

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = 30^\circ + k180^\circ \\ x = 90^\circ + k180^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 120: Nghiệm của phương trình: $\sin x + \cos x = 1$ là:

A. $x = k2\pi.$ B. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}.$ C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$

Câu 121: Phương trình nào sau đây có nghiệm trên tập số thực?

A. $\sin x - \cos x = 1.$ B. $\sin 2x - \cos 2x = 3.$
C. $\cos x - \sin x = 5.$ D. $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = -4.$

Câu 122: Phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ có tập nghiệm là.

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$ B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$
C. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$ D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 123: Phương trình: $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}.$ B. $\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}.$
C. $\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\pi}{6}.$ D. $\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}.$

Câu 124: Phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$ có nghiệm dương nhỏ nhất là:

A. $\frac{\pi}{3}.$ B. $\frac{2\pi}{3}.$ C. $\frac{\pi}{6}.$ D. $\frac{5\pi}{6}.$

5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm.

Câu 125: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $m \sin x + (m-1) \cos x - m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. $0 \leq m \leq 4.$ B. $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq 0 \end{cases}.$ C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}.$ D. $0 < m < 4.$

Câu 126: Điều kiện để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

A. $-4 \leq m \leq 4.$ B. $m \geq 4.$ C. $m \geq \sqrt{34}.$ D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}.$

Câu 127: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\frac{\cos x - m}{\sin x} = 0$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R}.$ B. $m \in [-1; 1].$ C. $m \in (-1; 1).$ D. $m \neq \pm 1.$

Câu 128: Với giá trị nào của m thì phương trình $3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = m + 2$ có nghiệm?

A. $m < 0.$ B. $m > 0.$ C. $0 \leq m \leq 1.$ D. $-1 \leq m \leq 0.$

Câu 129: Điều kiện để phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm là

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. B. $m > 4$. C. $m < -4$. D. $-4 < m < 4$.

Câu 130: Điều kiện để phương trình $m \cdot \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

- A. $m \geq 4$. B. $m \geq \sqrt{34}$. C. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. D. $-4 \leq m \leq 4$.

Câu 131: Điều kiện để phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm là

- A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $m > 4$. D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Câu 132: Điều kiện để phương trình $m \cdot \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $m \geq 4$. C. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. D. $m \geq \sqrt{34}$.

Câu 133: Tìm m để phương trình $2 \sin x + m \cos x = 1 - m$ có nghiệm

- A. $m \geq -\frac{3}{2}$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $m \leq \frac{3}{2}$.

5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN.

6. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc hai

6.1. Dạng phương trình $a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + c \cos^2 x = 0$.

Câu 134: Các nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin 2x - 3 \cos^2 x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = \arctan 3 + k\pi$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan 3 + k\pi$.

7. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc ba.

8. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đối xứng.

9. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bán đối xứng.

10. Phương trình tích cơ bản

10.1. Chứa nhân tử là $\sin x$ hoặc bội của x .

Câu 135: Một nghiệm của phương trình $\sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$ là

- A. $\frac{\pi}{10}$. B. 0 . C. $\frac{\pi}{21}$. D. $\frac{\pi}{15}$.

Câu 136: Phương trình $\sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = 0$ có nghiệm là:

- A. $k \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. B. $k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$. C. $k\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $k \frac{\pi}{8}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 137: Họ nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos 5x = \frac{1}{2}(\sin 6x + \cos 4x)$ là:

- A. $x = \frac{31\pi}{16} + k \frac{\pi}{8}$. B. $x = \frac{3\pi}{16} + k \frac{\pi}{2}$. C. $x = -\frac{5\pi}{16} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{16} + k \frac{\pi}{4}$.

10.2. Chứa nhân tử là $\cos x$ hoặc bội của x .

10.3. Chứa nhân tử là $1 \pm \cos x$.

10.4. Chứa nhân tử là $1 \pm \sin x$.

10.5. Chứa nhân tử chung chẳng hạn như là: $\sin x \pm \cos x; 1 \pm \tan x, \sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha \pm \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 138: Các nghiệm của phương trình $\sin x - \sin 4x + \sin 5x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $x = k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $x = k\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$.
- C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $x = k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{5}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, $x = k\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$.

10.6. Chứa nhân tử nhờ mối liên hệ giữa các hệ số, nhằm nghiệm đặc biệt.

11. Phương trình tích nâng cao: Sử dụng hỗn hợp nhiều công thức.

Câu 139: Phương trình $\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\cos x}$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k2\pi$; $k \in \mathbb{Z}$. C. Vô nghiệm. D. $x = \frac{k\pi}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 140: Phương trình $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2\sin x \cdot \cos 2x$ tương đương với phương trình

- A. $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

12. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác đối xứng với tan và cot.

13. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác có dạng \sin^{2n} và \cos^{2n} .

14. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng công thức hạ bậc.

15. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng cung hơn kém.

16. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ).

17. Mối quan hệ giữa nghiệm và một số phương trình lượng giác qua các kì thi ĐH.

18. Câu hỏi khác.

Câu 141: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung

- A. $y = \cot x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cos x$.

Câu 142: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x + \sin y = 1 \end{cases}$

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ y = \frac{\pi}{6} - k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ y = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} - m2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ y = \frac{\pi}{3} - k2\pi \end{cases}$.

Câu 143: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là đúng?

- A. $\sin 4x = 2\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x$. B. $\cos(a+b) = \sin a \cdot \sin b - \cos a \cdot \cos b$.
- C. $\cos 2x = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)$. D. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$.

Câu 144: Giá trị $x = \frac{2\pi}{3}$ là nghiệm phương trình nào sau đây?

- A. $2\sin x + 1 = 0$. B. $\tan x - \sqrt{3} = 0$. C. $2\cos x + 1 = 0$. D. $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 145: Tìm m để phương trình $\cos 2x + 2(m+1)\sin x - 2m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm $x \in (0; \pi)$

- A. $-1 < m < 1$. B. $0 \leq m < 1$. C. $0 < m \leq 1$. D. $0 < m < 1$.

Câu 146: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

A. $2\sin x + 3\cos x = 1.$

B. $\sqrt{3}\sin x = 2.$

C. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0.$

D. $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}.$

Câu 147: Giải phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x = 2(\sin^5 x + \cos^5 x)$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 148: Giải phương trình $\sin^2 x + \sin^2 x \cdot \tan^2 x = 3$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \notin \mathbb{Z}.$

Câu 149: $\tan x > 0$ với mọi x thuộc khoảng:

A. $(0; \pi).$

B. $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right).$

C. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$

D. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

Câu 150: Giải phương trình $4(\sin^6 x + \cos^6 x) + 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 8 - 4\cos^2 2x$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 151: Tìm m để phương trình $\cos 2x + 2(m+1)\sin x - 2m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm $x \in (0; \pi)$

A. $0 < m \leq 1.$

B. $-1 < m < 1.$

C. $0 < m < 1.$

D. $0 \leq m < 1.$

Câu 152: Giải phương trình $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x$

A. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 153: Phương trình $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \sqrt{3}$ tương đương với phương trình

A. $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 154: Cho biết $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $2\cos x + 1 = 0.$

B. $2\cos x - 1 = 0.$

C. $2\sin x - \sqrt{3} = 0.$

D. $2\sin x + 1 = 0.$

Câu 155: Tìm m để phương trình sau có nghiệm $m = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$ là:

A. $-2 \leq m \leq 0.$

B. $0 \leq m \leq 1.$

C. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2.$

D. $-2 \leq m \leq -1.$