

**Bài toán 03: SỬ DỤNG PHÉP VỊ TỰ ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.**

**Phương pháp:**

Để dựng một hình (H) nào đó ta quy về dựng một số điểm ( đủ để xác định hình (H) ) khi đó ta xem các điểm cần dựng đó là giao của hai đường trong đó một đường có sẵn và một đường là ảnh vị tự của một đường khác.

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Cho hai điểm  $B, C$  cố định và hai đường thẳng  $d_1, d_2$ . Dựng tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A$  thuộc  $d_1$  và trọng tâm  $G$  thuộc  $d_2$ .

**Lời giải.**

**Phân tích:**

Giả sử đã dựng được tam giác  $ABC$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ , theo tính chất trọng tâm ta có  $\vec{IA} = 3\vec{IG}$

$$\Rightarrow V_{(1;3)}(G) = A \text{ mà } G \in d_2 \Rightarrow A \in d_2'$$

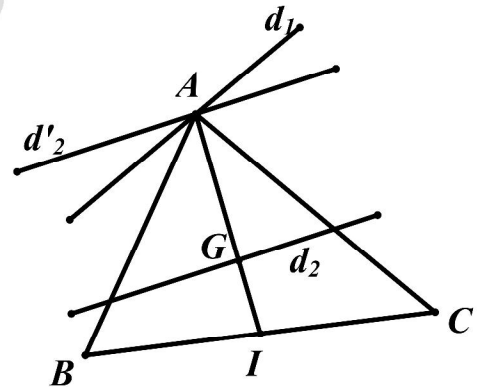
Với  $d_2'$  là ảnh của  $d_2$  qua  $V_{(1;3)}$ .

Lại có  $A \in d_1 \Rightarrow A = d_1 \cap d_2'$ .

**Cách dựng:**

- Dựng đường thẳng  $d_2'$  ảnh của  $d_2$  qua  $V_{(1;3)}$ .
- Dựng giao điểm  $A = d_1 \cap d_2'$ .
- Dựng giao điểm  $G = IA \cap d_2$ .

Hai điểm  $A; G$  là hai điểm cần dựng.



**Chứng minh:**

Rõ ràng từ cách dựng ta có  $A \in d_1, G \in d_2$ ;  $I$  là trung điểm của  $BC$  và  $V_{(I,3)}(G) = A \Rightarrow \overline{IA} = 3\overline{IG} \Rightarrow G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

**Biện luận:**

Số nghiệm hình bằng số giao điểm của  $d_1$  và  $d_2'$ .

**Ví dụ 2.** Cho hai đường tròn đồng tâm  $(C_1)$  và  $(C_2)$ . Từ một điểm  $A$  trên đường tròn lớn  $(C_1)$  hãy dựng đường thẳng  $d$  cắt  $(C_2)$  tại  $B, C$  và cắt  $(C_1)$  tại  $D$  sao cho  $AB = BC = CD$ .

**Lời giải.**

**Phân tích:**

Giả sử đã dựng được đường thẳng  $d$  cắt  $(C_1)$  tại  $D$  và  $(C_2)$  tại  $B, C$  sao cho

$$AB = BC = CD, \text{ khi đó } \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow V_{\left(A; \frac{1}{2}\right)}(C) = B.$$

Mà  $C \in (C_2)$  nên  $B \in (C_2')$  với đường tròn

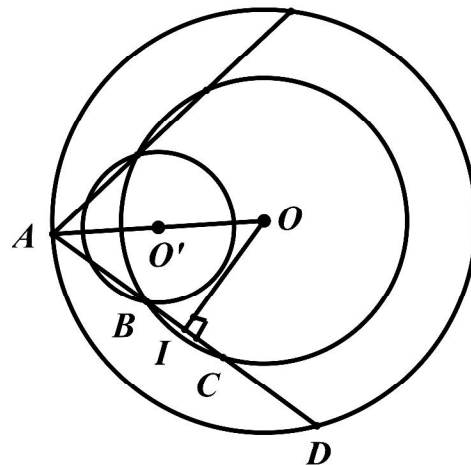
$(C_2')$  là ảnh của  $(C_2)$  qua  $V_{\left(A; \frac{1}{2}\right)}$ .

Lại có  $B \in (C_2)$  nên  $B \in (C_2) \cap (C_2')$ .

**Cách dựng**

- Dựng đường tròn  $(C_2')$  ảnh của đường tròn  $(C_2)$  qua phép vị tự

$$V_{\left(A; \frac{1}{2}\right)}.$$



- Dụng giao điểm B của  $(C_2)$  và  $(C_2')$ .
- Dụng đường thẳng  $d$  đi qua A, B cắt các đường tròn  $(C_2), (C_1)$  tại C, D tương ứng.  
Đường thẳng  $d$  chính là đường thẳng cần dựng.

**Chứng minh:**

Gọi I là trung điểm của AD thì I cũng là trung điểm của BC.

Vì  $V_{\left(\frac{A}{2}\right)}(C) = B$  nên  $AB = BC$ , mặt khác AD và BC có chung trung điểm I nên  $IA = ID, IC = IB, ID = CD + IC, IA = IB + AB$  suy ra  $CD = AB$ . Vậy  $AB = BC = CD$ .

**Biện luận:** Gọi  $R_1; R_2$  lần lượt là bán kính các đường tròn  $(C_1)$  và  $(C_2)$  ta có:

- Nếu  $R_1 \geq 2R_2$  thì có một nghiệm hình.
- Nếu  $R_1 < 2R_2$  thì có hai nghiệm hình.