A đúng.

Khi $a < 0$ ta có $x^2 + x + a = 0, x^2 - x + a = 0$ có 4 nghiệm xếp thứ tự $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

Với $x > x_4$ hoặc $x < x_1$ ta có BPT: $2x^2 - 2x + 2a \le 0$

Có nghiệm $x_1 < x < x_2$ và $x_1 + x_2 = 1; x_1x_2 < 0$

Nên tồn tại nghiệm lớn hơn 1 vậy C đúng

Câu 40: Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x + m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:.

A. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. **B.** $-1 < m < \frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2} < m < 1$. **D.** $\frac{1}{2} < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $x^2 + 2|x + m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0 \Leftrightarrow (x + m)^2 + 2|x + m| + 2m^2 - 3m + 1 < 0$

$\Leftrightarrow \left(|x + m| + 1\right)^2 < -2m^2 + 3m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-2m^2 + 3m > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$

Câu 42: Tìm a để bất phương trình $x^2 + 4x \le a\left(|x + 2| + 1\right)$ có nghiệm?

A. Với mọi a. **B.** Không có a. **C.** $a \ge -4$. **D.** $a \le -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $a + 1$

$x^2+4x\le a\left(|x+2|+1\right)\Leftrightarrow (x+2)^2-a|x+2|-a-4\le 0$

$\Leftrightarrow (x+2)^2-a|x+2|+\dfrac{a^2}{4}\le\dfrac{a^2}{4}+a+4\Leftrightarrow\left(|x+2|-\dfrac{a}{2}\right)^2\le\dfrac{a^2}{4}+a+4$

Bất phương trình đã cho có nghiệm khi $\dfrac{a^2}{4}+a+4\ge 0$ luôn đúng với $\forall a$.

Câu 43: Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)}\le x^2+2x+a$ nghiệm đúng $\forall x\in[-5;3]$, tham số a phải thỏa điều kiện:

A. $a\ge 3$. **B.** $a\ge 4$. **C.** $a\ge 5$. **D.** $a\ge 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\sqrt{(x+5)(3-x)}\le x^2+2x+a\Leftrightarrow\sqrt{-x^2-2x+15}-x^2-2x\le a$

Đặt $t=\sqrt{-x^2-2x+15}$, ta có bảng biến thiên

x	-5		-1		3
$-x^2-2x+15$	0	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

Suy ra $t\in[0;4]$. Bất phương trình đã cho thành $t^2+t-15\le a$.

Xét hàm $f(t)=t^2+t-15$ với $t\in[0;4]$.

Ta có bảng biến thiên

t	0		4
$f(t)$	-15	$\nearrow$	5

Bất phương trình $t^2+t-15\le a$ nghiệm đúng $\forall t\in[0;4]$ khi và chỉ khi $a\ge 5$.

Câu 44: Với giá trị nào của m thìphương trình $\sqrt{x^2-2m}+2\sqrt{x^2-1}=x$ vô nghiệm?

A. $m\le\dfrac{2}{3}$. **B.** $m<0$ hoặc $m>\dfrac{2}{3}$. **C.** $0\le m\le\dfrac{2}{3}$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases}x^2-2m\ge 0\\x^2-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2m\ge 0\\x\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)\end{cases}$. Phương trình trở thành $\sqrt{x^2-2m}=x-2\sqrt{x^2-1}\Leftrightarrow x^2-2m=-3x^2+4\Leftrightarrow 2\left(x^2-1\right)=m\,(1)$ với $x\in\left[-\dfrac{2\sqrt{3}}{3};-1\right]\cup\left[1;\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right]$. Phương trình đã cho vô nghiệm khi phương trình (1) vô nghiệm khi $m<0$ hoặc $m>\dfrac{2}{3}$.

Câu 45: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-3x-4\le 0\\x^3-3|x|x-m^2+6m\ge 0\end{cases}$

Để hệ có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

A. $2 \le m \le 8$. **B.** $-8 \le m \le 2$. **C.** $-2 \le m \le 8$. **D.** $-8 \le m \le -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $x^2 - 3x - 4 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 4$.

Trường hợp 1: $x \in [0;4]$, bất phương trình hai trở thành $x^3 - 3x^2 - m^2 + 6m \ge 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m \le x^3 - 3x^2$, mà $x^3 - 3x^2 \le 16\ \forall x \in [0;4]$ suy ra $\Leftrightarrow m^2 - 6m \le 16 \Leftrightarrow -2 \le m \le 8$.

Trường hợp 2: $x \in [-1;0)$, bất phương trình hai trở thành $x^3 + 3x^2 - m^2 + 6m \ge 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m \le x^3 + 3x^2$, mà $x^3 - 3x^2 \le 2\ \forall x \in [-1;0)$ suy ra $\Leftrightarrow m^2 - 6m \le 2 \Leftrightarrow 3 - \sqrt{11} \le m \le 3 + \sqrt{11}$.

Vậy $-2 \le m \le 8$ thì hệ bất phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 46: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \le 0 \\ x^2 - (m^2+3)x + 2(m^2+1) \le 0 \end{cases}$ có tập nghiệm biểu diễn trên trục số có độ dài bằng 1, với giá trị của m là:

A. $m = 0$. **B.** $m = \sqrt{2}$.

C. $m = -\sqrt{2}$. **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thay $m = 0$ vào ta có $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \le 0 \\ x^2 - 3x + 2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \le x \le 4 \\ 1 \le x \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le x \le 2$. A đúng

Thay $m = \sqrt{2}$ vào ta có $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \le 0 \\ x^2 - 5x + 6 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \le x \le 4 \\ 2 \le x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \le x \le 4$. B đúng

Tương tự C đúng.

Câu 47: Để phương trình: $|x+3|(x-2) + m - 1 = 0$ có đúng một nghiệm, các giá trị của tham số m là:

A. $m < 1$ hoặc $m > \dfrac{29}{4}$. **B.** $m < -\dfrac{21}{4}$ hoặc $m > 1$.

C. $m < -1$ hoặc $m > \dfrac{21}{4}$. **D.** $m < -\dfrac{29}{4}$ hoăc $m > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $|x+3|(x-2) + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 - |x+3|(x-2)$

Xét hàm số $y = 1 - |x+3|(x-2)$

Ta có $y = \begin{cases} -x^2 - x + 7 & khi\quad x \ge -3 \\ x^2 + x - 5 & khi\quad x < -3 \end{cases}$

Bảng biến thiên của $y = 1 - |x+3|(x-2)$

x	$-\infty$	-3	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$			

	1 ↗	$\frac{29}{4}$	↘ $-\infty$

Dựa vào bảng trên phương trình có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>\frac{29}{4} \end{array}\right.$

Câu 48: Phương trình $|x-2|(x+1)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt, giá trị thích hợp của tham số m là:

A. $0<m<\frac{9}{4}$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-\frac{9}{4}<m<0$. **D.** $-2<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét $|x-2|(x+1)+m=0 \quad (1)$

Với $x \ge 2$, ta có: $(1) \Leftrightarrow (x-2)(x+1)+m=0 \Leftrightarrow m=-x^2+x+2$

Với $x<2$, ta có: $(1) \Leftrightarrow -(x-2)(x+1)+m=0 \Leftrightarrow m=x^2-x-2$

Đặt $f(x)=\begin{cases} -x^2+x+2 & \text{khi } x \ge 2 \\ x^2-x-2 & \text{khi } x<2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		**2**		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{9}{4}$	↗	**0**	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-\frac{9}{4}<m<0$.

Câu 49: Để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $|10x-2x^2-8|=x^2-5x+a$. Giá trị của tham số a là:

A. $a=1$. **B.** $a \in (1;\ 10)$. **C.** $a \in \left[4; \frac{45}{4}\right]$. **D.** $4<a<\frac{43}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét phương trình: $|10x-2x^2-8|=x^2-5x+a \quad (1)$

$\Leftrightarrow a=|10x-2x^2-8|-x^2+5x$

Xét $f(x)=|10x-2x^2-8|-x^2+5x$

$=\begin{cases} (10x-2x^2-8)-x^2+5x & \text{khi } 10x-2x^2-8 \ge 0 \\ -(10x-2x^2-8)-x^2+5x & \text{khi } 10x-2x^2-8<0 \end{cases}$

$=\begin{cases} -3x^2+15x-8 & \text{khi } 1 \le x \le 4 \\ x^2-5x+8 & \text{khi } x \le 1 \vee x \ge 4 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$\frac{5}{2}$		4		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$\frac{43}{4}$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4 < a < \frac{43}{4}$.

Câu 50: Để phương trình sau cónghiệm duy nhất: $\left|2x^2-3x-2\right| = 5a-8x-x^2$, Giá trị của tham số a là:

A. $a=15$. **B.** $a=-12$. **C.** $a=-\frac{56}{79}$. **D.** $a=-\frac{49}{60}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình: $\left|2x^2-3x-2\right| = 5a-8x-x^2 \quad (1)$

$$\Leftrightarrow 5a = f(x) = \begin{cases} \left(2x^2-3x-2\right)+8x+x^2 & \text{khi } 2x^2-3x-2\ge 0 \\ -2x^2+3x+2+8x+x^2 & \text{khi } 2x^2-3x-2<0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3x^2+5x-2 & \text{khi } 2x^2-3x-2\ge 0 \\ -x^2+11x+2 & \text{khi } 2x^2-3x-2<0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{2}$	2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{49}{12}$			$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình (1) có nghiệp duy nhất $5a = -\frac{49}{12} \Leftrightarrow a = \frac{-49}{60}$.