

Bài toán 02: CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH TỈ SỐ CỦA HAI ĐOẠN THẲNG VÀ CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG..

Phương pháp:

Để tính tỉ số của điểm M chia đoạn AB (tính $\frac{MA}{MB}$) ta xét phép

chiếu song song lên mặt phẳng (α) theo phương l không song song với AB

sao cho ảnh của M, A, B là ba điểm M', A', B' mà ta có thể tính được $\frac{M'A'}{M'B'}$, khi

đó $\frac{MA}{MB} = \frac{M'A'}{M'B'}$.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC', B'D' sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

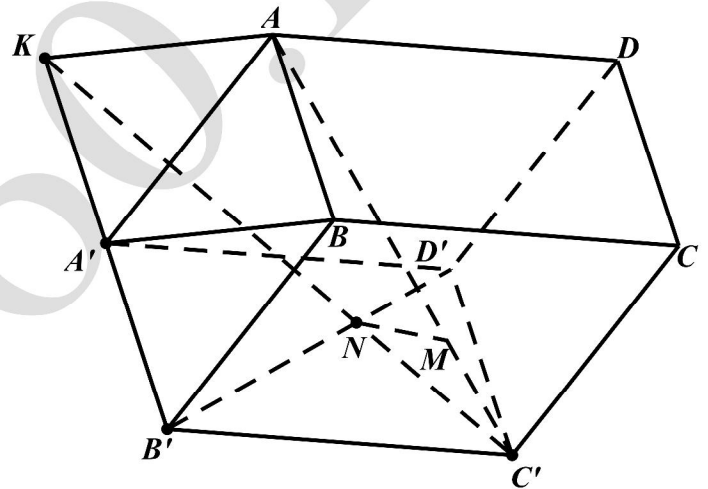
Lời giải.

Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (A'B'C'D') theo phương chiếu BA'. Ta có N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của B'D' và ảnh AC' qua phép chiếu này. Do đó ta xác định M, N như sau:

Trên A'B' kéo dài lấy điểm K sao cho A'K = B'A' thì ABA'K là hình bình hành nên AK // BA' suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.

Gọi N = B'D' ∩ KC'. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M. Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lí Thales, ta có $\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2$.



Ví dụ 2. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC'.

a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và A'B.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và A'B. Hãy tính tỉ số $\frac{IM}{IJ}$.

Lời giải.

a) Giả sử đã dựng được đường thẳng Δ cắt cả AN và BA' . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và BA' .

Xét phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu $A'B$.

Khi đó ba điểm J, I, M lần lượt có hình chiếu là B, I', M . Do J, I, M thẳng hàng nên B, I', M cũng thẳng hàng. Gọi N' là hình chiếu của N thì AN' là hình chiếu của AN . Vì $I \in AN \Rightarrow I' \in AN' \Rightarrow I' = BM \cap AN'$.

Từ phân tích trên suy ra cách dựng:

- Lấy $I' = AN' \cap BM$.
- Trong (ANN') dựng $II' \parallel NN'$ (đã có $NN' \parallel CD'$) cắt AN tại I .
- Vẽ đường thẳng MI , đó chính là đường thẳng cần dựng.

a) Ta có $MC = CN'$ suy ra $MN' = CD = AB$. Do đó I' là trung điểm của BM . Mặt khác $II' \parallel JB$ nên II' là đường trung bình của tam giác MBJ , suy ra

$$IM = IJ \Rightarrow \frac{IM}{IJ} = 1.$$

