

$$4t_2 = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{4} \arccos \frac{6}{10} \approx 0,93(s) .$$

**Ví dụ 5:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có độ lớn gia tốc bé hơn  $\frac{1}{2}$  gia tốc cực đại là

- A.  $\frac{T}{3}$ .                      B.  $\frac{2T}{3}$ .                      C.  $\frac{T}{6}$ .                      D.  $\frac{T}{2}$ .

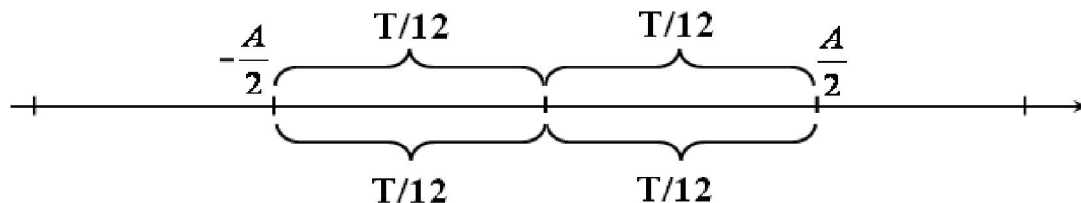
**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

Ta có:  $x_1 = \frac{|a_1|}{\omega^2} = \frac{A}{2}$

Vùng  $|a|$  **nhỏ** hơn  $|a_1|$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

Khoảng thời gian trong một chu kì  $|a|$  **nhỏ** hơn  $|a_1|$  là  $4t_1$  tức là

$$4t_1 = 4 \cdot \frac{T}{12} = \frac{T}{3} .$$



**Chú ý :** Đối với bài toán ngược ta làm theo các bước sau:

Bước 1: Dựa vào vùng  $|a|$  lớn hơn hoặc bé hơn  $|a_1|$  ta biểu diễn  $t_1$  hoặc  $t_2$  theo  $\omega$

Bước 2: Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = A \cos \omega t_2$

Bước 3: Thay vào phương trình  $|x_1| = \omega^2 |a_1|$

**Ví dụ 6:** (ĐH-2010) Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $\frac{T}{3}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của vật là

A. 4Hz.

B. 3Hz.

C. 2Hz.

D. 1Hz.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án D**

Để độ lớn gia tốc không vượt quá  $100\text{cm/s}^2$  thì vật nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

Khoảng thời gian trong một chu kì  $|a|$  nhỏ hơn  $100\text{cm/s}^2$  là  $4t_1$ , tức là

$$4t_1 = \frac{T}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}$$

Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = 5 \sin \frac{2\pi}{T} \frac{T}{12} = 2,5(\text{cm})$

Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{|a_1|}{|x_1|}} = 2\pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1(\text{Hz})$ .

Chú ý: Nếu khoảng thời gian liên quan đến  $W_t, W_d$  thì ta quy về li độ nhờ các

công thức độc lập với thời gian:  $W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$ .

**Ví dụ 7:** Một vật dao động điều hòa với tần số 2 Hz. Tính thời gian trong một chu kì  $W_t \leq 2W_d$

A. 0,196 s.

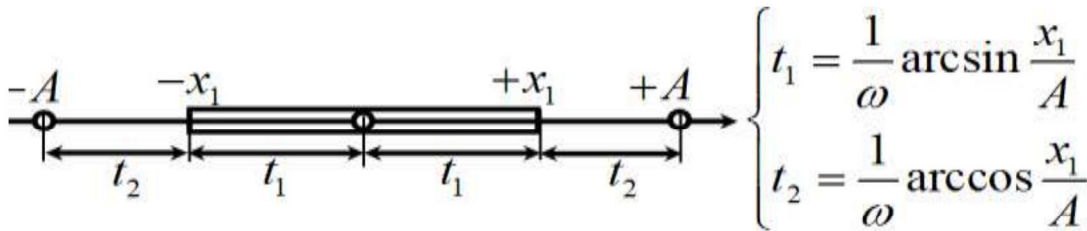
B. 0,146 s.

C. 0,096 s.

D. 0,304 s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án D**

Quy về li độ  $W_t = 2W_d \Rightarrow \begin{cases} W_d = \frac{1}{3}W \\ W_t = \frac{2}{3}W \Rightarrow \frac{kx_1^2}{2} = \frac{2}{3} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}A \end{cases}$



Vùng  $W_t \leq 2W_d$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kì

$W_t \leq 2W_d$  là  $4t_1$ , tức là  $4t_1 = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 2} \arcsin \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,304(\text{s})$

**2. Thời điểm vật qua  $x_0$**

**a. Thời điểm vật qua  $x_0$  theo chiều dương (âm)**

**Phương pháp chung:**

Cách 1: Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) = x_1 \\ v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = v_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = t_{01} + k.T \\ t = t_{02} + l.T \end{cases} \quad (t_{01}, t_{02} \geq 0 \Rightarrow k, l = 0, 1, 2, \dots)$$

Cách 2: Xác định VTLG 
$$\begin{cases} \text{Xàù ñhòh vòtrí xuaá pháù: } \phi_0 = (\omega \cdot 0 + \varphi) \\ \text{Xàù ñhòh vòtrí caà ñiá} \\ \text{Xàù ñhòh goù caà queù: } \Delta\varphi \\ \text{Thòø gian: } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \end{cases}$$

Cách 3: Chỉ dùng VTLG để xác định thời điểm đầu tiên

$$\begin{cases} \text{Xàù ñhòh vòtrí xuaá pháù: } \phi_0 = (\omega \cdot 0 + \varphi) \\ \text{Xàù ñhòh } \begin{cases} \text{Thòø ñiá ñà ñiá vaá ñiá } x_1 \text{ theo chieà döng: } t_1 \\ \xrightarrow{\text{caù thòø ñiá}} t = t_1 + kT \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \\ \text{Thòø ñiá ñà ñiá vaá ñiá } x_1 \text{ theo chieà aên: } t_1 \\ \xrightarrow{\text{caù thòø ñiá}} t = t_1 + kT \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Laà thòùl vaá ñiá } x = x_1 \text{ theo chieà döng (aên) laø } t_1 \\ \text{Laà thòùl vaá ñiá } x = x_1 \text{ theo chieà döng (aên) laø } t_2 = t_1 + T \\ \dots \\ \text{Laà thòùl vaá ñiá } x = x_1 \text{ theo chieà döng (aên) laø } t_n = t_1 + (n-1)T. \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$  trong đó

$x$  tính bằng xentimét (cm) và  $t$  tính bằng giây (s). Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm theo chiều âm lần thứ 2 là

- A.**  $t = 6,00s$ .      **B.**  $t = 5,50s$ .      **C.**  $t = 5,00s$ .      **D.**  $t = 5,75s$ .

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C

Cách 1: Dùng PTLG

$$\begin{cases} x = 4\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} \\ v = x' = -2\pi\sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$$

$$t = 1 + n \cdot 4 \geq 0 \Rightarrow n = 0; 1; 2; 3; \dots$$

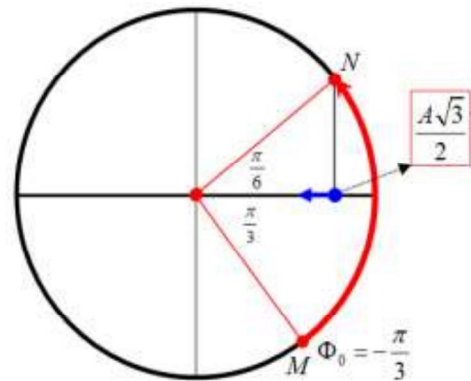
Lần thứ 2 ứng với  $n=1$  nên  $t=5$ (s).

Cách 2: Dùng VTLG

Vị trí xuất phát trên VTLG là điểm M, điểm cần đến là N. Lần thứ 2 đi qua N cần quét 1 góc:

$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} + 2\pi$ , tương ứng thời gian:

$$t = \frac{\Delta\phi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 5(\text{s})$$



Cách 3: Chỉ dùng VTLG để xác định thời điểm đầu tiên  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 4$ (s)

Vị trí xuất phát:  $\phi_0 = \left(\frac{\pi \cdot 0}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{3}$

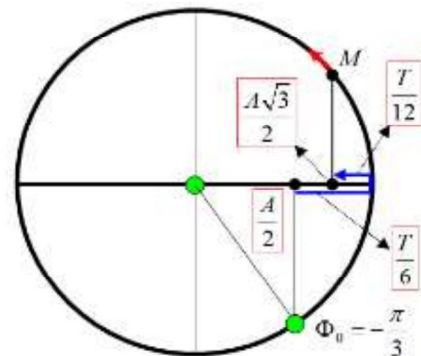
Vị trí cần đến là điểm M trên VTLG

Thời điểm đầu tiên vật đến  $x_1 = 2\sqrt{3}$

theo chiều âm :  $t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{T}{4} = 1$ (s)

Lần thứ 2 vật đến  $x_1 = 2\sqrt{3}$  theo chiều âm là:

$$t_2 = t_1 + T = 5(\text{s})$$



**Kinh nghiệm:**

1) Bài toán tìm các thời điểm vật qua  $x_1$  theo chiều dương (âm) thì nên dùng cách 1.

2) Bài toán tìm thời điểm lần thứ  $n$  vật qua  $x_1$  theo chiều dương (âm) thì nên dùng cách 2,3

**Ví dụ 2:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 6\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  trong đó  $x$  tính bằng xentimét (cm) và  $t$  tính bằng giây (s). Chỉ xét các thời điểm chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -3\text{cm}$  theo chiều dương. Thời điểm lần thứ 10 là

**A.**  $t = \frac{245}{24}$  s.

**B.**  $t = \frac{221}{24}$  s.

**C.**  $t = \frac{229}{24}$  s.

**D.**  $t = \frac{253}{24}$  s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

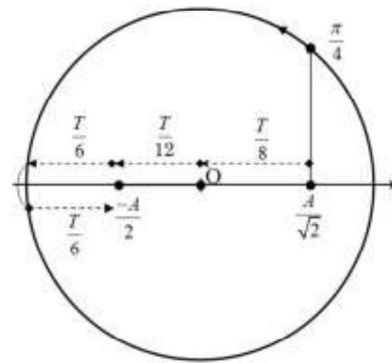
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(\text{s})$$

Lần 1, vật đến  $x = -3\text{cm}$  theo chiều dương là:

$$t_{01} = \frac{T}{8} + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{13T}{24} = \frac{13}{24}(\text{s})$$

Lần 10, vật đến  $x = -3\text{cm}$  theo chiều dương là:

$$t = t_{01} + 9T = \frac{13}{24} + 9,1 = \frac{229}{24}(\text{s})$$



**b. Thời điểm vật qua  $x_0$  tính cả hai chiều**

**Phương pháp chung:**

Cách 1: Giải phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi) = x_1$

$$\Rightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x_1}{A} = \cos\alpha \Rightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = \alpha + (2\pi) \\ \omega t + \varphi = -\alpha + (2\pi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = ? \\ t_2 = ? \end{cases}$$

Trong một chu kì vật qua mỗi vị trí biên một lần và các vị trí khác hai lần. Để tìm hai thời điểm đầu tiên ( $t_1$  và  $t_2$ ) có thể dùng PTLG hoặc VTLG. Để tìm thời điểm, ta làm như sau:

$$\frac{\text{Số lần}}{2} = n \begin{cases} \text{dở 1: } t = nT + t_1 \\ \text{dở 2: } t = nT + t_2 \end{cases}$$



Cách 2: Dùng VTLG  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Xñ vòtrí xuađphat} \phi_0 = (\omega \cdot 0 + \varphi) \\ \text{Xñ vòtrí caà ñeá} \\ \text{Xñ goà caà queú} \Delta\varphi \\ \text{Thôøgian: } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \end{array} \right.$

**Ví dụ 1:** (ĐH-2011) Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4\cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$  (x tính bằng cm; t tính bằng s). Kể từ  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -2$  cm lần thứ 2011 tại thời điểm

- A.** 3015 s.      **B.** 6030s.      **C.** 3016 s.      **D.** 6031 s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

Cách 1: Giải PTLG:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 3(s)$

$$4\cos\frac{2\pi t}{3} = -2 \Rightarrow \cos\frac{2\pi t}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi t}{3} = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{2\pi t}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1(s) \\ t_2 = 2(s) \end{cases}$$

$$\frac{2011}{2} = 1005 \text{ dõ } 1 \Rightarrow t_{2,1005+1} = 1005T + t_1 = 1005 \cdot 3 + 1 = 3016(s) .$$

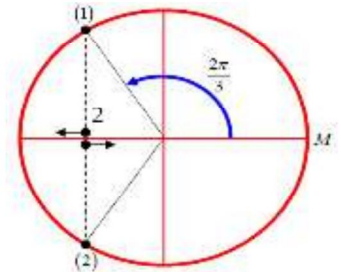
Cách 2: Dùng VTLG

Quay một vòng đi qua li độ  $x = -2$  cm là hai lần.

Để có lần thứ 2011 = 2.1005 + 1 thì phải quay 1005 vòng và quay thêm một góc  $\frac{2\pi}{3}$ , tức là tổng góc quay:  $\Delta\varphi = 1005 \cdot 2\pi + \frac{2\pi}{3}$

Thời gian:

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1005 \cdot 2\pi + \frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{3}} = 3016(s) .$$



**Câu 32:** Một vật dao động có phương trình li độ  $x = 4\cos\left(\frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm,s). Tính từ lúc  $t = 0$ , vật đi qua li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm lần thứ 2012 vào thời điểm nào?

- A.**  $t = 1508,5s$ .      **B.**  $t = 1509,625s$ .      **C.**  $t = 1508,625s$ .      **D.**  $t = 1510,125s$ .

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**