Bài toán 03: TÌM TÂM ĐỐI XỨNG CỦA MỘT HÌNH.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Tìm tâm đối xứng của đường cong (C) có phương trình $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Lời giải.

Lấy điểm $M(x;y) \in (C) \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 2\ (*)$

Gọi $I(a;b)$ là tâm đối xứng của (C) và $M'(x';y')$ là ảnh của M qua phép đối xứng tâm I. Ta có $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2a - x' \\ y = 2b - y' \end{cases}$

Thay vào $(*)$ ta được $2b - y' = (2a - x')^3 - 3(2a - x')^2 + 3$

$\Leftrightarrow y' = x'^3 - 3x'^2 + 3 + (6 - 6a)x'^2 + (12a^2 - 12a)x' - 8a^3 + 12a^2 + 2b + 6\ (*)$

Mặt khác $M' \in (C)$ nên $y' = x'^3 - 3x'^2 + 3$ do đó $(*)$

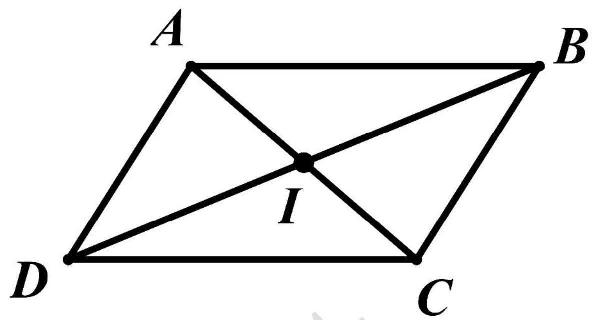
$\Leftrightarrow (6 - 6a)x'^2 + (12a^2 - 12a)x' - 8a^3 + 12a^2 + 2b - 6 = 0, \forall x'$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 6a = 0 \\ 12a^2 - 12a = 0 \\ -8a^3 + 12a^2 + 2b - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy $I(1;1)$ là tâm đối xứng của (C).

Ví dụ 1. Chứng minh rằng nếu một tứ giác có tâm đối xứng thì nó phải là hình bình hành.

Lời giải.



Giả sử tứ giác $ABCD$ có tâm đối xứng là I. Vì qua phép biến hình đỉnh của một đa giác cũng được biến thành đỉnh của đa giác nên đỉnh A có thể được biến thành A, B, C hay D.

- Nếu đỉnh A được biến thành chính nó thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow I \equiv A$ vô lí
- Nếu A biến thành B (hoặc D) thì I là trung điểm của AB (hoăc I là trung điểm của AD) cũng vô lí.

Vậy A được biến thành C, lí luận tương tự thì B chỉ được biến thành D, vì vậy I là trung điểm của hai đường chéo AC và BD nên tứ giác $ABCD$ phải là hình bình hành.