

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ . B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ . D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**3. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc 3 với 1 hàm số lượng giác**

**• Hàm sin Dùng công thức nhân đôi, nhân 3, các hằng đẳng thức lượng giác.**

**Câu 135.** Nghiệm phương trình  $\sin^3 x + \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$  là:

A.  $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ . B.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ . C.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ . D.  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**• Hàm cosin Dùng công thức nhân đôi, nhân 3; các hằng đẳng thức lượng giác.**

**Câu 136.** Nghiệm phương trình  $2\cos^3 x + \cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \arccos(-2) + k2\pi \\ x = -\arccos(-2) + k2\pi \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ . C.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

**• Hàm tan: Dùng công thức nhân đôi, nhân 3 các hằng đẳng thức lượng giác.**

**Câu 137.** Nghiệm phương trình  $\tan^3 x - \sqrt{3}\tan^2 x + \tan x - \sqrt{3} = 0$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ . B.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ . C.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ . D.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**• Hàm cot: Dùng công thức nhân đôi, các hằng đẳng thức lượng giác.**

**Câu 138.** Phương trình  $4\cot^3 x - \frac{9}{\sin^2 x} - \cot x + 15 = 0$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ . B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \operatorname{arccot}(2) + k2\pi \\ x = \operatorname{arccot}\left(-\frac{3}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(2) + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}\left(-\frac{3}{4}\right) + k\pi \end{cases}$ . D.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

**4. Ứng dụng hàm số bậc hai vào tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số.**

**Câu 139.** Giá trị lớn nhất (M), giá trị nhỏ nhất (m) của hàm số  $y = \sin^2 x + 2\sin x + 4$  là:

A.  $M = 4; m = 3$ . B.  $M = 7; m = 3$ . C.  $M = 4; m = 3$ . D.  $M = 7; m = 4$ .

**5. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đôi với  $\sin x$  và  $\cos x$  và ứng dụng**

**5.1. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đôi với  $\sin x$  và  $\cos x$ .**

**Câu 140.** Nghiệm phương trình  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$  là

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ . B.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ . C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ . D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 141.** Nghiệm của phương trình  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$  là:

A.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

B.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

C.  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

D.  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 142.** Tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$  là

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 143.** Tất cả các nghiệm  $x \in [0; 2\pi)$  của phương trình  $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$  là

A.  $\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$ .

B.  $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$ .

C.  $\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$ .

D.  $\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$ .

**Câu 144.** Phương trình  $2\sqrt{2} \cos x + \sqrt{6} = 0$  chỉ có các nghiệm là:

A.  $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi$

B.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

C.  $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi$

D.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

**Câu 145.** Phương trình lượng giác:  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$  có nghiệm là:

A.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ .

C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ .

D.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ .

**5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm.**

**Câu 146.** Với giá trị nào của m thì phương trình:  $\sin x + m \cos x = \sqrt{5}$  có nghiệm

A.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$

B.  $-2 \leq m \leq 2$ .

C.  $-2 < m < 2$ .

D.  $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$

**Câu 147.** Cho phương trình:  $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0$ . Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm:

A.  $m < 1 - \sqrt{3}$

B.  $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$

C.  $m > 1 + \sqrt{3}$

D.  $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$

**Câu 148.** Tìm m để phương trình  $m \cdot \sin x + 5 \cdot \cos x = m + 1$  có nghiệm.

A.  $m \leq 6$

B.  $m \leq 24$

**Câu 149.** Tìm tất cả giá trị của m để phương trình  $\sin 2x = m$  có nghiệm?

A.  $m \leq 1$

B.  $-1 \leq m \leq 1$

C.  $m \geq 0$

D.  $m \geq 1$

**5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN.**

**Câu 151.** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 1$  lần lượt là M, m. Khi đó tổng M + m bằng

- A.  $2 + \sqrt{3}$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $2$ .                      D.  $4$

**6. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc hai**

**6.1. Dạng phương trình  $asin^2x + b\sin x \cdot \cos x + c\cos^2x = 0$ .**

**Câu 152.** Nghiệm phương trình  $\sin^2x - 2\sin x \cdot \cos x - 3\cos^2x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-3) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .
- C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan 3 + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**7. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc ba.**

**Câu 153.** Nghiệm phương trình  $2\sin^3x + 4\cos^3x = 3\sin x$  là:

- A.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ .                      B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$ .                      C.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ .                      D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-2) + k2\pi \end{cases}$

**8. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình đối xứng.**

**Câu 154.** Nghiệm phương trình  $\cos x + \sin x + \cos x \cdot \sin x = 1$  là:

- A.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**9. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bán đối xứng.**

**Câu 155.** Nghiệm phương trình  $\sin x - \cos x + 4\sin x \cos x + 1 = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      C.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**10. Phương trình tích cơ bản**

**10.1. Chứa nhân tử là  $\sin x$  hoặc bội của  $x$ .**

**Câu 156.** Nghiệm phương trình  $\sin 2x - \sin x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      C.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**10.2. Chứa nhân tử là  $\cos x$  hoặc bội của  $x$ .**

**Câu 157:** Nghiệm phương trình  $\sin x(1 + \cos 2x) = \cos^2x$  là

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .                      D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 158:** Phương trình  $1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x - \sin 2x = 0$  tương đương với phương trình.

- A.  $\cos x \cdot (\cos x + \cos 2x) = 0$ .                      B.  $\sin x \cdot (\cos x + \cos 2x) = 0$ .  
C.  $\cos x \cdot (\cos x - \cos 2x) = 0$ .                      D.  $\cos x \cdot (\cos x + \cos 3x) = 0$ .

**Câu 159:** Giải phương trình  $1 + 3\cos x + \cos 2x = \cos 3x + 2\sin x \cdot \sin 2x$ .

- A.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = k2\pi$ .                      B.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = k2\pi$ .  
C.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pi + k2\pi$ .                      D.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .

**10.3. Chứa nhân tử là  $1 \pm \cos x$ .**

**Câu 160:** Số nghiệm phương trình  $(1 + \cos x)(\sin x - \cos x + 3) = \sin^2 x$  với  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là

- A. 3.                                  B. 1.                                  C. 2.                                  D. 0

**Câu 161:** Phương trình  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$  tương đương với các phương trình.

- A.  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$    v    $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3}$   
 B.  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{3}$    v    $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$   
 C.  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = -\sqrt{3}$    v    $\sqrt{3} \sin x + \cos x = -1$   
 D.  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = -1$    v    $\sqrt{3} \sin x + \cos x = -\sqrt{3}$

**Câu 162:** Giải phương trình  $1 + \sin x + \cos x + \operatorname{tg} x = 0$ .

- A.  $x = \pi + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ .                                  B.  $x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ .  
 C.  $x = \pi + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ .                                  D.  $x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ .

**10.4. Chứa nhân tử là  $1 \pm \sin x$ .**

**Câu 163:** Phương trình  $2\cos 2x + \sin x = \sin 3x$  có 2 họ nghiệm dạng  $x = \alpha + k2\pi, x = \beta + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $\alpha + \beta$  bằng

- A.  $\frac{\pi}{3}$ .                                  B.  $\frac{3\pi}{4}$ .                                  C.  $\frac{\pi}{4}$ .                                  D.  $\frac{4\pi}{3}$

**Câu 164:** Giải phương trình  $1 + \sin x + \sin x \cdot \cos x + 2\cos x - \cos x \cdot \sin 2x = 0$ .

- A.  $x = k2\pi$                                   B.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$                                   C.  $x = \pi + k2\pi$                                   D.  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

**10.5. Chứa nhân tử chung chẳng hạn như là:  $\sin x \pm \cos x; 1 \pm \tan x, \sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha \pm \frac{\pi}{4}\right)$ .**

**Câu 165:** Nghiệm phương trình  $\cos 2x + \sin x + \cos x = 0$  là:

- A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$                                   B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$                                   C.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$                                   D.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

**10.6. Chứa nhân tử nhờ mối liên hệ giữa các hệ số, nhằm nghiệm đặc biệt.**

**Câu 166:** Số nghiệm phương trình  $\sin 2x + 2\tan x = 3$  với  $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$  là:

- A. 0.                                  B. 1.                                  C. 2.                                  D. 3

**11. Phương trình tích nâng cao: Sử dụng hỗn hợp nhiều công thức.**

**Câu 167:** Nghiệm phương trình  $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$  là

- A.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).                                  B.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).                                  C.  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).                                  D.  $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

**Câu 168:** Giải phương trình  $5 \left( \sin x + \frac{\sin 3x + \cos 3x}{1 + 2\sin 2x} \right) = \cos 2x + 3$ .