

+ ) Với  $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5-\sqrt{7}}{4}$ .

**Câu 43.** Biết  $\tan x = \frac{2b}{a-c}$ . Giá trị của biểu thức  $A = a\cos^2 x + 2b\sin x \cdot \cos x + c\sin^2 x$  bằng

- A.  $-a$ .                      B.  $a$ .                      C.  $-b$ .                      D.  $b$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$A = a\cos^2 x + 2b\sin x \cdot \cos x + c\sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = a + 2b\tan x + c\tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) = a + 2b\tan x + c\tan^2 x \Leftrightarrow A\left(1 + \left(\frac{2b}{a-c}\right)^2\right) = a + 2b\frac{2b}{a-c} + c\left(\frac{2b}{a-c}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow A\frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2(a-c) + c4b^2}{(a-c)^2}$$

$$\Leftrightarrow A\frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2a}{(a-c)^2} = \frac{a((a-c)^2 + 4b^2)}{(a-c)^2} \Leftrightarrow A = a.$$

**Câu 44.** Nếu biết  $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$  thì biểu thức  $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$  bằng

- A.  $\frac{1}{(a+b)^2}$ .                      B.  $\frac{1}{a^2+b^2}$ .                      C.  $\frac{1}{(a+b)^3}$ .                      D.  $\frac{1}{a^3+b^3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } \cos^2 \alpha = t \Rightarrow \frac{(1-t)^2}{a} + \frac{t^2}{b} = \frac{1}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow b(1-t)^2 + at^2 = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow at^2 + bt^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2 t^2 - 2b(a+b)t + b^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{b}{a+b}$$

$$\text{Suy ra } \cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b}; \sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b}$$

$$\text{Vậy: } \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{a}{(a+b)^4} + \frac{b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}.$$

**Câu 45.** Với mọi  $\alpha$ , biểu thức :  $A = \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)$  nhận giá trị bằng :

- A.  $-10$ .                      B.  $10$ .                      C.  $0$ .                      D.  $5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$A = \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)$$

$$A = \left[\cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)\right] + \dots + \left[\cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{5\pi}{5}\right)\right]$$

$$A = 2\cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right)\cos\frac{9\pi}{10} + 2\cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right)\cos\frac{7\pi}{10} + \dots + 2\cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right)\cos\frac{\pi}{10}$$

$$A = 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \left( \cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10} \right)$$

$$A = 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \left( 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{2} \right) \Leftrightarrow A = 2 \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{10}\right) \cdot 0 = 0.$$

**Câu 46.** Giá trị của biểu thức  $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$  bằng

- A. 2.    B. -2.    C. 1.    D. 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$A = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{3\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{5\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{7\pi}{4}}{2} = 2 - \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4} \right)$$

$$= 2 - \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right) = 2.$$

**Câu 47.** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$  bằng :

- A. 1.    B. 2.    C. -1.    D. 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7 \cdot 360^\circ) \cdot \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-82^\circ + 2 \cdot 360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos 82^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos(90^\circ - 8^\circ) - \sin 8^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \sin 8^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \cot 8^\circ - \frac{1 \cdot \cos 8^\circ}{\sin 8^\circ} = \cot 8^\circ - \cot 8^\circ = 0.$$

**Câu 48.** Cho tam giác ABC và các mệnh đề :

(I)  $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$       (II)  $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$       (III)  $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$

Mệnh đề đúng là :

- A. Chỉ (I).    B. (II) và (III).    C. (I) và (II).    D. Chỉ (III).

**Lời giải**

**Chọn C**

+) Ta có:  $A+B+C = \pi \Leftrightarrow B+C = \pi - A \Leftrightarrow \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$

(I)  $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \sin \frac{A}{2}$  nên (I) đúng

+) Tương tự ta có:  $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

$\tan \frac{A+B}{2} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$

nên (II) đúng.

+) Ta có

$$A+B-C = \pi - 2C \rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos(2C)$$

$$\Leftrightarrow \cos(A+B-C) + \cos(2C) = 0$$

nên (III) sai.

**Câu 49.** Cho  $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$  với  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Khi đó giá trị  $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$  bằng :

A.  $2\sqrt{19}$ .

B.  $-2\sqrt{19}$ .

C.  $-\sqrt{19}$ .

D.  $\sqrt{19}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$$

Vì

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

$$\text{Suy ra } \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19}.$$

**Câu 50.** Biểu thức rút gọn của  $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$  bằng :

A.  $\tan^6 a$ .

B.  $\cos^6 a$ .

C.  $\tan^4 a$ .

D.  $\sin^6 a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a} \Leftrightarrow A = \frac{\sin^2 a \left( \frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right)}{\cos^2 a \left( \frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right)} = \frac{\tan^2 a \cdot \tan^2 a}{\cot^2 a} = \tan^6 a.$$