Bài toán 03: DÙNG PHÉP TỊNH TIẾN ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.

Phương pháp:

Để dựng một điểm M ta tìm cách xem nó là ảnh của một điểm đã biết qua một phép tịnh tiến, hoặc xem M là giao điểm của hai đường trong đó một đường cố định còn một đường là ảnh của một đường đã biết qua phép tịnh tiến.

Lưu ý: Ta thường dùng kết quả: Nếu $T_{\vec{v}}(N)=M$ và $N\in(H)$ thì $M\in(H')$ trong đó $(H')=T_{\vec{v}}((H))$ và kết hợp với M thuộc hình (K)

(trong giả thiết) suy ra $M\in(H')\cap(K)$.

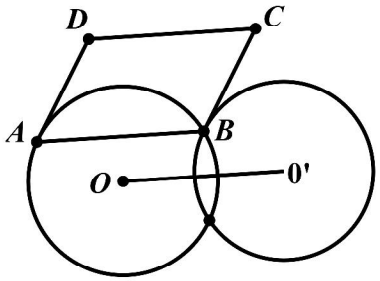
Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho đường tròn tâm O, bán kính R và hai điểm phân biệt C,D nằm ngoài (O). Hãy dựng dây cung AB của đường tròn (O) sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải.

Phân tích: Giả sử đã dựng được dây cung AB thỏa mãn yêu cầu bài toán

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
$\Rightarrow T_{\overrightarrow{CD}}(A)=B$.



Nhưng $A\in(O)\Rightarrow B\in(O')=T_{\overrightarrow{DC}}((O))$. Vậy B vừa thuộc (O) và (O') nên B chính là giao điểm của (O) và (O').

Cách dựng:

- Dựng đường tròn (O') là ảnh của đường tròn (O) qua $T_{\overrightarrow{DC}}$
- Dựng giao điểm B của (O) và (O')
- Dựng đường thẳng qua B và song song với CD cắt (O) tại A.

Dây cung AB là dây cung thỏa yêu cầu bài toán.

Chứng minh: Từ cách dựng ta có $T_{\overrightarrow{DC}}(A) = B \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành.

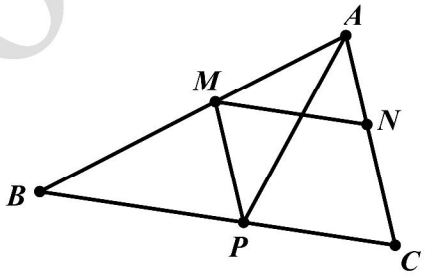
Biện luận:

- Nếu $CD > 2R$ thì bài toán vô nghiệm .
- Nếu $CD = 2R$ thì có một nghiệm .
- Nếu $CD < 2R$ thì có hai nghiệm.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC. Dựng đường thẳng d song song với BC, cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại M, N sao cho $AM = CN$.

Lời giải.

Phân tích: Giả sử đã dựng được đường thẳng d thỏa mãn bài toán. Từ M dựng đường thẳng song song với AC cắt BC tại P, khi đó $MNCP$ là hình bình hành nên $CN = PM$. Lại có $AM = CN$ suy ra $MP = MA$, từ đó ta có AP là phân giác trong của góc A.



Cách dựng:

- Dựng phân giác trong AP của góc A
- Dựng đường thẳng đi qua P song song với AC cắt AB tại M
- Dựng ảnh $N = T_{\overrightarrow{PM}}(C)$.

Đường thẳng MN chính là đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán.

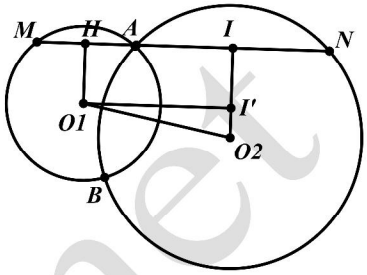
Chứng minh: Từ cách dựng ta có $MNCP$ là hình bình hành suy ra $MN // BC$ và $CN = PM$, ta có $MAP = CAP = APM \Rightarrow \Delta MAP$ cân tại $M \Rightarrow AM = MP$.

Vậy $AM = CN$

Biện luận: Bài toán có một nghiệm hình

Ví dụ 3. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A, B. Dựng đường thẳng d đi qua A cắt các đường tròn tại các điểm thứ hai M, N sao cho $MN = 2l$ cho trước.

Lời giải.



Giả sử đã dựng được đường thẳng d đi qua A và cắt các đường tròn $(O_1),(O_2)$ tương ứng tại các điểm M, N sao cho $MN = 2l$.

Kẻ $O_1H \perp MN$ và $O_2I \perp MN$.

Xét $T_{\overrightarrow{HO_1}}(I) = I' \Rightarrow O_1I' = HI = \frac{1}{2}MN = l$.

Do tam giác $I'O_1O_2$ vuông tại I' nên $O_2I' = \sqrt{O_1O_2^2 - l^2}$.