

nén lại. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là 0,1 lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ cực đại của vật sau lần nén thứ nhất là

- A.** 0,071 m/s.      **B.**  $10\sqrt{30}$  cm/s.      **C.**  $10\sqrt{3}$  cm/s.      **D.** 30 cm/s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

Vì va chạm mềm nên tốc độ của hai vật ngay sau va chạm:

$$V = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2} = 0,1\sqrt{22} \text{ (m/s)}$$

$$\frac{(m_1 + m_2)V^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = m(m_1 + m_2)gA \Leftrightarrow \frac{1,0,1^2 \cdot 22}{2} - \frac{20 \cdot A^2}{2} = 0,1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot A$$

$$\Rightarrow A = 0,066 \text{ (m)}$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{0,1 \cdot 1 \cdot 10}{20} = 0,05 \text{ (m)}$$

$$v_I = \omega A_I = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} (A - x_I) = 0,071 \text{ (m/s)}$$

**Ví dụ 31:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  và quả cầu nhỏ A có khối lượng 200 g đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Quả cầu B có khối lượng 50 g bắn vào quả cầu A dọc theo trục lò xo với tốc độ 4 m/s lúc  $t = 0$ ; va chạm giữa hai quả cầu là va chạm mềm và dính chặt vào nhau. Hệ số ma sát giữa vật và mặt ngang là 0,01; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ của hệ lúc gia tốc đổi chiều lần 3 kể từ  $t = 0$  là

- A.** 75 cm/s.      **B.** 80 cm/s.      **C.** 77 cm/s.      **D.** 79 cm/s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

Vì va chạm mềm nên tốc độ của hai vật ngay sau va chạm:

$$V = \frac{m_B v_0}{m_A + m_B} = 0,8 \text{ (m/s)}$$

$$\frac{(m_A + m_B)V^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = m(m_A + m_B)gA$$

$$\Rightarrow \frac{0,25 \cdot 0,8^2}{2} - \frac{100 \cdot A^2}{2} = 0,01 \cdot 0,25 \cdot 10 \cdot A \Rightarrow A = 0,03975 \text{ (m)}$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m(m_A + m_B)g}{k} = \frac{0,01 \cdot 0,25 \cdot 10}{100} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow A_2 = A - 2 \cdot 2x_I = 0,03875 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow v_I = \omega A_I = \sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}} (A_2 - x_I) = 0,77 \text{ (m/s)}$$

*Chú ý: Giả sử lúc đầu vật ở vị trí biên, muốn tìm tốc độ hoặc tốc độ cực đại sau thời điểm  $t_0$  thì ta phân tích  $t_0 = n\frac{T}{2} + \Delta t$  hoặc  $t_0 = n\frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \Delta t$ . Từ đó tìm biên độ so với tâm dao động ở lần cuối đi qua  $O$  và tốc độ ở điểm cần tìm.*

**Ví dụ 32:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $\pi^2$  N/m, vật nặng 1 kg dao động tắt dần chậm từ thời điểm  $t = 0$  đúng lúc vật có li độ cực đại là 10 cm. Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi  $0,001\pi^2$  N. Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm  $t = 21,4$  s.

- A.  $8,1\pi$  cm/s.      B.  $5,7\pi$  cm/s.      C.  $5,6\pi$  cm/s.      D.  $5,5\pi$  cm/s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

Tần số góc và chu kì:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \pi$  (rad / s);  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2$  (s)

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2 \cdot 0,001\pi^2}{\pi^2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,2 \text{ (cm)}$$

*Phân tích:  $t = 21,4$  (s) =  $21 + 0,4 = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{5}$ . Sau  $21 \cdot \frac{T}{2}$  vật đến điểm biên với tâm dao động*

*$I'$  và cách  $O$  là  $A_{21} = A - 21\Delta A_{1/2} = 10 - 21 \cdot 0,2 = 5,8$  cm, tức là biên độ so với  $I'$  là*

*$A_{I'} = A_{21} - x_I = 5,8 - 0,1 = 5,7$  cm. Thời gian  $\frac{T}{5} < \frac{T}{4}$  nên vật chưa vượt qua tâm dao động  $I'$*

*nên tốc độ cực đại sau thời điểm 21,4 s chính là tốc độ qua  $I'$  ở thời điểm  $t = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$*

$$v_{\max} = \omega(A_{21} - x_I) = \pi(5,8 - 0,1) = 5,7\pi \text{ (cm / s)}.$$

**Bình luận:** Tốc độ cực đại sau thời điểm  $t = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$  thì phải tính ở nửa chu kì tiếp theo:

$$v_{\max} = \omega(A_{22} - x_I) = \pi(5,6 - 0,1) = 5,5\pi \text{ (cm / s)}$$

**Ví dụ 33:** Một con lắc lò xo có độ cứng 1 N/m, vật nặng dao động tắt dần chậm với chu kì 2 (s) từ thời điểm  $t = 0$  đúng lúc vật có li độ cực đại là 10 cm. Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi 0,001 N. Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm  $t = 9,2$  s.

- A.  $8,1\pi$  cm/s.      B.  $5,5\pi$  cm/s.      C.  $5,6\pi$  cm/s.      D.  $7,8\pi$  cm/s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

$$\begin{cases} x_I = \frac{F_C}{k} = \frac{0,001}{1} = 10^{-3} (m) = 0,1 (cm) \\ \Delta A_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_C}{k} = 2 \cdot 10^{-3} (m) = 0,2 (cm) \end{cases}$$

$$t = 9,2 (s) = 9 + 0,2 = 9 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{10}$$

Lúc này vật qua VTCB 9 lần và đang chuyển động đến tâm dao động I'.

Li độ cực đại sau khi qua VTCB lần  $n = 9$ :  $A_9 = 10 - 9 \cdot 0,2 = 8,2 (cm)$ .

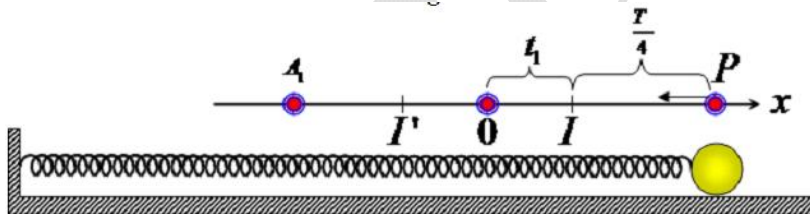
$$\text{Tốc độ cực đại: } v_{\max} = \frac{2\pi}{T} (A_9 - x_I) = \frac{2\pi}{2} (8,2 - 0,1) = 8,1\pi (m/s)$$

*Chú ý: Để tìm li độ hoặc thời gian chuyển động ta phải xác định được tâm dao động tức thời và biên độ so với tâm dao động.*

**Ví dụ 34:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng  $m = 100$  g, lò xo có độ cứng  $k = 10$  N/m, hệ số ma sát giữa vật  $m$  và mặt phẳng ngang là  $0,1$ . Kéo dài con lắc đến vị trí giãn  $5$  cm rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian từ lúc dao động đến khi lò xo không biến dạng lần đầu tiên. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

- A. 0,1571 s.      B. 10,4476 s.      C. 0,1835 s.      D. 0,1823 s.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án D



Khi vật đi từ P về O, lực ma sát hướng ngược lại nên tâm dao động dịch chuyển từ O đến I sao

$$\text{cho: } OI = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 100 \cdot 10}{10} = 0,01 (m) = 1 (cm)$$

Biên độ so với I là  $A_I = OP - OI = 4 (cm)$

$$\text{Chu kì và tần số góc: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} (s); \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 10 (rad/s)$$

$$\text{Thời gian đi từ P đến O: } t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{IO}{IP} = \frac{\pi}{20} + \frac{1}{10} \arcsin \frac{1}{4} = 0,1823 (s)$$

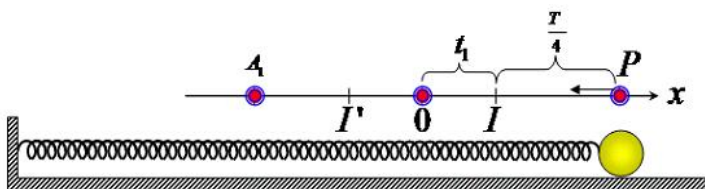
**Bình luận:** Với phương pháp này ta có thể tính được các khoảng thời gian khác, chẳng hạn

$$\text{thời gian đi từ P đến điểm I' là: } t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{I'I}{IP}$$

**Ví dụ 35:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ , lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$ , hệ số ma sát giữa vật  $m$  và mặt phẳng ngang là  $0,1$ . Kéo dài con lắc đến vị trí dẫn  $5 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian từ lúc dao động đến khi lò xo nén  $1 \text{ cm}$  lần đầu tiên. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A. 0,1571 s.      B. 0,2094 s.      C. 0,1835 s.      D. 0,1823 s.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án B



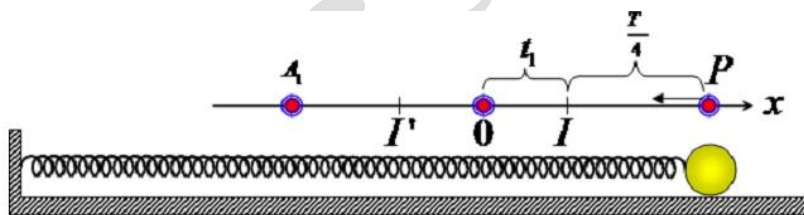
Thời gian đi từ P đến điểm I' là:

$$t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{II'}{IP} = \frac{\pi}{20} + \frac{1}{10} \arcsin \frac{2}{4} = 0,2094(s)$$

**Ví dụ 36:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k$  dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tần số góc  $10\pi \text{ rad/s}$  và biên độ  $0,06 \text{ m}$ . Đúng thời điểm  $t = 0$ , dẫn cực đại thì đệm từ trường bị mất và vật dao động tắt dần với độ giảm biên độ sau nửa chu kì là  $0,02 \text{ m}$ . Tìm tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ lúc  $t = 0$  đến lúc lò xo không biến dạng lần thứ nhất

- A. 120 cm/s.      B. 53,6 cm/s.      C. 107 cm/s.      D. 122,7 cm/s.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C



Khoảng cách:  $OI = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\Delta A_{1/2}}{2} = 0,01(m)$

Thời gian ngắn nhất vật đi từ P đến điểm O là

$$t = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{IO}{IP} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10\pi} \arcsin \frac{0,01}{0,06 - 0,01} = 0,056(s)$$

Tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó:  $v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{OP}{t} = \frac{0,06}{0,056} = 1,07(m/s)$

**Ví dụ 37:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $0,1 \text{ kg}$  và lò xo có độ cứng  $4 \text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ

và vật nhỏ là 0,1. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng (vật ở vị trí O), truyền cho vật vận tốc ban đầu  $0,1\pi$  m/s theo chiều dương của trục tọa độ thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy  $\pi^2 = 10$ ;  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Tìm li độ của vật tại thời điểm  $t = 1,4$  s.

- A. 1,454 cm.      B. -1,454 cm.      C. 3,5 cm.      D. -3,5 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

Tại vị trí có li độ cực đại lần 1 tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại:

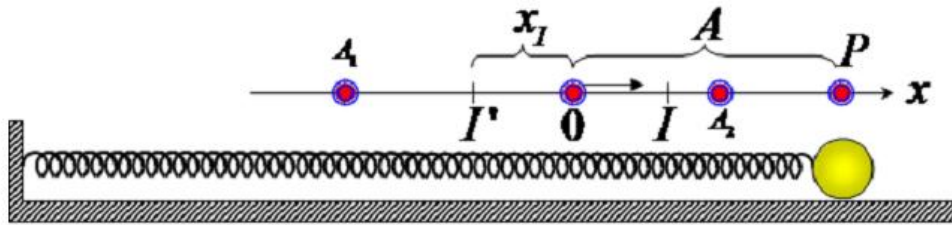
$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA \Leftrightarrow 2A^2 + 0,1A - 0,05 = 0 \Leftrightarrow A = 0,135(m) = 13,5(cm)$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{\mu mg}{k} = 0,025(m) = 2,5(cm) \Rightarrow \Delta A_{1/2} = 2x_I = 5(cm) \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 1(s) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi(rad/s) \end{cases}$$

Khi chuyển động từ O đến P thì I' là tâm dao động nên biên độ là I'P và thời gian đi từ O đến P tính theo công thức:

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{I'O}{I'P} = \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{2,5}{2,5+13,5} = 0,225(s)$$

Ta phân tích:  $t = 1,4(s) = 0,225 + 2 \cdot 0,5 + 0,175 = t_{OP} + 2 \cdot \frac{T}{2} + 0,175(s)$



Ở thời điểm  $t = t_{OP} + 2 \cdot \frac{T}{2}$  vật dừng lại tạm thời tại  $A_2$  và biên độ còn lại so với O là

$A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 13,5 - 2 \cdot 2,5 = 3,5(cm)$ , lúc này tâm dao động là I và biên độ so với I là

$A_{21} = 3,5 - 2,5 = 1(cm)$ . Từ điểm này sau thời gian 0,175 (s) vật có li độ so với I là

$A_{21} \cos \frac{2\pi}{T} \cdot 0,175 = 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{1} \cdot 0,175 = 0,454(cm)$ , tức là nó có li độ so với O là

$1 + 0,454 = 1,454(cm)$ .

## 2) DAO ĐỘNG THEO PHƯƠNG THẲNG ĐỨNG

**Bài toán tổng quát:** Cho cơ hệ như hình vẽ, lúc đầu kéo vật ra khỏi vị trí O một đoạn A rồi thả nhẹ thì vật dao động tắt dần. Tìm vị trí vật đạt tốc độ cực đại và giá trị vận tốc cực đại. Lập luận tương tự như trường hợp vật dao động theo phương ngang. Nếu vật đi từ P về Q thì tâm dao động là I ngược lại thì tâm dao động là I' sao cho:  $x_I = OI = OI' = \frac{F_C}{k}$

Để tìm tốc độ cực đại ta phải xác định lúc đó tâm dao động là I hay I' và biên độ so với tâm rồi áp dụng:  $v_{\max} = \omega A_I$  hoặc  $v_{\max} = \omega A_{I'}$ .

Độ giảm biên độ so với O sau mỗi lần đi qua O là  $\Delta A_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_C}{k}$  nên biên độ còn lại sau lần 1, lần 2, ..., lần n lần lượt là:

Độ giảm biên độ so với O sau mỗi lần đi qua O là  $\Delta A_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_C}{k}$  nên biên độ còn lại sau

lần 1, lần 2, ..., lần n lần lượt là:

$$\begin{cases} A_1 = A - \Delta A_{1/2} \\ A_2 = A - 2 \cdot \Delta A_{1/2} \\ A_3 = A - 3 \cdot \Delta A_{1/2} \\ \dots \\ A_n = A - n \cdot \Delta A_{1/2} \end{cases}$$

**Ví dụ 38:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng 50 N/m, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $m = 100$  g. Gọi O là vị trí cân bằng của vật. Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc 20 cm/s hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc độ lớn  $F_C = 0,005$  N. Vật có tốc độ lớn nhất ở vị trí

- A. trên O là 0,1 mm.    B. dưới O là 0,1 mm.    C. tại O.    D. trên O là 0,05 mm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

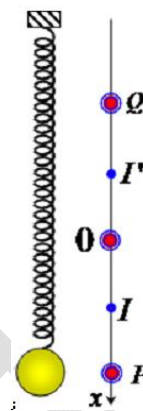
Lúc đầu, vật chuyển động chậm dần lên trên và dừng lại tạm thời ở vị trí cao nhất Q. Sau đó vật chuyển động nhanh dần xuống dưới, lúc này I' là tâm dao động nên vật đạt tốc độ cực đại tại I' (trên O):

$$OI = OI' = \frac{F_C}{k} = \frac{0,005}{50} = 10^{-4} (m) = 0,1 (mm)$$

**Ví dụ 39:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $k = 10$  N/m, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $m = 100$  g. Đưa vật tới vị trí lò xo nén 2 cm rồi thả nhẹ. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,01$  N. Lấy gia tốc trọng trường  $10$  m/s<sup>2</sup>. Vật có tốc độ lớn nhất là

- A. 990 cm/s.    B. 119 cm/s.    C. 120 cm/s.    D. 100 cm/s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**



$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{10} = 0,1(m) = 10(cm)$$

$$A = \Delta l_0 + 2 = 12(cm)$$

$$x_{r'} = \frac{F_C}{k} = \frac{0,01}{100} = 0,001(m) = 0,1(cm)$$

$$v_{\max} = \omega A_{r'} = \sqrt{\frac{k}{m}} (A - x_{r'}) = \sqrt{\frac{10}{0,1}} (12 - 0,1) = 11,9(cm/s)$$

**Ví dụ 40:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ . Đưa vật lên trên vị trí cân bằng O một đoạn  $8 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,01 \text{ N}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Li độ cực đại của vật sau khi đi qua O lần 2 là

- A. 9,8 cm.                      B. 7 cm.                      C. 7,8 cm.                      D. 7,6 cm.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án D

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2 \cdot 0,01}{10} = 0,002(m) = 0,2(cm)$$

$$A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 8 - 2 \cdot 0,2 = 7,6(cm)$$

**Ví dụ 41:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $50 \text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $100 \text{ g}$ . Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc  $20\sqrt{15} \text{ cm/s}$  hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,1 \text{ N}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Li độ cực đại của vật là

- A. 4,0 cm.                      B. 2,8 cm.                      C. 3,9 cm.                      D. 1,9 cm.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C

Tại vị trí ban đầu E, vật có li độ và vận tốc:

$$\begin{cases} x_0 = \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02(m) \\ v_0 = 20\sqrt{15}(cm) = 0,2\sqrt{15}(m) \end{cases}$$

Vì độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát nên:  $W_E - W_A = A_{ms}$  hay

$$\frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = F_C(A - x_0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{50 \cdot 0,02^2}{2} + \frac{0,1 \cdot (0,2\sqrt{15})^2}{2} - \frac{50 \cdot A^2}{2} = 0,1(A - 0,02)$$

$$\Rightarrow A = 0,039(m)$$

**Ví dụ 42:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng 50 N/m, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng 100 g. Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc  $20\sqrt{15}$  cm/s hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,1$  N. Lấy gia tốc rơi tự do  $10 \text{ m/s}^2$ . Vật có tốc độ lớn nhất là

- A. 0,845 m/s.      B. 0,805 m/s.      C. 0,586 m/s.      D. 0,827 m/s.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án B

Từ ví dụ trên (41) tính được  $A = 0,039 \text{ m}$

$$x_l = \frac{F_C}{k} = \frac{0,1}{50} = 0,003 \text{ (m)}$$

$$v_{\max} = \omega A_l = \sqrt{\frac{k}{m}} (A - x_l) = \sqrt{\frac{50}{0,1}} (0,039 - 0,003) = 0,805 \text{ (m/s)}$$