

Bài toán 02: DÙNG PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.

Phương pháp:

Để dựng một điểm M ta tìm cách xác định nó như là ảnh của một điểm đã biết qua một phép đối xứng trục, hoặc xem M như là giao điểm của một đường cố định và một với ảnh của một đường đã biết qua phép đối xứng trục.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Dựng hình vuông $ABCD$ biết hai đỉnh A và C nằm trên đường thẳng d_1 và hai đỉnh B, D lần lượt thuộc hai đường thẳng d_2, d_3 .

Lời giải.

Phân tích: Giả sử đã dựng được hình vuông $ABCD$, thỏa các điều kiện của bài toán. Do $A, C \in d_1$ và AC là trục đối xứng của hình vuông $ABCD$. Mặt khác $B \in d_2$ nên $D \in d_2'$

$$\Rightarrow D = d_2' \cap d_3.$$

Hai điểm B, D đối xứng qua đường thẳng d_1 .

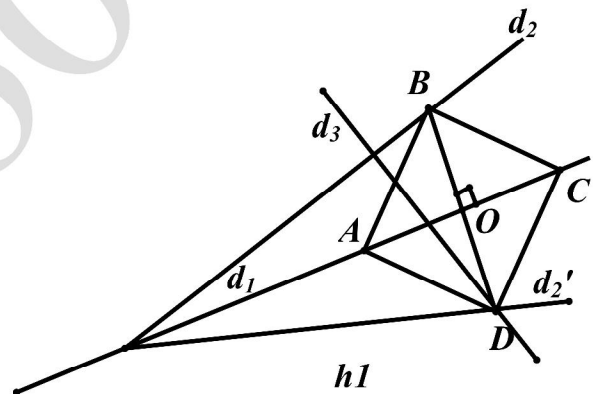
Nên $\mathcal{D}_{d_1}(B) = D'$, lại có

$$D \in d_3 \Rightarrow D = d_3 \cap d_2'.$$

Cách dựng:

- Dựng $d_2' = \mathcal{D}_{d_1}(d_2)$, gọi $D = d_2' \cap d_3$
- Dựng đường thẳng qua D vuông góc với d_1 tại O và cắt d_2 tại B
- Dựng đường tròn tâm O đường kính BD cắt d_1 tại A, C . (Kí hiệu các điểm A, C theo thứ tự để tạo thành tứ giác $ABCD$)

Chứng minh: Từ cách dựng suy ra $ABCD$ là hình vuông.



Biện luận:

Trường hợp 1. d_2 cắt d_3 khi đó.

Nếu $d_2' \cap d_3$ thì ví dụ đã cho có một nghiệm hình.

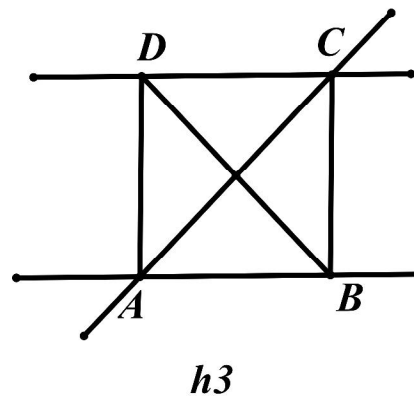
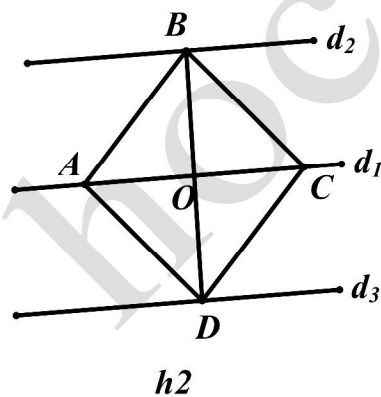
Nếu $d_2' \parallel d_3$ thì ví dụ đã cho vô nghiệm hình.

Trường hợp 2. $d_2 \parallel d_3$, khi đó

Nếu d_1 song song và cách đều d_2 và d_3 thì có vô số nghiệm hình (h2)

Nếu d_1 hợp với d_2, d_3 một góc 45° thì có một nghiệm hình (h3)

Nếu d_1 song song và không cách đều d_2, d_3 hoặc d_1 không hợp d_2, d_3 một góc 45° thì ví dụ đã cho vô nghiệm hình.



Ví dụ 2. Cho hai đường tròn $(C), (C')$ có bán kính khác nhau và đường thẳng d . Hãy dựng hình vuông $ABCD$ có hai đỉnh A, C lần lượt nằm trên $(C), (C')$ và hai đỉnh còn lại nằm trên d .

Lời giải.

Phân tích:

Giả sử đã dựng được hình vuông $ABCD$ thỏa mãn đề bài. Ta thấy hai đỉnh $B, D \in d$ nên hình vuông hoàn toàn xác định khi biết C . Ta có A, C đối xứng qua d nên C thuộc đường tròn (C_1) , ảnh của đường tròn (C) qua \mathbb{D}_d . Mặt khác $C \in (C') \Rightarrow C \in (C) \cap (C')$.

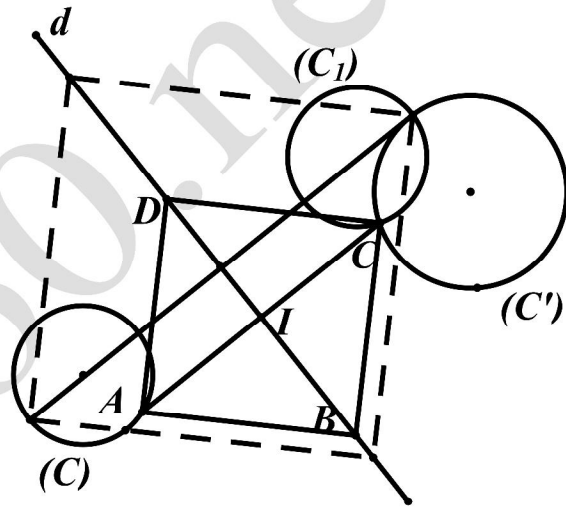
Từ đó suy ra cách dựng

Cách dựng:

- Dựng đường tròn (C_1) là ảnh của (C) qua \mathbb{D}_d .
 - Từ điểm C thuộc $(C_1) \cap (C')$ dựng điểm A đối xứng với C qua d . Gọi $I = AC \cap d$
 - Lấy trên d hai điểm B, D sao cho $IB = ID = IA$.
- Khi đó $ABCD$ là hình vuông cần dựng.

Chứng minh:

Để thấy $ABCD$ là hình vuông có $B, D \in d$, $C \in (C')$. Mặt khác A, C đối xứng qua d mà $C \in (C') \Rightarrow A \in \mathbb{D}_d[(C')] = (C)$ hay A thuộc (C) .



Biện luận:

Số nghiệm hình bằng số giao điểm của (C_1) và (C') .

hoc360.net