

➤ **DẠNG TOÁN 3: ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI** $y = |ax + b|$.

1. Phương pháp giải.

Vẽ đồ thị C của hàm số $y = |ax + b|$ ta làm như sau

Cách 1: Vẽ C_1 là đường thẳng $y = ax + b$ với phần đồ thị sao cho hoành độ x thỏa mãn $x \geq -\frac{b}{a}$, Vẽ

C_2 là đường thẳng $y = -ax - b$ lấy phần đồ thị sao cho $x < -\frac{b}{a}$. Khi đó C là hợp của hai đồ thị C_1 và C_2 .

Cách 2: Vẽ đường thẳng $y = ax + b$ và $y = -ax - b$ rồi xóa đi phần đường thẳng nằm dưới trục hoành. Phần đường thẳng nằm trên trục hoành chính là C .

Chú ý:

- Biết trước đồ thị $C : y = f(x)$ khi đó đồ thị $C_1 : y = f(|x|)$ là gồm phần:
 - Giữ nguyên đồ thị C ở bên phải trục tung;
 - Lấy đối xứng đồ thị C ở bên phải trục tung qua trục tung.
- Biết trước đồ thị $C : y = f(x)$ khi đó đồ thị $C_2 : y = |f(x)|$ là gồm phần:
 - Giữ nguyên đồ thị C ở phía trên trục hoành
 - Lấy đối xứng đồ thị C ở trên dưới trục hoành và lấy đối xứng qua trục hoành.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Vẽ đồ thị của các hàm số sau

a) $y = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ b) $y = |-3x + 3|$.

Lời giải

a) Với $x \geq 0$ đồ thị hàm số $y = 2x$ là phần đường thẳng đi qua hai điểm

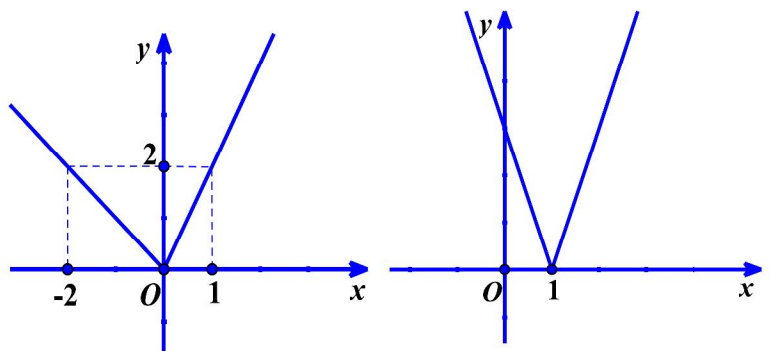
$O(0;0)$, $A(1;2)$ nằm bên phải của đường thẳng $x = 0$.

Với $x < 0$ đồ thị hàm số $y = -x$ là phần đường thẳng đi qua hai điểm

$B(-1;1)$, $C(-2;2)$ nằm bên trái của đường thẳng $x = 0$.

b) Vẽ hai đường thẳng $y = -3x + 3$ và $y = 3x - 3$ và lấy phần đường thẳng nằm trên trục hoành

Ví dụ 2: Vẽ đồ thị của các hàm số sau



a) $y = |x| - 2$

b) $y = ||x| - 2|$

Lời giải

a) Cách 1: Ta có $y = \begin{cases} x - 2 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x - 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Vẽ đường thẳng $y = x - 2$ đi qua hai điểm

A $0; -2$, B $2; 0$ và lấy phần đường thẳng bên phải trục tung

Vẽ đường thẳng $y = -x - 2$ đi qua hai điểm

A $0; -2$, C $-2; 0$ và lấy phần đường thẳng bên trái trục tung.

Cách 2: Đường thẳng $d : y = x - 2$ đi qua

A $0; -2$, B $2; 0$.

Khi đó đồ thị của hàm số $y = |x| - 2$ là phần đường thẳng d nằm bên phải của trục tung và phần đối xứng của nó qua trục tung

b) Đồ thị $y = ||x| - 2|$ là gồm phần:

- Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = |x| - 2$ ở phía trên trục hoành

- Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = |x| - 2$ ở phía dưới trục hoành và lấy đối xứng qua trục hoành.

Ví dụ 3: Cho đồ thị (C) : $y = 3|x - 2| - |2x - 6|$

a) Vẽ (C)

b) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên với $x \in [-3; 4]$

Lời giải

a) Ta có $y = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 3 \\ 5x - 12 & \text{khi } 2 < x < 3 \\ -x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$

Vẽ đường thẳng $y = x$ đi qua hai điểm O $0; 0$, A $1; 1$ và

phần đường thẳng bên phải của đường thẳng $x = 3$

Vẽ đường thẳng $y = 5x - 12$ đi qua hai điểm

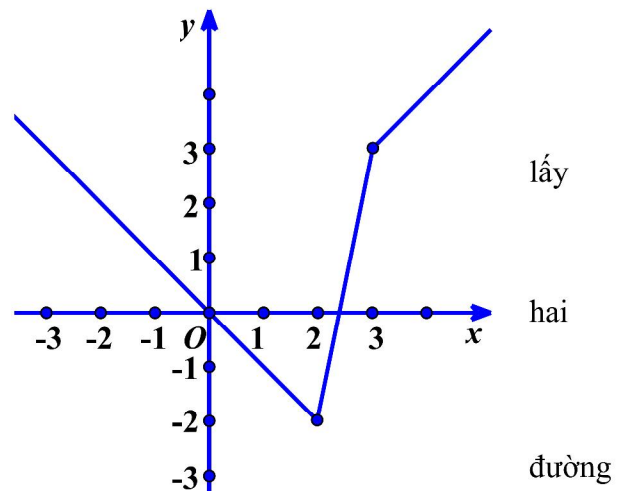
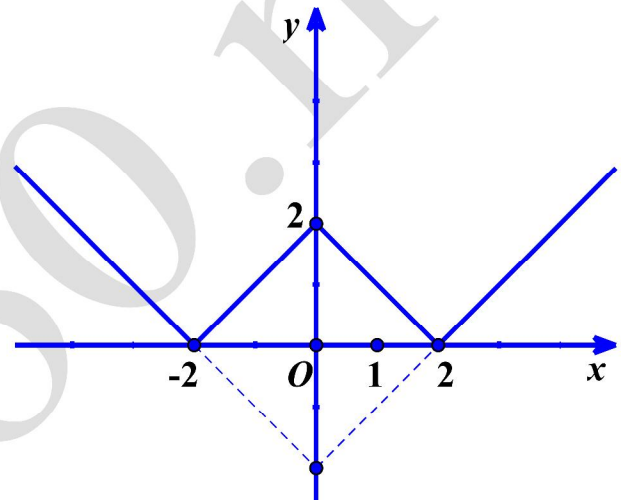
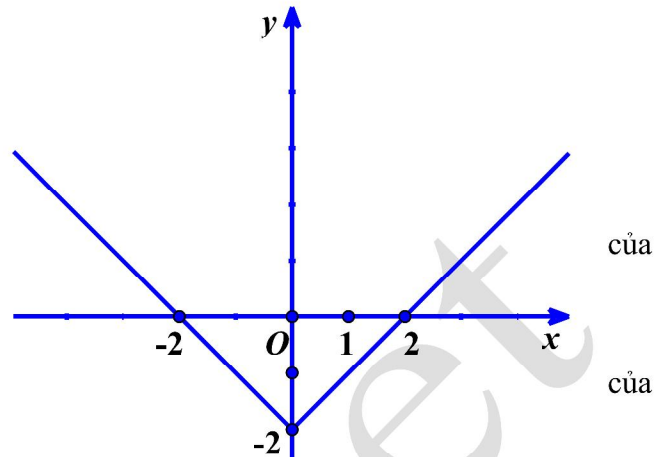
B $3; 3$, C $2; -2$ và lấy phần đường thẳng nằm giữa của đường thẳng $x = 2$, $x = 3$.

Vẽ đường thẳng $y = -x$ đi qua hai điểm

O $0; 0$, D $-1; -1$ và lấy phần đường thẳng bên trái của

thẳng $x = 2$

b) Dựa vào đồ thị hàm số ta có



$$\max_{[-3;4]} y = 4 \text{ khi và chỉ khi } x = 4$$

$$\min_{[-3;4]} y = -2 \text{ khi và chỉ khi } x = 2$$

Ví dụ 4: Lập bảng biến thiên của các hàm số sau

a) $y = \sqrt{x^2 + \sqrt{x^2 - 2x + 1}}$. b) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - |x + 1|$.

Từ đó tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của các hàm số đó trên $[-2;2]$

Lời giải

a) Ta có $y = |x| + |x - 1| = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 & \text{khi } 0 < x < 1 \\ 1 - 2x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y	$+\infty$			$+\infty$
	↘		↗	
		1	1	

Ta có $y_{-2} = 5, y_2 = 3$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$\max_{[-2;2]} y = 5 \text{ khi và chỉ khi } x = -2$$

$$\min_{[-2;2]} y = 1 \text{ khi và chỉ khi } x \in [0;1]$$

b) Ta có $y = |x + 2| - |x + 1| = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \geq -1 \\ 2x + 3 & \text{khi } -2 < x < -1 \\ -1 & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
y				
	↗		↘	
	-1	-1	1	1

Ta có $y_{-2} = -1, y_2 = 1$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$\max_{[-2;2]} y = 1 \text{ khi và chỉ khi } x \leq -2$$

$$\min_{[-2;2]} y = -1 \text{ khi và chỉ khi } x \geq -1$$

3. Bài tập luyện tập

Bài 2.20: Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 3$. Từ đó suy ra đồ thị của:

$$C_1 : y = 2|x| - 3, \quad C_2 : y = |2x - 3|, \quad C_3 : y = |2|x| - 3|$$

Bài 2.21: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3\sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

Từ đó tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của các hàm số đó trên $[0; 2]$.

Bài 2.22: a) Lập bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2} - |x - 2|$

b) Biện luận số giao điểm của đồ thị hàm số trên với đường thẳng $y = m$ theo m .

hoc360.net