

**Dạng 3. Giải và biện luận bất phương trình.**

**Ví dụ 13.** Giải và biện luận bất phương trình :  $(m-1)x - 3 > x + m$  (1)

Giải

Ta có (1)  $\Leftrightarrow (m-2)x > m+3$

- Nếu  $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$ , thì (1) trở thành  $0x > 5 \Rightarrow$  vô nghiệm.
- Nếu  $m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ , thì (1)  $\Leftrightarrow x > \frac{m+3}{m-2}$
- Nếu  $m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$ , thì (1)  $\Leftrightarrow x < \frac{m+3}{m-2}$

Kết luận :

- Nếu  $m=2$  thì bất phương trình vô nghiệm
- Nếu  $m > 2$ , thì bất phương trình (1) có nghiệm là  $x > \frac{m+3}{m-2}$
- Nếu  $m < 2$ , thì bất phương trình (1) có nghiệm là  $x < \frac{m+3}{m-2}$

**Ví dụ 14.** Giải và biện luận bất phương trình :

$$x - m \geq \frac{3(x+2)}{m} - 5 \quad (2)$$

Giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có (2)} \Leftrightarrow x - m + 5 - \frac{3x+6}{m} \geq 0 &\Leftrightarrow \frac{mx - m^2 + 5m - 3x - 6}{m} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(m-3)x - (m^2 - 5m + 6)}{m} \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

- Nếu  $m > 0$  thì ta có  
 $(m-3)x - (m^2 - 5m + 6) \geq 0 \Leftrightarrow (m-3)x \geq (m-2)(m-3)$  (4)  
+ Nếu  $m=3$  thì (4) trở thành  $0x \geq 0$  nghiệm đúng với mọi  $x$   
+ Nếu  $m > 3$  thì (4)  $\Leftrightarrow x \geq \frac{(m-2)(m-3)}{m-3} \Leftrightarrow x \geq m-2$   
+ Nếu  $0 < m < 3$ , thì (4)  $\Leftrightarrow x \leq \frac{(m-2)(m-3)}{m-2} \Leftrightarrow x \leq m-2$
- Nếu  $m < 0$  thì ta có :  $(m-3)x - (m^2 - 5m + 6) \leq 0 \Leftrightarrow (m-3)x \leq (m-2)(m-3)$   
 $x \geq \frac{(m-2)(m-3)}{m-3} \Leftrightarrow x \geq m-2$  (vì  $m-3 < 0$ )

Kết luận :

- Nếu  $m > 3$  hoặc  $m < 0$  thì (2) có nghiệm là  $x \geq m - 2$
- Nếu  $m = 3$  thì (2) nghiệm đúng với mọi  $x \in R$
- Nếu  $0 < m < 3$  thì (2) có nghiệm là  $x \leq m - 2$   
(  $m = 0$  thì bất phương trình không có nghĩa )