

**Bài toán 04: SỬ DỤNG PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.**

**Phương pháp:**

Xem điểm cần dựng là giao của một đường có sẵn và ảnh của một đường khác qua phép quay  $\mathcal{D}_I$  nào đó.

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Cho hai đường thẳng  $d_1, d_2$  và hai điểm  $A, G$  không thuộc  $d_1, d_2$ . Hãy dựng tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và hai đỉnh  $B, C$  lần lượt thuộc  $d_1$  và  $d_2$ .

**Lời giải.**

**Phân tích:**

Giả sử đã dựng được tam giác  $ABC$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$  thì  $\mathcal{D}_I(C) = B$  mà

$C \in d_2$  nên  $B \in d_2'$  với  $d_2'$  là ảnh của  $d_2$  qua phép

đối xứng tâm  $I$ . Lại có  $B \in d_1 \Rightarrow B = d_1 \cap d_2'$ .

**Cách dựng:**

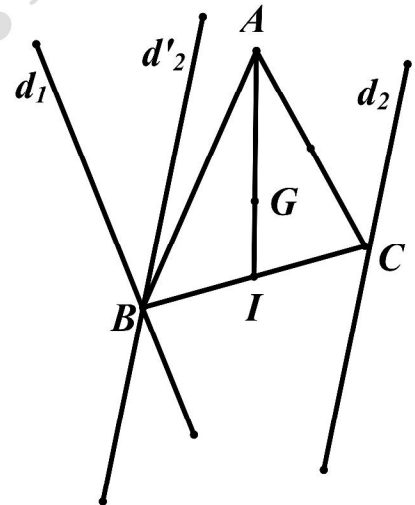
- Dựng điểm  $I$  sao cho  $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$
- Dựng đường thẳng  $d_2'$  ảnh của  $d_2$  qua  $\mathcal{D}_I$
- Gọi  $B = d_1 \cap d_2'$
- Dựng điểm  $C = \mathcal{D}_I(B)$

Tam giác  $ABC$  là tam giác phải dựng.

**Chứng minh:**

Dựa vào cách dựng ta có  $I$  là trung điểm của  $BC$  và  $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$  nên  $G$  là

trọng tâm của tam giác  $ABC$ .



**Biện luận:** Số nghiệm hình bằng số giao điểm của  $d_1$  và  $d_2'$ .

**Ví dụ 2.** Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$  và số  $a > 0$ . Dựng đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  cắt hai đường tròn thành hai dây cung mà hiệu độ dài bằng  $a$ .

**Lời giải.**

**Phân tích:**

Giả sử đã dựng được đường thẳng  $d$  cắt  $(O)$  và  $(O')$  tại  $M, M'$  sao cho  $AM - AM' = a$  ( giả sử  $AM > AM'$ ).

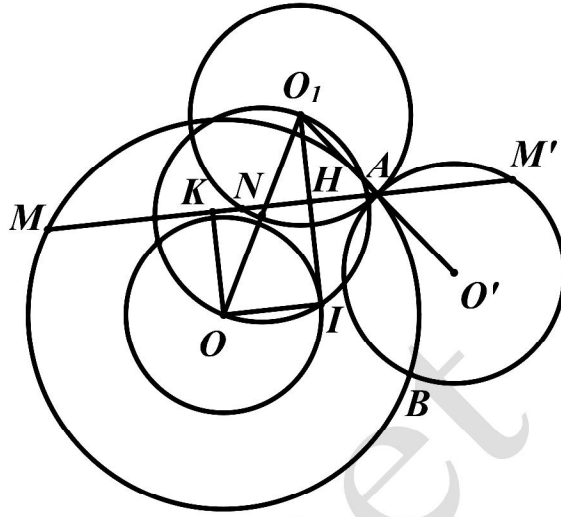
Xét phép đối xứng  $\mathcal{D}_A$

Gọi  $N = \mathcal{D}_A(M), (O_1) = \mathcal{D}_A((O))$ ,  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AN$  và  $AM$ , khi đó  $HO_1 \perp AN$  và  $OK \perp AM$ . Gọi  $I$  là hình chiếu của  $O$  trên  $O_1H$ , ta có  $OI \parallel KH$ , mặt khác  $KH = KA - HA$

$$= \frac{AM - AN}{2} = \frac{AM - AM'}{2} = \frac{a}{2} \text{ nên } OI = \frac{a}{2}. \text{ Vậy điểm } I \text{ thuộc đường tròn tâm}$$

$$O \text{ bán kính } r = \frac{a}{2}.$$

Mặt khác  $I$  thuộc đường tròn đường kính  $OO_1$  nên  $I$  là giao điểm của đường tròn đường kính  $OO_1$  với đường tròn  $\left(O; \frac{a}{2}\right)$  do đó  $I$  xác định và  $d$  là đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $OI$ .



**Cách dựng:**

- Dựng  $(O_1)$  ảnh của  $(O)$  qua  $\mathcal{D}_A$ .
- Dựng đường tròn đường kính  $OO_1$ .
- Dựng đường tròn  $\left(O; \frac{a}{2}\right)$ , và dựng giao điểm  $I$  của đường tròn đường kính  $OO_1$  với đường tròn  $\left(O; \frac{a}{2}\right)$ .
- Từ  $A$  dựng đường thẳng  $d \parallel OI$  cắt  $(O)$  tại  $M$  và cắt  $(O')$  tại  $M'$  thì  $d$  là đường thẳng cần dựng.

**Chứng minh:**

Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AN, AM$  ta có  $KH = OI = \frac{a}{2}$

$$\text{Mà } KH = AK - AH = \frac{AM}{2} - \frac{AN}{2} = \frac{AM - AN}{2} \Rightarrow AM - AN = a.$$

**Biện luận :** Số nghiệm hình bằng số giao điểm của đường tròn  $\left(O; \frac{a}{2}\right)$  và đường tròn đường kính  $OO_1$ .