

**Ví dụ 20:** Con lắc lò xo nằm ngang có  $\frac{k}{m} = 100(s^{-2})$ , hệ số ma sát trượt bằng hệ số ma sát nghỉ và bằng 0,1. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 12 cm rồi buông nhẹ. Cho  $g = 10 m/s^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 72 cm.                      B. 144 cm.                      C. 7,2 cm.                      D. 14,4 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

$$\Delta A_{1/2} = 2x_l = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,1 \cdot 1 \cdot 10}{100} = 0,02(m)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,12}{0,02} = 6 \Rightarrow n = 6$$

$$\text{Khi dừng lại vật cách O: } x_{cc} = |A - n\Delta A_{1/2}| = |12 - 6 \cdot 2| = 0(cm)$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_{cc}^2}{2} = F_c S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_{cc}^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,12^2 - 0}{0,02} = 0,72(m)$$

**Ví dụ 21:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 160 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 4,99 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 m/s^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 19,92 m.                      B. 20 m.                      C. 19,97 m.                      D. 14,4 m.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

**Cách 1:** Giải chính xác.

$$\Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_c}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,01 \cdot 0,1 \cdot 10}{160} = 1,25 \cdot 10^{-4} (m)$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,0499}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 399,2 \Rightarrow n = 399$$

Khi dừng lại vật cách O:

$$x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| = |0,0499 - 399 \cdot 1,25 \cdot 10^{-4}| = 2,5 \cdot 10^{-5} (m)$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_c S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_c^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,0499^2 - (2,5 \cdot 10^{-5})^2}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 19,92(m)$$

**Cách 2: Giải gần đúng.**

Ở phần trước ta giải gần đúng (xem  $x_c = 0$ ) nên:

$$\frac{kA^2}{2} - 0 = F_C S \Leftrightarrow S = \frac{kA^2}{\mu mg} = \frac{160.0,0499^2}{0,01.0,1.10} = 19,92(m)$$

Kết quả này trùng với cách 1! Từ đó có thể rút ra kinh nghiệm, đối với bài toán trắc nghiệm mà số liệu ở các phương án gần nhau thì phải giải theo cách 1, còn nếu số liệu đó lệch xa nhau thì nên làm theo cách 2 (vì nó đơn giản hơn cách 1).

**Ví dụ 22:** Một con lắc lò xo mà vật nhỏ dao động được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật dao động là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn một đoạn A rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần và vật đạt tốc độ cực đại  $40\sqrt{2}$  (cm/s) lần 1 khi lò xo dãn 2 (cm). Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 25 cm.                      B. 24 cm.                      C. 23 cm.                      D. 24,4 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$x_l = \frac{\mu mg}{k} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\mu g}{x_l}} = \sqrt{\frac{0,1.10}{0,02}} = 5\sqrt{2} \text{ (rad/s)}$$

$$v_l = \omega A_l \Leftrightarrow A_l = \frac{v_l}{\omega} = 8 \text{ (cm)} \Rightarrow A = x_l + A_l = 10 \text{ (cm)}$$

Vì số liệu ở các phương án gần nhau nên ta giải theo cách 1.

$$\Delta A_{1/2} = 2x_l = 4 \text{ (cm)}$$

$$\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{10}{4} = 2,5 \Rightarrow n = 2$$

$$\text{Khi vật dừng lại cách O: } x_c = |A - n\Delta A_{1/2}| = |10 - 2.4| = 2 \text{ (cm)}$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_C S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_c^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{10^2 - 2^2}{4} = 24 \text{ (m)}$$

**Ví dụ 23:** Một con lắc lò xo mà vật nhỏ dao động được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn một đoạn 18 (cm) rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần và vận tốc của vật đổi chiều lần đầu tiên sau khi nó đi được quãng đường 35,7 (cm). Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 1225 cm.                      B. 1620 cm.                      C. 1190 cm.                      D. 1080 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án D**

$$S = A + A_l = A + A - \Delta A_{1/2} \Rightarrow \Delta A_{1/2} = 2A - S = 0,3 \text{ (cm)}$$

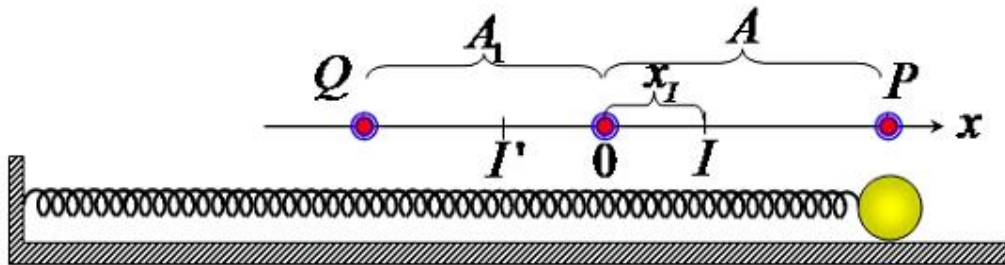
Vì số liệu ở các phương án lệch xa nhau nên ta có thể giải nhanh theo cách 2 (xem  $x_c \approx 0$ ).

$$\frac{kA^2}{2} - 0 = F_c S \Leftrightarrow S = \frac{A^2}{\frac{2F_c}{k}} = \frac{A^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{18^2}{0,3} = 1080 \text{ (cm)}$$

**Chú ý:** Giả sử lúc đầu vật ở P, để tính tốc độ tại O thì có thể làm theo các cách sau:

Cách 1: Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:  $W_p - W_o = A_{ms}$  hay

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = F_{ms} A$$



Cách 2: Xem I là tâm dao động và biên độ  $A_1 = A - x_1$ , nên tốc độ tại O:  $v_0 = \omega \sqrt{A_1^2 - x_1^2}$ .

Tương tự, ta sẽ tìm được tốc độ tại các điểm khác.

**Ví dụ 24:** Một con lắc lò xo có độ cứng 100 N/m, vật nặng có khối lượng  $m = 400$  g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Kéo vật khỏi vị trí cân bằng O dọc theo trục của lò xo để nó dẫn một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi nó đi qua O lần thứ nhất tính từ lúc buông vật.

- A. 95 (cm/s).      B. 139 (cm/s).      C. 152 (cm/s).      D. 145 (cm/s).

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C

Cách 1: Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:  $W_p - W_o = A_{ms}$  hay:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = F_{ms} A \Leftrightarrow \frac{100 \cdot 0,1^2}{2} - \frac{0,4 \cdot v_0^2}{2} = 0,1 \cdot 0,4 \cdot 10 \cdot 0,1 \Rightarrow v_0 = 1,52 \text{ (m/s)}$$

Cách 2: Xem I là tâm dao động và biên độ  $A_1 = A - x_1$ , tốc độ tại O:

$$v_0 = \omega \sqrt{A_1^2 - x_1^2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,4 \cdot 10}{100} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,4 \text{ (cm)} \\ A_1 = A - x_1 = 10 - 0,4 = 9,6 \text{ (cm)} \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 5\sqrt{10} \text{ (rad/s)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 = 5\sqrt{10}\sqrt{9,6^2 - 0,4^2} = 152 \text{ (cm/s)}$$

**Ví dụ 25:** Một con lắc lò xo có độ cứng 100 N/m, vật nặng có khối lượng  $m = 400$  g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Kéo vật khỏi vị trí cân bằng O dọc theo trục của lò xo để nó dẫn một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi nó đi qua O lần thứ 4 tính từ lúc buông vật.

- A. 114 (cm/s).      B. 139 (cm/s).      C. 152 (cm/s).      D. 126 (cm/s).

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,4 \cdot 10}{100} = 0,008 \text{ (m)} = 0,8 \text{ (cm)}$$

$$\text{Sau khi qua O lần 3, biên độ còn lại: } A_3 = A - 3\Delta A_{1/2} = 10 - 3 \cdot 0,8 = 7,6 \text{ (cm)}$$

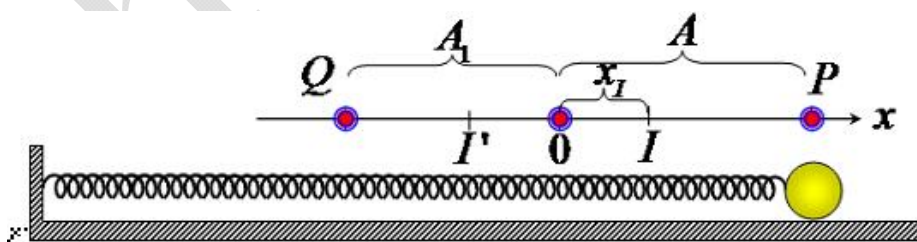
Khi qua O lần 4 cơ năng còn lại:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kA_3^2}{2} - \mu mg A_3 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{A_3^2 - \Delta A_{1/2} \cdot A_3}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{100}{0,4}} \sqrt{7,6^2 - 0,8 \cdot 7,6} = 114 \text{ (cm/s)}$$

**Bình luận:** Đến đây, các bạn tự mình rút ra quy trình giải nhanh và công thức giải nhanh với loại bài toán tìm tốc độ khi đi qua O lần thứ n! Với bài toán tìm tốc độ ở các điểm khác điểm O thì nên giải theo cách 2 và chú ý rằng, khi đi từ P đến Q thì I là tâm dao động còn khi đi từ Q đến P thì I' là tâm dao động.

**Ví dụ 26:** Một con lắc lò xo có độ cứng 10 N/m, vật nặng có khối lượng 100 g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Khi lò xo không biến dạng vật ở điểm O. Kéo vật khỏi O dọc theo trục của lò xo để nó dẫn một đoạn A rồi thả nhẹ, lần đầu tiên đến điểm I tốc độ của vật đạt cực đại và giá trị đó bằng 60 (cm/s). Tốc độ của vật khi nó đi qua I lần thứ 2 và thứ 3 lần lượt là



- A.  $20\sqrt{3}$  cm/s và 20 cm/s.      B.  $20\sqrt{2}$  cm/s và 20 cm/s.  
C. 20 cm/s và 10 cm/s.      D. 40 cm/s và 20 cm/s.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

$$\begin{cases} x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01(m) = 1(cm) \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10(rad/s) \end{cases}$$

Lần 1 qua I thì I là tâm dao động với biên độ so với I:  $A_{I1} = \frac{v_1}{\omega} = \frac{60}{10} = 6(cm)$

$$\Rightarrow A = A_{I1} + x_I = 7(cm)$$

Khi đến Q thì biên độ so với O là  $A_I = A - 2x_I = 5(cm)$

Tiếp theo thì I' là tâm dao động và biên độ so với I' là  $A_{I'} = A_I - x_I = 4(cm)$  nên lần 2 đi qua I, tốc độ của vật:

$$v_2 = \omega \sqrt{A_{I'}^2 - I'I^2} = 10 \sqrt{4^2 - 2^2} = 20\sqrt{3}(cm/s)$$

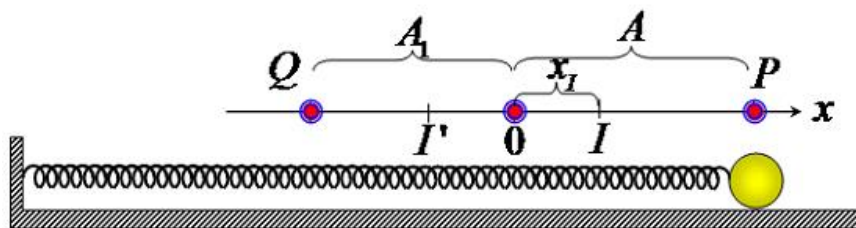
Tiếp đến vật dừng lại ở điểm cách O một khoảng  $A_2 = A - 2 \cdot 2x_I = 3(cm)$ , tức là cách I một khoảng  $A_{I2} = A_2 - x_I = 2(cm)$  và lúc này I là tâm dao động nên lần thứ 3 đi qua I nó có tốc độ:

$$v_3 = \omega A_{I2} = 10 \cdot 2 = 20(cm/s)$$

Chú ý: Giả sử lúc đầu vật ở O ta truyền cho nó một vận tốc để đến được tới đa là điểm. Độ

giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:  $W_o - W_p = A_{ms}$  hay:  $\frac{mv_0^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = F_{ms} A$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{k}{m} \left( A^2 + \frac{2F_{ms}}{k} A \right) = \omega^2 (A^2 + \Delta A_{1/2} A) \Leftrightarrow A^2 + \Delta A_{1/2} A - \frac{v_0^2}{\omega^2} = 0$$



**Ví dụ 27:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,2 kg và lò xo có độ cứng 40 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1 m/s thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Độ biến dạng cực đại của lò xo trong quá trình dao động bằng

- A. 9,9 cm.                      B. 10,0 cm                      C. 8,8 cm.                      D. 7,0 cm.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

Tại vị trí có li độ cực đại lần 1, tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA \Leftrightarrow 20A^2 + 0,02A - 0,1 = 0 \Leftrightarrow A = 0,07(m)$$

**Ví dụ 28:** Một lò xo có độ cứng 20 N/m, một đầu gắn vào điểm J cố định, đầu còn lại gắn vào vật nhỏ khối lượng 0,2 kg sao cho nó có thể dao động trên giá đỡ nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1 m/s (theo hướng làm cho lò xo nén) thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lực đẩy cực đại và lực kéo cực đại của lò xo tác dụng lên điểm J trong quá trình dao động lần lượt là

- A. 1,98 N và 1,94 N.    B. 1,98 N và 1,94 N.    C. 1,5 N và 2,98 N.    D. 2,98 N và 1,5 N.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

Tại vị trí lò xo nén cực đại lần 1, tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA \Leftrightarrow 10A^2 + 0,02A - 0,1 = 0 \Leftrightarrow A = 0,099(m)$$

$$\Rightarrow F_{\text{nenmax}} = kA = 1,98(N)$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua O là:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,01 \cdot 0,2 \cdot 10}{20} = 0,002(m)$$

Độ giãn cực đại của lò xo là:

$$A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 0,099 - 0,002 = 0,097(m) \Rightarrow F_{\text{keo max}} = kA_1 = 1,94(N)$$

**Ví dụ 29:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm lò xo có hệ số cứng 40 N/m và quả cầu nhỏ A có khối lượng 100 g đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Dùng một quả cầu B (giống hệt quả cầu A) bắn vào quả cầu A với vận tốc có độ lớn 1 m/s dọc theo trục lò xo, va chạm giữa hai quả cầu là đàn hồi xuyên tâm. Hệ số ma sát trượt giữa A và mặt phẳng đỡ là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Sau va chạm thì quả cầu A có biên độ dao động lớn nhất là

- A. 5 cm.    B. 4,756 cm.    C. 4,525 cm.    D. 3,759 cm.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án B

Vì va chạm đàn hồi và  $m = M$  nên:  $V = v_0$

$$\frac{mv_0^2}{2} - \mu mgA = \frac{kA^2}{2} \Leftrightarrow \frac{0,1 \cdot 1^2}{2} - 0,1 \cdot 0,1 \cdot 10A = \frac{40 \cdot A^2}{2} \Rightarrow A = 0,04756(m)$$

**Ví dụ 30:** Con lắc lò xo đặt nằm ngang, ban đầu là xo chưa bị biến dạng, vật có khối lượng  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$  lò xo có độ cứng  $k = 20 \text{ N/m}$ . Một vật có khối lượng  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$  chuyển động dọc theo trục của lò xo với tốc độ  $0,2\sqrt{22} \text{ m/s}$  đến va chạm mềm với vật  $m_1$ , sau va chạm lò xo bị