

**CHUYÊN ĐỀ 3**  
**CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC**

**Câu 1.** Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A.  $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$ .

B.  $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ .

C.  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$ .

D.  $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

**Lời giải.**

**Chọn B.**

Công thức đúng là  $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ .

**Câu 2.** Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ .

B.  $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$ .

C.  $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ .

D.  $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ .

**Lời giải.**

**Chọn B.**

Ta có  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$ .

**Câu 3.** Trong các công thức sau, công thức nào **đúng**?

A.  $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ .

B.  $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ .

C.  $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$ .

D.  $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có:  $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$ .

**Câu 4.** Trong các công thức sau, công thức nào **đúng**?

A.  $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ .

B.  $\tan(a-b) = \tan a - \tan b$ .

C.  $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ .

D.  $\tan(a+b) = \tan a + \tan b$ .

**Lời giải.**

**Chọn B.**

Ta có  $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 + \tan a \tan b}$ .

**Câu 5.** Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A.  $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$ .

B.  $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$ .

C.  $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$ .

D.  $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

Ta có  $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$ .

**Câu 6.** Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A.  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$ .

B.  $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$ .

C.  $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$ .

D.  $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

Ta có  $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$ .

**Câu 7.** Rút gọn biểu thức :  $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ)$ , ta được :

- A.  $\sin 2a$ .                      B.  $\cos 2a$ .                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có:  $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ) = \sin[(a-17^\circ) - (a+13^\circ)]$   
 $= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 8.** Giá trị của biểu thức  $\cos \frac{37\pi}{12}$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ .                      C.  $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$\cos \frac{37\pi}{12} = \cos\left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$   
 $= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 9.** Giá trị  $\sin \frac{47\pi}{6}$  là :

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

$\sin \frac{47\pi}{6} = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6} + 4 \cdot 2\pi\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 10.** Giá trị  $\cos \frac{37\pi}{3}$  là :

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$\cos \frac{37\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 12\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 6 \cdot 2\pi\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 11.** Giá trị  $\tan \frac{29\pi}{4}$  là :

- A. 1.                      B. -1.                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

**Chọn A.**

$\tan \frac{29\pi}{4} = \tan\left(7\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ .

**Câu 12.** Giá trị của các hàm số lượng giác  $\sin \frac{5\pi}{4}$ ,  $\sin \frac{5\pi}{3}$  lần lượt bằng

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Lời giải.

Chọn D.

$$\sin \frac{5\pi}{4} = \sin \left( \pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\sin \frac{5\pi}{3} = \sin \left( \pi + \frac{2\pi}{3} \right) = -\sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

**Câu 13.** Giá trị đúng của  $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$  bằng :

A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{1}{4}$ .      D.  $-\frac{1}{4}$ .

Lời giải.

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{\pi}{7} \left( \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)}{\sin \frac{\pi}{7}} \\ &= \frac{\sin \frac{3\pi}{7} + \sin \left( -\frac{\pi}{7} \right) + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \left( -\frac{3\pi}{7} \right) + \sin \pi + \sin \left( -\frac{5\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \left( -\frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 14.** Giá trị đúng của  $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$  bằng :

A.  $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$ .      B.  $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ .      C.  $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ .      D.  $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ .

Lời giải.

Chọn A.

$$\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{7\pi}{24}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{3}).$$

**Câu 15.** Biểu thức  $A = \frac{1}{2 \sin 10^0} - 2 \sin 70^0$  có giá trị đúng bằng :

A. 1.      B. -1.      C. 2.      D. -2.

Lời giải.

Chọn A.

$$A = \frac{1}{2 \sin 10^0} - 2 \sin 70^0 = \frac{1 - 4 \sin 10^0 \cdot \sin 70^0}{2 \sin 10^0} = \frac{2 \sin 80^0}{2 \sin 10^0} = \frac{2 \sin 10^0}{2 \sin 10^0} = 1.$$

**Câu 16.** Tích số  $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$  bằng :

A.  $\frac{1}{16}$ .      B.  $\frac{1}{8}$ .      C.  $\frac{3}{16}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ &= \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{1}{2} (\cos 120^\circ + \cos 20^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left( -\frac{\cos 10^\circ}{2} + \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}. \end{aligned}$$

**Câu 17.** Tích số  $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$  bằng :

- A.  $\frac{1}{8}$ .                      B.  $-\frac{1}{8}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $-\frac{1}{4}$ .

**Lời giải.**

**Chọn A.**

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{4 \sin \frac{\pi}{7}} \\ &= -\frac{\sin \frac{8\pi}{7}}{8 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

**Câu 18.** Giá trị đúng của biểu thức  $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$  bằng :

- A.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .                      B.  $\frac{4}{\sqrt{3}}$ .                      C.  $\frac{6}{\sqrt{3}}$ .                      D.  $\frac{8}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

$$\begin{aligned} A &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 70^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{\sin 110^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ}}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{1}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{1}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3} \cos 40^\circ} + \frac{2}{\cos 50^\circ} = 2 \left( \frac{\cos 50^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \\ &= 2 \left( \frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) = 4 \frac{\sin 100^\circ}{\sqrt{3} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{8 \cos 10^\circ}{\sqrt{3} \cos 10^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

**Câu 19.** Giá trị của biểu thức  $A = \tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12}$  bằng :

- A. 14.                      B. 16.                      C. 18.                      D. 10.

**Lời giải.**

**Chọn A.**

$$\begin{aligned} A &= \tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = \tan^2 \frac{\pi}{12} + \cot^2 \frac{\pi}{12} = \left( \tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4} \right)^2 + \frac{1}{\left( \tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4} \right)^2} \\ &= (2 - \sqrt{3})^2 + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^2} = 14. \end{aligned}$$

**Câu 20.** Biểu thức  $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$  có giá trị bằng :

- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải.**

**Chọn A.**

$$\begin{aligned} M &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(23^\circ - 360^\circ) + \sin(-53^\circ + 360^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 23^\circ) \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin 23^\circ + \sin(-53^\circ) \cdot \cos 23^\circ = \sin(23^\circ - 53^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 21.** Kết quả rút gọn của biểu thức  $A = \frac{\cos(-288^\circ) \cdot \cot 72^\circ}{\tan(-162^\circ) \cdot \sin 108^\circ} - \tan 18^\circ$  là

- A. 1.                                      B. -1.                                      C. 0.                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$$\begin{aligned} A &= \frac{\cos(-288^\circ) \cdot \cot 72^\circ}{\tan(-162^\circ) \cdot \sin 108^\circ} - \tan 18^\circ = \frac{\cos(72^\circ - 360^\circ) \cdot \cot 72^\circ}{\tan(18^\circ - 180^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 18^\circ)} - \tan 18^\circ \\ &= \frac{\cos 72^\circ \cdot \cot 72^\circ}{\tan 18^\circ \cdot \cos 18^\circ} - \tan 18^\circ = \frac{\cos^2 72^\circ}{\sin 72^\circ \cdot \sin 18^\circ} - \tan 18^\circ = \frac{\sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ \cdot \sin 18^\circ} - \tan 18^\circ = 0 \end{aligned}$$

**Câu 22.** Rút gọn biểu thức :  $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$ , ta được :

- A.  $\cos 50^\circ$ .                                      B.  $\cos 58^\circ$ .                                      C.  $\sin 50^\circ$ .                                      D.  $\sin 58^\circ$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

$$\text{Ta có: } \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ = \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \sin 54^\circ \cdot \sin 4^\circ = \cos 58^\circ.$$

**Câu 23.** Tổng  $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$  bằng :

- A. 4.                                      B. -4.                                      C. 8.                                      D. -8.

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$$\begin{aligned} A &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ \\ &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ \\ &= \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \tan 9^\circ - \tan 27^\circ + \tan 81^\circ - \tan 63^\circ &= \frac{-\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ} \\ &= \sin 18^\circ \left( \frac{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \right) = \frac{\sin 18^\circ (\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \sin 9^\circ \cdot \sin 27^\circ)}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \\ &= \frac{4 \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{(\cos 72^\circ + \cos 90^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{4 \sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = 4. \end{aligned}$$

$$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4.$$

Vậy  $A = 8$ .

**Câu 24.** Cho  $A, B, C$  là các góc nhọn và  $\tan A = \frac{1}{2}$ ,  $\tan B = \frac{1}{5}$ ,  $\tan C = \frac{1}{8}$ . Tổng  $A+B+C$  bằng :

- A.  $\frac{\pi}{6}$ .                                      B.  $\frac{\pi}{5}$ .                                      C.  $\frac{\pi}{4}$ .                                      D.  $\frac{\pi}{3}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$$\tan(A+B+C) = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} + \tan C}{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \cdot \tan C} = 1 \text{ suy ra } A+B+C = \frac{\pi}{4}.$$

**Câu 25.** Cho hai góc nhọn  $a$  và  $b$  với  $\tan a = \frac{1}{7}$  và  $\tan b = \frac{3}{4}$ . Tính  $a+b$ .

- A.  $\frac{\pi}{3}$ .                                      B.  $\frac{\pi}{4}$ .                                      C.  $\frac{\pi}{6}$ .                                      D.  $\frac{2\pi}{3}$ .

**Lời giải.**

**Chọn B.**

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = 1, \text{ suy ra } a+b = \frac{\pi}{4}$$

**Câu 26.** Cho  $x, y$  là các góc nhọn,  $\cot x = \frac{3}{4}$ ,  $\cot y = \frac{1}{7}$ . Tổng  $x+y$  bằng :

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .                      B.  $\frac{3\pi}{4}$ .                      C.  $\frac{\pi}{3}$ .                      D.  $\pi$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có :

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x+y = \frac{3\pi}{4}.$$

**Câu 27.** Cho  $\cot a = 15$ , giá trị  $\sin 2a$  có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A.  $\frac{11}{113}$ .                      B.  $\frac{13}{113}$ .                      C.  $\frac{15}{113}$ .                      D.  $\frac{17}{113}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$$\cot a = 15 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 a} = 226 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 a = \frac{1}{226} \\ \cos^2 a = \frac{225}{226} \end{cases} \Rightarrow \sin 2a = \pm \frac{15}{113}.$$

**Câu 28.** Cho hai góc nhọn  $a$  và  $b$  với  $\sin a = \frac{1}{3}$ ,  $\sin b = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $\sin 2(a+b)$  là :

- A.  $\frac{2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .                      B.  $\frac{3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .                      C.  $\frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .                      D.  $\frac{5\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\sin 2(a+b) = 2 \sin(a+b) \cdot \cos(a+b) = 2(\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a)(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b) = \frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}.$$

**Câu 29.** Biểu thức  $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$  không phụ thuộc  $x$  và bằng :

- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có :

$$A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x\right)^2 = \frac{3}{2}.$$

**Câu 30.** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$  bằng

A. -1.

B. 1.

C. -2.

D. 0.

Lời giải.

Chọn B.

$$A = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$$

$$= \frac{[\tan 46^\circ + \tan(180^\circ + 46^\circ)] \cos(360^\circ + 46^\circ)}{\cos(360^\circ - 44^\circ)} - \cot 72^\circ \cdot \tan 72^\circ$$

$$\frac{2 \tan 46^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 = \frac{2 \tan 46^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\sin 46^\circ} - 1 = 1.$$

**Câu 31.** Biểu thức  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$  bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

A.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$ .

B.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$ .

C.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$ .

D.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$ .

Lời giải.

Chọn C.

Ta có:  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b}$  (Chia cả tử và mẫu cho  $\cos a \cos b$ )

$$= \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}.$$

**Câu 32.** Cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

A.  $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C$ .

B.  $\cos(A+B-C) = -\cos 2C$ .

C.  $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$ .

D.  $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}$ .

Lời giải.

Chọn D.

Ta có:

$$A+B+C = \pi \Rightarrow \frac{A+B+3C}{2} = \frac{\pi}{2} + C \Rightarrow \sin \frac{A+B+3C}{2} = \sin \left( \frac{\pi}{2} + C \right) = \cos C. \text{ A đúng.}$$

$$A+B-C = \pi - 2C \Rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos 2C. \text{ B đúng.}$$

$$\frac{A+B-2C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \Rightarrow \tan \frac{A+B-2C}{2} = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \right) = \cot \frac{3C}{2}. \text{ C đúng.}$$

$$\frac{A+B+2C}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \Rightarrow \cot \frac{A+B+2C}{2} = \cot \left( \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \right) = -\tan \frac{C}{2}. \text{ D sai.}$$

**Câu 33.** Cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

A.  $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$ .

B.  $\cos(A+B+2C) = -\cos C$ .

C.  $\sin(A+C) = -\sin B$ .

D.  $\cos(A+B) = -\cos C$ .

Lời giải.

Chọn C.

Ta có:

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$A+B+2C = \pi + C \Rightarrow \cos(A+B+2C) = \cos(\pi + C) = -\cos C. \text{ B đúng.}$$

$$A+C = \pi - B \Rightarrow \sin(A+C) = \sin(\pi - B) = \sin B. \text{ C sai.}$$

$$A+B = \pi - C \Rightarrow \cos(A+B) = \cos(\pi - C) = -\cos C. \text{ D đúng.}$$

**Câu 34.** Cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây **SAI** ?

**A.**  $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$

**B.**  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$

**C.**  $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C.$

**D.**  $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1.$

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có :

$$+ \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \left( \frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$+ \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \Leftrightarrow -\tan A(1 - \tan B \tan C) = \tan B + \tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan A = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \Leftrightarrow \tan A = -\tan(B+C). \text{ B đúng.}$$

$$+ \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C \Leftrightarrow \cot A(\cot B \cot C - 1) = \cot B + \cot C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cot A} = \frac{\cot B \cot C - 1}{\cot B + \cot C} \Leftrightarrow \tan A = \cot(B+C). \text{ C sai.}$$

$$+ \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \left( \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} = \tan \left( \frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right). \text{ D đúng.}$$

**Câu 35.** Biết  $\sin \beta = \frac{4}{5}, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}$  và  $\alpha \neq k\pi$ . Giá trị của biểu thức :

$$A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} \text{ không phụ thuộc vào } \alpha \text{ và bằng}$$

**A.**  $\frac{\sqrt{5}}{3}.$

**B.**  $\frac{5}{\sqrt{3}}.$

**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{5}.$

**D.**  $\frac{3}{\sqrt{5}}.$

**Lời giải.**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \sin \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{5}, \text{ thay vào biểu thức } A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}}.$$

**Câu 36.** Nếu  $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$  thì  $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$  bằng :

**A.**  $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$

**B.**  $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}.$

**C.**  $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$

**D.**  $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}.$

**Lời giải.**

**Chọn A.**

Ta có:



$$\tan \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\tan \frac{\beta}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + 4 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$$

**Câu 37.** Biểu thức  $A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}$  có kết quả rút gọn là :

- A.  $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}$ .      B.  $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}$ .      C.  $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$ .      D.  $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có :

$$A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1} = \frac{\cos 4\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha}{\sqrt{3} \sin 4\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}.$$

**Câu 38.** Kết quả nào sau đây **SAI** ?

- A.  $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$ .      B.  $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$ .  
C.  $\cos 20^\circ + 2 \sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2} \sin 65^\circ$ .      D.  $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải.**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có : } \frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ} \Leftrightarrow \sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 72^\circ - \cos 90^\circ) - \frac{1}{2}(\cos 36^\circ - \cos 60^\circ) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 72^\circ - 2 \cos 36^\circ + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^2 36^\circ - 2 \cos 36^\circ - 1 = 0 \text{ (đúng vì } \cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4} \text{)}. \text{ Suy ra B đúng.}$$

Tương tự, ta cũng chứng minh được các biểu thức ở C và D đúng.

Biểu thức ở đáp án A sai.

**Câu 39.** Nếu  $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$  thì :

- A.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$ .      B.  $\tan(\alpha + \beta) = 3 \tan \beta$ .  
C.  $\tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta$ .      D.  $\tan(\alpha + \beta) = 5 \tan \beta$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

Ta có :

$$5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta) \Leftrightarrow 5 \sin[(\alpha + \beta) - \beta] = 3 \sin[(\alpha + \beta) + \beta]$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta - 5 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta + 3 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta = 8 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta \Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 4 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta.$$

**Câu 40.** Cho  $\cos a = \frac{3}{4}$ ;  $\sin a > 0$ ;  $\sin b = \frac{3}{5}$ ;  $\cos b < 0$ . Giá trị của  $\cos(a + b)$ . bằng :

- A.  $\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ .      B.  $-\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ .      C.  $\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ .      D.  $-\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ .

**Lời giải.**

**Chọn A.**

Ta có :

$$\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$$

**Câu 41.** Biết  $\cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2}$  và  $\sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0$ ;  $\sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5}$  và  $\cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0$ . Giá trị  $\cos(a+b)$  bằng:

- A.  $\frac{24\sqrt{3}-7}{50}$ .      B.  $\frac{7-24\sqrt{3}}{50}$ .      C.  $\frac{22\sqrt{3}-7}{50}$ .      D.  $\frac{7-22\sqrt{3}}{50}$ .

**Lời giải.**

**Chọn A.**

Ta có :

$$\begin{cases} \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) = \sqrt{1 - \cos^2\left(a - \frac{b}{2}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5} \\ \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{a}{2} - b\right)} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos \frac{a+b}{2} = \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) + \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{10}.$$

$$\cos(a+b) = 2 \cos^2 \frac{a+b}{2} - 1 = \frac{24\sqrt{3}-7}{50}.$$

**Câu 42.** Rút gọn biểu thức :  $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$  ta được kết quả là

- A. 0.      B.  $-\cos x$ .      C.  $-2 \cos x$ .      D.  $\sin x - \cos x$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$$\begin{aligned} \cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x &= -\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \cos x \\ &= -2 \cos x \end{aligned}$$

**Câu 43.** Cho biểu thức  $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$ . Hãy chọn kết quả đúng :

- A.  $A = 2 \cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$ .      B.  $A = 2 \sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$ .  
C.  $A = 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$ .      D.  $A = 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

Ta có :

$$A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2(a+b) - \frac{1 - \cos 2a}{2} - \frac{1 - \cos 2b}{2}$$

$$= \sin^2(a+b) - 1 + \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = -\cos^2(a+b) + \cos(a+b)\cos(a-b)$$

$$= \cos(a+b)[\cos(a-b) - \cos(a+b)] = 2\sin a \sin b \cos(a+b).$$

**Câu 44.** Cho  $\sin a = \frac{3}{5}$ ;  $\cos a < 0$ ;  $\cos b = \frac{3}{4}$ ;  $\sin b > 0$ . Giá trị  $\sin(a-b)$  bằng :

**A.**  $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$ .      **B.**  $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$ .      **C.**  $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$ .      **D.**  $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$ .

**Lời giải.**

**Chọn A.**

Ta có :

$$\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} \\ \cos a < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{4}{5}$$

$$\begin{cases} \cos b = \frac{3}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right).$$

**Câu 45.** Cho hai góc nhọn  $a$  và  $b$ . Biết  $\cos a = \frac{1}{3}$ ,  $\cos b = \frac{1}{4}$ . Giá trị  $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$  bằng :

**A.**  $-\frac{113}{144}$ .      **B.**  $-\frac{115}{144}$ .      **C.**  $-\frac{117}{144}$ .      **D.**  $-\frac{119}{144}$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

Ta có :

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}$$

**Câu 46.** Xác định hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau :

**A.**  $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$ .

**B.**  $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**C.**  $\cos^2 x - 2\cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$ .

**D.**  $\sin^2 x + 2\sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$ .

**Lời giải.**

**Chọn D.**

Ta có :

$$\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \cos 40^\circ + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos 40^\circ \cos \alpha + \sin 40^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$$

A đúng.

$$\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ B đúng.}$$

$$\begin{aligned} & \cos^2 x - 2\cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) \\ &= \cos^2 x + \cos(a+x)[-2\cos a \cos x + \cos(a+x)] = \cos^2 x - \cos(a+x)\cos(a-x) \\ &= \cos^2 x - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2x) = \cos^2 x - \cos^2 a - \cos^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ C đúng.} \end{aligned}$$

