Bài toán 02: CHỨNG MINH HAI HÌNH BẰNG NHAU.

Phương pháp:

Để chứng minh hai hình bằng nhau ta cần chỉ ra một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Các ví dụ

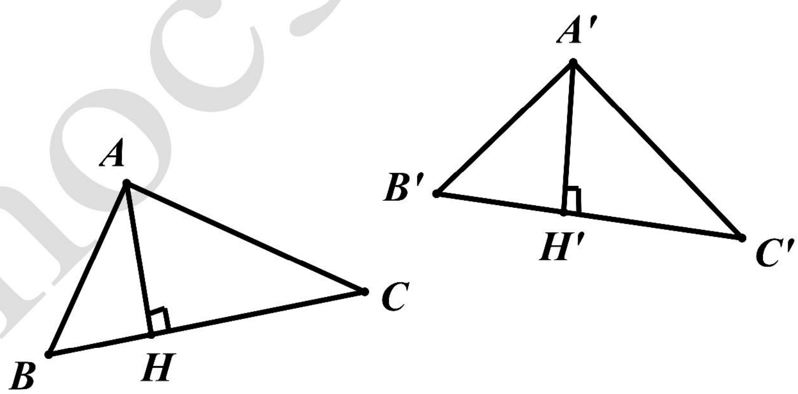
Ví dụ 1. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có các đương cao AH và $A'H'$ sao cho $AH = A'H', AB = A'B', AC = A'C'$ các góc A, A' đều là góc tù. Chứng minh hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

Lời giải.

Vì các góc A và A' là các góc tù nên các góc B, C, B', C' là các góc nhọn.

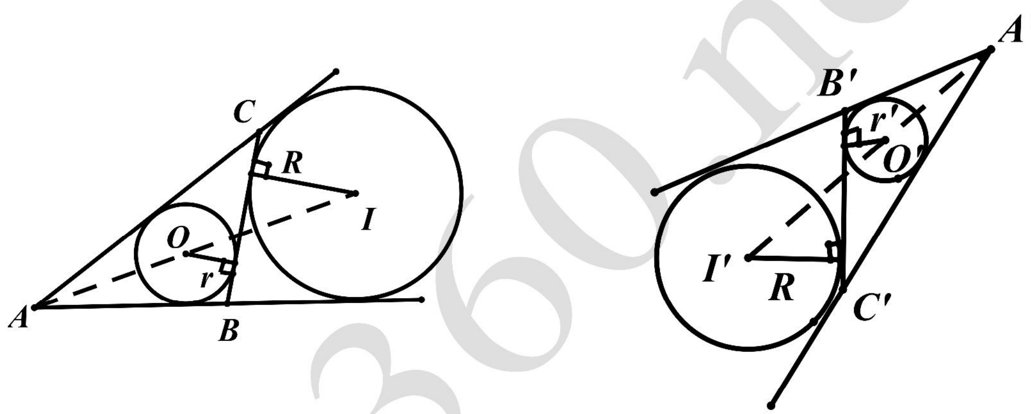
Suy ra H ở giữa B và C, H' ở giữa B' và C'. Vì hai tam giác vuông

ABH và $A'B'H'$ bằng nhau nên có phép dời hình F biến A, B, H lần lượt thành các điểm A', B', H'. Khi đó C biến thành C'. Vậy phép dời hình F biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ nên hai tam giác này bằngnhau.



Ví dụ 2. Chứng minh rằng hai tam giác bằng nhau nếu có các đường tròn nội tiếp bằng nhau, đồng thời khoảng cách giữa tâm đường tròn nội tiếp và bàng tiếp của hai tam giác đó cũng bằng nhau.

Lời giải.



Giả sử $(O;r),(I;R)$ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tâm đường tròn bàng tiếp góc A; tam giác $A'B'C'$ có đường tròn nội tiếp $(O';r)$ và đường tròn bàng tiếp góc A' là $(I';R')$ và $OI = O'I'$.

Vì $OI = O'I'$ nên tồn tại phép dời hình $F: O \mapsto O', I \mapsto I'$ khi đó $F:(O;r) \mapsto (O';r),(I;R) \mapsto (I';R)$. Mặt khác F biến cặp tiếp tuyến chung ngoài AB và AC của (O) và (I) thành cặp tiếp tuyến chung ngoài $A'B'$ và

$A'C'$ của (O') và (I') (hoặc $A'C'$ và $A'B'$) còn tiếp tuyến BC phải biến thành tiếp tuyến $B'C'$ suy ra $F:\Delta ABC \mapsto \Delta A'B'C'$ hoặc $F:\Delta ABC \mapsto \Delta A'C'B'$, hay hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

37. Cho đường thẳng $d: 2x + y = 0$ và $\vec{v} = (3;-1)$. Tìm ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;90^0)}$ và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, với a, b, α là những số cho trước, xét phép biến hình F biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$ sao cho

$$\begin{cases} x' = a + (x-a)\cos\alpha - (y-b)\sin\alpha \\ y' = b + (x-a)\sin\alpha + (y-b)\cos\alpha \end{cases}.$$

Chứng minh F là một phép dời hình.

39. Chứng minh rằng mỗi phép quay có thể xem là kiết quả của việc thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục.

40. Chứng minh rằng nếu thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng tâm I_1, I_2 ta được kết quả là một phép tịnh tiến theo $\vec{v} = 2\overrightarrow{I_1I_2}$.

41. Chứng minh nếu thực hiện liên tiếp hai phép quay cùng tâm $Q_{(O;\varphi_1)}, Q_{(O;\varphi_2)}$ thì ta được kết quả là một phép quay $Q_{(O;\varphi_1+\varphi_2)}$.

42. Cho đường tròn (O), một điểm P cố định và một đoạn thẳng $AB = a$ cố định. Với mỗi điểm M thuộc (O) ta dựng hình bình hành $ABNM$ và gọi Q là điểm đối xứng của N qua P. Tìm tập hợp điểm Q khi M thay đổi trên đường tròn.