

C.BÀI TẬP

4.1. Cho $x \geq y$, hãy so sánh :

a) $-8x + 7$ và $-8y + 7$

b) $9x - 1$ và $9y - 1$

4.2. Hãy so sánh x và y nếu :

a) $-19x - 37 \leq -19y - 37$

b) $-23x - 2 > -23y + 3$

4.3. So sánh số x và số 0 nếu :

a) $5x < 9x$

b) $-7x \leq 2x$

4.4 Cho $a > b, c > d$. Hãy so sánh $ac + bd$ và $ad + bc$

4.5 Chứng minh rằng với mọi x ta luôn có:

a) $\frac{15}{4x^2 - 12x + 19} \leq \frac{3}{2}$

b) $\frac{4x + 3}{x^2 + 1} \leq 4$

4.6 Cho $a > b > 0$ chứng minh rằng $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

4.7. Chứng minh rằng với mọi x ta có : $x^6 + x^4 - x^3 + x^2 + 1 > 0$

4.8 .Cho hai số thực a và b chứng minh rằng :

a) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, với $a, b \geq 0$

b) $a^2 + b^2 \geq 2ab$

c) $(a+b)^2 \geq 4ab$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

4.9. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh các bất đẳng thức sau :

a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

b) $\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq a + b + c$

4.10. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

4.11. Cho $a, b > 0$. Chứng minh rằng : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$

4.12. Cho $a, b > 0$. Chứng minh rằng : $\frac{1}{(1+a)^2} + \frac{1}{(1+b)^2} \leq \frac{1}{1+ab}$

4.13. Chứng minh rằng với mọi a, b, c, d, e ta có :

a) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

b) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b+c+d+e)$

(Đề thi vào 10 chuyên Lê Hồng Phong, TP Hồ Chí Minh, 2001)

4.14. Cho $a > b > c > 0$. Chứng minh rằng :

$$a^3b^2 + b^3c^2 + c^3a^2 > a^2b^3 + b^2c^3 + c^2a^3$$

(Đề thi vào 10 khối phổ thông, ĐHSP TP Hồ Chí Minh, 2007)

4.15. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn : $a + b = 1$ chứng minh rằng:

a) $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$; b) $a^3 + b^3 \geq \frac{1}{4}$; c) $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$

4.16. Chứng minh rằng với mọi a, b, c ta có : $(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)$