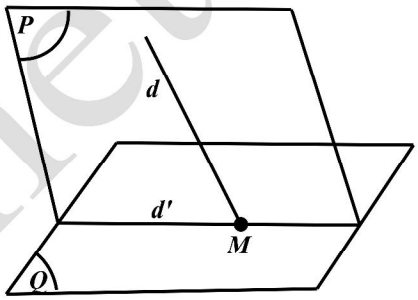
Bài toán 03: TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG.

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa và các tính chất hoặc biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến.

Để tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ta cần lưu ý một số trường hợp sau:

Trường hợp 1. Nếu trong (P) có sẵn một đường thẳng d' cắt d tại M, khi đó $\begin{cases} M \in d \\ M \in d' \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Rightarrow M = d \cap (P)$



Trường hợp 2. Nếu trong (P) chưa có sẵn d' cắt d thì ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chọn một mặt phẳng (Q) chứa d

Bước 2: Tìm giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$

Bước 3: Trong (Q) gọi $M = d \cap \Delta$ thì M chính là giao điểm của $d \cap (P)$.

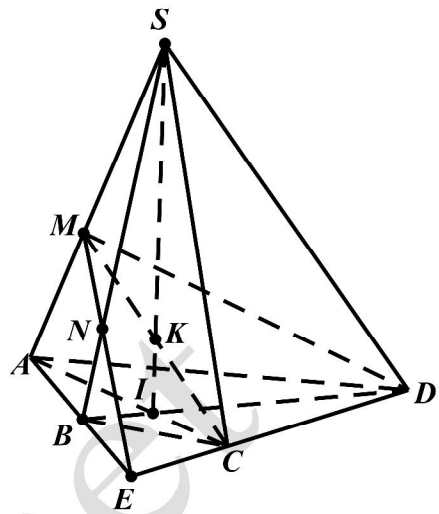
Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD).

Lời giải.



a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

Trong (SAB) gọi $N = SB \cap EM$.

Ta có $N \in EM \subset (MCD) \Rightarrow N \in (MCD)$ và $N \in SB$ nên $N = SB \cap (MCD)$.

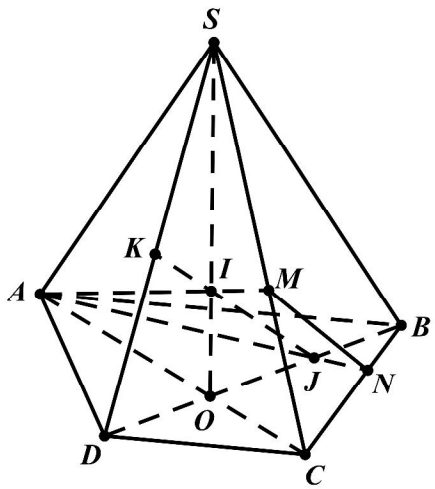
b) Trong $(ABCD)$ gọi $I = AC \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $K = MC \cap SI$.

Ta có $K \in SI \subset (SBD)$ và $K \in MC$ nên $K = MC \cap (SBD)$.

Ví dụ 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là trên cạnh BC. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $I = SO \cap AM$ và $K = IJ \cap SD$.

Ta có $I \in AM \subset (AMN), J \in AN \subset (AMN)$

$\Rightarrow IJ \subset (AMN)$.

Do đó $K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN)$.

Vậy $K = SD \cap (AMN)$

Bài toán 04: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA MỘT MẶT PHẲNG VỚI HÌNH CHÓP.

Phương pháp:

Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α), ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp (và mỗi cạnh của thiết diện phải là một đoạn giao tuyến với một mặt của hình chóp)

Trong phần này chúng ta chỉ xét thiết diện của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

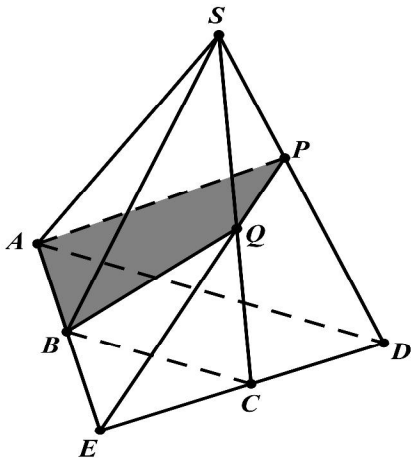
Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD.

a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB).

b) Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP).

Lời giải.



a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $Q = SC \cap EP$.

Ta có $E \in AB$ nên $EP \subset (ABP) \Rightarrow Q \in (ABP)$, do đó $Q = SC \cap (ABP)$.

Thiết diện là tứ giác $ABQP$.

b)Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F,G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD

Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H = SA \cap FP$

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = SC \cap PG$.

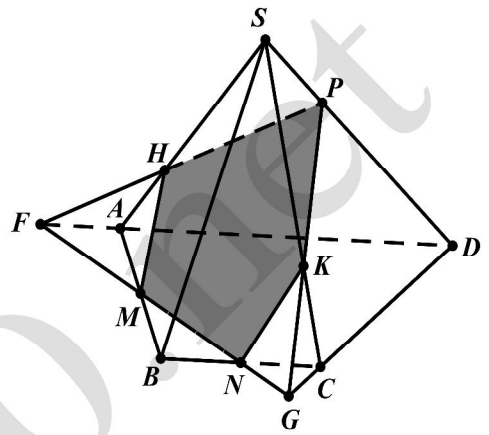
Ta có $F \in MN \Rightarrow F \in (MNP)$,

$\Rightarrow FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$

Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$

Tương tự $K = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.



Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi M,N,P là ba điểm trên các cạnh AD,CD,SO. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP).

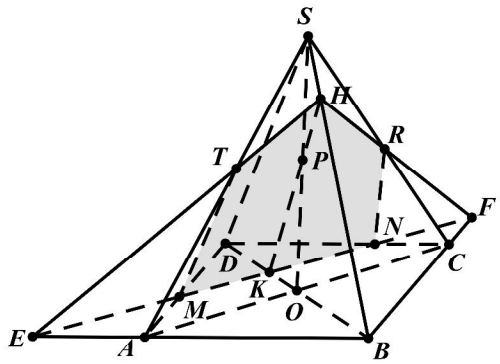
Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi E,K,F lần lượt là giao điểm của MN với DA,DB,DC.

Trong mặt phẳng (SDB) gọi $H = KP \cap SB$

Trong mặt phẳng (SAB) gọi $T = EH \cap SA$

Trong mặt phẳng (SBC) gọi $R = FH \cap SC$.



Ta có $\begin{cases} E \in MN \\ H \in KP \end{cases} \Rightarrow EH \subset (MNP)$, $\begin{cases} T \in SA \\ T \in EH \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow T = SA \cap (MNP)$.

Lí luận tương tự ta có $R = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNRHT$.