

3. Bài tập luyện tập.

Bài 3.191: Giải phương trình $x\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x^2+1}$

Bài 3.192: Giải phương trình sau

$$\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x^2 + 2x + 10} = \sqrt{29}$$

Bài 3.193: Giải phương trình

$$\left| \sqrt{x^2 + 2x + 5} - \sqrt{x^2 - 4x + 40} \right| = x^2 + 5x + \frac{45}{5}$$

Bài 3.194: Giải bất phương trình

$$\sqrt{x-1} + x - 3 \geq \sqrt{2(x-3)^2 + 2x - 2}$$

Bài 3.195: Giải hệ
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = -y & x + z \\ x^2 + x + y = -2yz \\ 3x^2 + 8y^2 + 8xy + 8yz = 2x + 4z + 2 \end{cases}$$

Bài 3.196. Cho x, y, z là các số dương. Chứng minh rằng :

$$\sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{y^2 + yz + z^2} + \sqrt{z^2 + zx + x^2} \geq \sqrt{3}(x + y + z).$$

Bài 3.197: Cho $a, b, c, d \in R$. Có $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1$ và $ac + bd = 0$. Tính $ab + cd$.

Bài 3.198: Giả sử hệ
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3 \\ y^2 + yz + z^2 = 16 \end{cases}$$
 có nghiệm. Chứng minh rằng

$$xy + yz + zx \leq 8.$$

Bài 3.199: Cho $2x - y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{x^2 + (y+1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-3)^2}$$

Bài 3.200: Cho x, y là hai số thực thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{2x^2 + 2y^2 - 2x + 2y + 1} + \sqrt{2x^2 + 2y^2 + 2x - 2y + 1} + \sqrt{2x^2 + 2y^2 + 4x + 4y}$$

Bài 3.201: Chứng minh rằng nếu $a > c > 0$ và $b > c > 0$ thì

$$\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$$

Bài 3.202: Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 2x - y + 2011 \text{ biết } x, y \text{ là các số thực thỏa mãn } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Bài 3.203: Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 = 1$ và $c - d = 3$.

Chứng minh rằng $ac + bd - cd \leq \frac{9 + 6\sqrt{2}}{4}$

Bài 3.204: Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = 2x - y$ với x, y thỏa mãn điều kiện

$$x^2 + y^2 = 5$$

Bài 3.205: Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x + y$ với x, y thỏa mãn điều kiện $x - 2^2 + 8y + 3^2 = 8$

Bài 3.206: Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2$ với x, y thỏa mãn điều kiện $x + 1^2 + y - 1^2 = 4$

Bài 3.207: Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = c^2 + d^2 - 2ac - 2bd + 1$. Với a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 = 1, c^2 - d + 3 = 0$.

Bài 3.208: Cho x, y thỏa mãn
$$\begin{cases} (x - 6)^2 + (y - 3)^2 \geq 25 \\ x^2 + (y - 4)^2 \leq 25 \\ -2x + y \leq 4 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
.

Tìm giá trị nhỏ nhất lớn nhất của $P = x - y$.

Bài 3.209: Tìm a để phương trình sau có 2 nghiệm $\sqrt{x - x^2} = a - x$ (*)

Bài 3.210: Cho tám số thực $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong sáu số:

$$x_1x_3 + x_2x_4; x_1x_5 + x_2x_6; x_1x_7 + x_2x_8; x_3x_5 + x_4x_6; x_3x_7 + x_4x_8; x_5x_7 + x_6x_8$$

không âm.

Bài 3.211: Cho bốn số thực a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 + 1 = 2a + b$ và $c^2 + d^2 + 36 = 12c + d$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

$$P = \sqrt{a - c^2 + b - d^2}.$$

Bài 3.212: Cho bốn số thực a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 5$.

Chứng minh rằng $\sqrt{5 - a - 2b} + \sqrt{5 - c - 2d} + \sqrt{5 - ac - bd} \leq \frac{3\sqrt{30}}{2}$

Bài 3.213: Cho bốn số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $\left| \frac{bc - ad}{ac + bc} \right| = \sqrt{3}$.

Chứng minh rằng $\sqrt{a - c^2 + b - d^2} \geq \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2}$.