

B.BÀI TẬP

4.45. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng :

$$a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 < a^3 + b^3 + c^3$$

4.46. Cho $0 \leq a, b, c \leq 1$ Chứng minh rằng :

$$a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$$

(Đề thi vào lớp 10 chuyên, ĐH KHTN – ĐHQG HN, 1998)

4.47. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{15|x+1|+32}{6|x+1|+8}$$

4.48. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = 3|x-1| + 4 - 3x$

4.49. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = |x+3| + |2x-5| + |x-2|$

4.50. Cho $2x + y = 3$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$D = |2x+3| + |5-y| + 2$$

4.51. ho $0 < a, b, c < 2$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong ba bất đẳng thức sau là sai:

$$a(2-b) > 1; b(2-c) > 1; c(2-a) > 1$$

4.52. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab + bc + ca < 0$. Chứng minh rằng : $a^2 + b^2 < c^2$

(Đề thi vào lớp 10 chuyên Thái Bình, 2007)

4.53. Cho các số dương a, b, c, d . Chứng minh rằng :

$$\sqrt{\frac{a}{b+c+d}} + \sqrt{\frac{b}{c+d+a}} + \sqrt{\frac{c}{d+a+b}} + \sqrt{\frac{d}{a+b+c}} > 2$$

(Đề thi vào lớp 10 chuyên ĐH sư phạm Hà Nội, 1998)

4.54. Cho $a, b > c$ và $c > 0$. Chứng minh rằng :

$$\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$$

(Đề thi HSG 9 Tp. Hồ Chí Minh, 2002)

4.55. Cho $a > b \geq 0$. Chứng minh rằng

$$a + \frac{4}{(a-b)(b+1)^2} \geq 3$$

4.56. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{3x^4 + 16}{x^3}$

4.57. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng :

$$(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c) \leq abc$$

4.58. Cho $a, b, c > 0$ Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3 \left(\frac{1}{a+2b} + \frac{1}{b+2c} + \frac{1}{c+2a} \right)$$

(Đề thi vào lớp 10 chuyên ngữ, ĐH NN – ĐHQG HN, 2007)

4.59. Cho $a, b \geq 1$. Chứng minh rằng $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$

4.60. Cho $a^2 + b^2 + 9 = 6a + 4b$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $Q = 3a + 4b$