

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 109: Phương trình $(1 - \sin x \cos x)(\sin x + \cos x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ có các họ nghiệm có dạng:

$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin(m) + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin(m) + k2\pi$. Khi đó giá trị của m là:

A. $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$.

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$ hoặc $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$.

D. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ hoặc $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

Câu 110: Nghiệm phương trình $2\sin 2x - 2(\sin x + \cos x) + 1 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 111: Phương trình $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 112: Nghiệm phương trình $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x \cdot \sin x + 1 = 0$ là:

A. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 113: Nghiệm phương trình $(1 + \sin^2 x)\cos x + (1 + \cos^2 x)\sin x = 1 + \sin 2x$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

Câu 114: Nghiệm phương trình $3(\sin x + \cos x) + 2\sin 2x + 3 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases}$$

9. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bán đối xứng.

Câu 115: Nghiệm phương trình $\sin x - \cos x + 4\sin x \cos x + 1 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

Câu 116: Phương trình $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$ có hai họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$; $x = \beta + k2\pi$ ($\alpha, \beta \in [0; \pi]$). Khi đó $\alpha + \beta$ là:

A. π .

B. $\frac{5\pi}{2}$.

C. $\frac{3\pi}{4}$.

D. $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 117: Số nghiệm phương trình $\sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Câu 118: Số nghiệm phương trình $(1 + \sqrt{2})(\sin x - \cos x) + 2\sin x \cos x = 1 + \sqrt{2}$ với $x \in [0; 2\pi]$ là:

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

10. Phương trình tích cơ bản

10.1. Chứa nhân tử là $\sin x$ hoặc $\cos x$ của x .

Câu 119: Nghiệm phương trình $\sin 2x - \sin x = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 120: Số nghiệm phương trình $\cos x(1 - \cos 2x) - \sin^2 x = 0$ với $x \in [0; \pi]$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

10.2. Chứa nhân tử là $\cos x$ hoặc bội của x .

Câu 121: Nghiệm phương trình $\sin x(1 + \cos 2x) = \cos^2 x$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 122: Nghiệm phương trình $\sin 2x + \cos 2x = 2\cos x - 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = k2\pi \end{cases}$$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

10.3. Chứa nhân tử là $1 \pm \cos x$.

Câu 123: Số nghiệm phương trình $(1 + \cos x)(\sin x - \cos x + 3) = \sin^2 x$ với $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 124: Nghiệm phương trình $\sin 2x + \cos 2x = 2\sin x + \cos x$ có dạng:

$x = k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin(m) + k2\pi, x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin(m) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ Giá trị của m là:

A. $-\frac{1}{2}.$

B. $-\frac{1}{2\sqrt{2}}.$

C. $-\frac{1}{\sqrt{2}}.$

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 125: Nghiệm phương trình $1 + \sin 2x \cdot \cos x = \cos x + \sin 2x$ với là

A.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

10.4. Chứa nhân tử là $1 \pm \sin x$.

Câu 126: Số nghiệm phương trình $(1 + \sin x)(\cos x - \sin x) = \cos^2 x$ với $x \in [0; 2\pi]$ là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3

Câu 127: Số nghiệm phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2 = \sin^2 x - 3 \sin x + 2$ với $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 128: Nghiệm phương trình $(1 + 2 \sin x)^2 \cos x = 1 + \sin x + \cos x$ là

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}$

Câu 129: Phương trình $2 \cos^3 x + \sin x + \cos 2x = 0$ có 2 họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi, x = \beta + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Khi đó $\alpha + \beta$ bằng:

- A. $-\frac{\pi}{4}$. B. π . C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 130: Nghiệm phương trình $\sin 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

10.5. Chứa nhân tử chung chẳng hạn như là: $\sin x \pm \cos x; 1 \pm \tan x, \sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha \pm \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 131: Nghiệm phương trình $\sin x + 4 \cos x = 2 + \sin 2x$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 132: Phương trình $\sqrt{2}(\sin x - 2 \cos x) = 2 - \sin 2x$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k2\pi, x = \beta + k2\pi \quad (0 \leq \alpha, \beta \leq \pi)$. Khi đó $\alpha \cdot \beta$ bằng:

- A. $\frac{\pi^2}{16}$. B. $\frac{-9\pi^2}{16}$. C. $\frac{9\pi^2}{16}$. D. $\frac{\pi^2}{16}$.

Câu 133: Nghiệm phương trình $\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1 = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 134: Nghiệm phương trình $\cos 2x + \sin x + \cos x = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 135: Nghiệm phương trình $\sin^2 x \cdot \cos x - \cos 2x + \sin x - \sin x \cdot \cos^2 x - \cos x = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

10.6. Chứa nhân tử nhờ mối liên hệ giữa các hệ số, nhằm nghiệm đặc biệt.

Câu 136: Số nghiệm phương trình $\sin 2x + 2 \tan x = 3$ với $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 137: Phương trình $3 \sin x + 2 \cos x = 2 + 3 \tan x$ có 2 họ nghiệm dạng $x = k2\pi$ $x = \arctan(m) + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Khi đó giá trị của m là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

11. Phương trình tích nâng cao: Sử dụng hỗn hợp nhiều công thức.

Câu 138: Số nghiệm phương trình $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.