Đáp án chuyên đề:
Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn - Đại số 10

Bài 4.66: a) $m(x-m) \le x-1 \Leftrightarrow (m-1)x \le m^2-1$

Nếu: m=1 thì $0x \le 2$ (đúng). Tập nghiệm: S=R.

Nếu: m>1 thì $x \le$ m+1. Tập nghiệm: S= $-\infty; m+1]$.

Nếu : m<1 thì $x \ge$ m+1. Tập nghiệm: S=$[m+1; +\infty$.

b) $3x+m^2 \ge m(x+3) \Leftrightarrow (m-3)x \le m^2-3m$.

Nếu: m=3 thì bất phương trình $0x \le 0$: nghiệm với mọi x.

Nếu: m>3 thì bất phương trình có nghiệm $x \le$ m.

Nếu: m<3 thì bất phương trình có nghiệm $x \ge$ m.

Bài 4.67: a) Bất phương trình tương đương với $m-1\ x \le 2-m$

Rõ ràng nếu $m \ne 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m=1$ bât phương trình trở thành $0x \le 1$ suy ra bất phương trình nghiệm đúng với mọi x.

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Bất phương trình tương đương với $m^2-9\ x \ge m^2+3m$

Dễ dàng thấy nếu $m^2-9 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne \pm 3$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

Với $m=3$ bất phương trình trở thành $0x > 18$ suy ra bất phương trình vô nghiệm

Với $m=-3$ bât phương trình trở thành $0x \ge 0$ suy ra bất phương trình nghiệm đúng với mọi x.

Vậy giá trị cần tìm là $m=-3$.

Bài 4.68: a) Ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên $[0;1]$ là một đoạn thẳng AB với $A(0;-3m+2)$ và $B(1;-m+3)$ nên phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên $[0;1] \Leftrightarrow$ đoạn thẳng AB có điểm chung với trục hoành $\Leftrightarrow$ các điểm đầu mút A, B nằm về hai phía của Ox (có thể nằm trên Ox). Điều này có nghĩa là

$$f(0).f(1) \le 0 \Leftrightarrow (-3m+2)(-m+3) \le 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \le m \le 3.$$

b) Ta có $f(x) \ge 0$ với mọi $x \in [-1;\ 2] \Leftrightarrow$ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ nằm trên Ox $\Leftrightarrow$ hai đầu mút của đoạn thẳng đó đều nằm trên Ox

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-1) \ge 0 \\ f(2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5m+1 \ge 0 \\ m+4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \le m \le \frac{1}{5}.$$

Bài 4.69: Bất phương trình tương đương với $2m-2\ x \ge m+1$

Với $m=1$ thì bất phương trình vô nghiệm do đó không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m>1$ bất phương trình tương đương với $x\ge\dfrac{m+1}{2m-2}$

Do đó để bất phương trình có tập nghiệm là $[1;+\infty)$ thì $\dfrac{m+1}{2m-2}=1\Leftrightarrow m=3$ (thỏa mãn)

Với $m<1$ bất phương trình tương đương với $x\le\dfrac{m+1}{2m-2}$ suy ra $m<1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm.

Bài 4.70: * Với $m=2$ bất phương trình $2-m\ \ x+2m+4\ge 0\,(1)$ trở thành $0.x+8\ge 0$(nghiệm đúng với mọi x), bất phương trình $m+1\ \ x+m^2-4\ge 0$ (2) trở thành $3x\ge 0\Leftrightarrow x\ge 0$ do đó hai bất phương trình không tương đương.

* Với $m=-1$ bất phương trình (1) trở thành $3x+2\ge 0\Leftrightarrow x\ge -\dfrac{2}{3}$, bất phương trình (2) trở thành $0.x-3\ge 0$(vô nghiệm) do đó hai bất phương trình không tương đương.

* Với $m>2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $-1<m<2$ ta có $1\ \Leftrightarrow x\ge\dfrac{2m+4}{m-2},\ \ 2\ \Leftrightarrow x\ge\dfrac{4-m^2}{m+1}$

Suy ra hai bất phương trình tương đương $\Leftrightarrow\dfrac{2m+4}{m-2}=\dfrac{4-m^2}{m+1}\Leftrightarrow m=-2$(loại)

* Với $m<-1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

Vậy không có giá trị nào của m để hai bất phương trình tương đương.

Bài 4.71: a) $-\dfrac{26}{3}<x<\dfrac{28}{5}$ b) $\dfrac{5}{78}\le x<\dfrac{13}{14}$

c) $x\ge 75$ d) $-\dfrac{12}{11}\le x\le\dfrac{21}{5}$

Bài 4.72: a) Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases}x\le 2\\ x>1-m\end{cases}$

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $2>1-m\Leftrightarrow m>-1$

Vậy $m>-1$ là giá trị cần tìm.

b) Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases}x>-2\\ x\le 4\\ x>m+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<x\le 4\\ x>m+2\end{cases}$

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$m+2\le 4\Leftrightarrow m\le -2$

Vậy $m\le -2$ là giá trị cần tìm.

Bài 4.73: a) Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x \le 1 \\ x > \dfrac{m+5}{2} \end{cases}$

Suy ra hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow 1 \le \dfrac{m+5}{2} \Leftrightarrow m \ge -3$

Vậy $m \ge -3$ là giá trị cần tìm.

b) Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x \ge -3 \\ x \le 1 \\ x > \dfrac{m-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \le x \le 1 \\ x > \dfrac{m-1}{2} \end{cases}$

Suy ra hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \dfrac{m-1}{2} \ge 1 \Leftrightarrow m \ge 3$

Vậy $m \ge 3$ là giá trị cần tìm.

Bài 4.74: Ta thấy nếu $y = 0$ thì phương trình vô nghiệm

Với $y \ne 0$. Đặt $x = ty$ khi đó

$15x^2 - 11xy + 2y^2 = -7 \Leftrightarrow y^2\left(15t^2 - 11t + 2\right) = -7$

$\begin{cases} x < y \\ 2m^2x + 3my < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(t-1) < 0 \\ y(2m^2t + 3m) < 0 \end{cases}$ (*)

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 15t^2 - 11t + 2 < 0 \Leftrightarrow \left(3t-1\right)\left(5t-2\right) < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3} < t < \dfrac{2}{5}$

Do đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ 2m^2t + 3m < 0 \end{cases}$

Như vậy ta cần tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{3} < t < \dfrac{2}{5} \\ 2m^2t + 3m < 0 \end{cases}$ (**) có nghiệm với ẩn t.

Với $m = 0$ thì hệ bất phương trình (**) có nghiệm

Với $m \ne 0$ (**) $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{3} < t < \dfrac{2}{5} \\ t < -\dfrac{3}{2m} \end{cases}$ do đó

Hệ bất phương trình (**) có nghiệm $\Leftrightarrow -\dfrac{3}{2m} > \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m > 0 \\ m < -\dfrac{9}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ m > \dfrac{9}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -\dfrac{9}{2} < m < 0$.

Vậy $-\dfrac{9}{2} < m < 0$ là những giá trị cần tìm.

Bài 4.75: ĐKXĐ: $x \neq -1$

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x > -1 \\ 2x + m - 1 > 0 \end{cases}$ (1) hoặc $\begin{cases} x < -1 \\ 2x + m - 1 < 0 \end{cases}$ (2)

Ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \dfrac{1-m}{2} \end{cases}$, (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x < \dfrac{1-m}{2} \end{cases}$

Nếu $\dfrac{1-m}{2} > -1 \Leftrightarrow m < 3$ thì (1) $\Leftrightarrow x > \dfrac{1-m}{2}$, (2) $\Leftrightarrow x < -1$

Suy ra bất phương trình có nghiệm là $x \in \; -\infty;-1 \; \cup \left(\dfrac{1-m}{2};+\infty\right)$

Nếu $\dfrac{1-m}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 3$ thì (1) $\Leftrightarrow x > -1$, (2) $\Leftrightarrow x < -1$

Suy ra bất phương trình có nghiệm là $x \in \mathbb{R} \setminus \; -1$

Nếu $\dfrac{1-m}{2} < -1 \Leftrightarrow m > 3$ thì (1) $\Leftrightarrow x > -1$, (2) $\Leftrightarrow x < \dfrac{1-m}{2}$

Suy ra nghiệm của bất phương trình là $x \in \left(-\infty;\dfrac{1-m}{2}\right) \cup \; -1;+\infty$

Kết luận

$m < 3$ tập nghiệm bất phương trình là $S = \; -\infty;-1 \; \cup \left(\dfrac{1-m}{2};+\infty\right)$

$m = 3$ tập nghiệm bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \; -1$

$m > 3$ tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(-\infty;\dfrac{1-m}{2}\right) \cup \; -1;+\infty$.

Bài 4.76: a) Phương trình có hai nghiệm khác dấu khi $P < 0$ hay $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt đều âm khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)^2 > 0 \\ 1-2m < 0 \\ m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt đều dương khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)^2 > 0 \\ 1-2m > 0 \\ m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{ không có giá trị nào của m thoả mãn}$$

d) Phương trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau hay phương trình có hai nghiệm đối nhau .

Phương trình có hai nghiệm đối nhau khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1-2m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$.

Bài 4.77: Ta có $bpt \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ \begin{cases} x < 4 \\ (m^2+1)x - 5m^2 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ \begin{cases} x < 4 \\ x \leq \dfrac{5m^2}{m^2+1} \end{cases} \end{array}\right.$ (*)

- Nếu $\dfrac{5m^2}{m^2+1} < 4 \Leftrightarrow m^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ ta có

$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x \leq \dfrac{5m^2}{m^2+1} \end{array}\right.$

- Nếu $\dfrac{5m^2}{m^2+1} \geq 4 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{array}\right.: (*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \leq 4$

Bài 4.78: a) $-1 < m \leq \dfrac{2}{3}$ b) $-4 < m < \dfrac{2}{3}$ c) $a = 0; b \geq 0$

Bài 4.79: Đặt $t = x^2 - 2x + 1$ khi đó $t \geq 0$, suy ra $x^2 - 2x = t - 1$. Thay vào phương trình (1) ta được phương trình sau: $t^2 - 2(m+1)t + m + 4 = 0$ $(*)$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì pt (*) có 2 nghiệm thỏa $t_1 < 0 < t_2$, hoặc phương trình (*) có 2 nghiệm thỏa $0 < t_1 = t_2$.

- Phương trình (2) có nghiệm $t_1 < 0 < t_2 \Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$.
- Phương trình (2) có nghiệm $0 < t_1 = t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 3 = 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{-1 + \sqrt{13}}{2}$.

Kết luận: với $m \in (-\infty; -4) \cup \left\{ \dfrac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right\}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.